Завдання першого рівня не є важкими, однак важливими, оскільки вони перевіряють знання теорії без якої подальше розв’язуваня задач не можливе. Завдання другого рівня і третього рівня – це задачі. В другому рівні – це не громіздкі, без складних перетворень і виведення формул, де зустрічаються не складні в обрахунках, але потребують суттєвих знань з теоретичної фізики, логічного мислення, володіння математичним апаратом. В тестах третього рівня потрібно розв’язати більш складні задачі, порівняно з другим рівнем.

Для контролю якості засвоєного матеріалу курсу «Теоретична фізика. Електродинаміка» передбачено виконання студентами захисту змістових модулів. Захист проводиться в кінці кожної теми або групи споріднених тем. Розроблено 5 змістових модулів, які містять від 18 до 25 варіантів.

Основною формою підсумкового контролю є іспит. Іспит проводиться за екзаменаційними білетами, які затверджуються на засіданні кафедри, а також тестуванням. Білети містять 2 теоретичні питання і 1 задачу. На іспит виноситься весь теоретичний матеріал та задачі розглянуть студентом в процесі навчання.

Дидактичні матеріали, розробленні нами можна використовувати не тільки для реалізації дистанційного навчання, але і в освітньому процесі при традиційному навчанні.

Розробка та впровадження у практику електронних курсів є ключовим питанням інформатизації навчально-виховного процесу у ВНЗ на даному етапі інформаційної культури студента. Нині надзвичайно важливим є створення курсів дистанційного навчання, що функціонують в умовах нової комп’ютерної технології.

Проблема дидактичного забезпечення дистанційного курсу навчання є досить актуальною, тому що навчальний процес має бути спрямований на формування в студентів бажання і вміння самостійно оволодівати знаннями, використовувати потрібну літературу та інші джерела інформації. Велика роль має відводитись Інтернет- технологіям, комп’ютерному забезпеченню, що є важливим для всебічного розвитку студентів та розширення їхніх можливостей у навчальному процесі [4, 137].

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Габрусев В. Ю. Дистанційне навчанння – це просто // В. Габрусев // Інформатика. Шкільний світ– 2011. – №2. – с. 3–11.
2. Державна національна програма «Освіта»: Україна XXI століття. – К.: ІСД.: 1997. – с. 61.
3. Дидора Т. Д., Мохун С. В., Иванко В. В. Организация и дидактическое обеспечение дистанционной формы обучения в вузе // Образовательные технологии. М.: 2010, №2. – с. 36– 52.
4. Дідора Т. Д, Крижановський С. Ю. Організація і дидактичне забезпечення дистанційної форми навчання на прикладі курсу «Теоретична фізика. Класична механіка». // Дідора Т. Д, Крижановський С. Ю.// Магістр. – Тернопіль, 2011. – № 15. – с. 134– 138.
5. Хара О. В. Виникнення та сучасні умови функціонування дистанційної освіти // Освіта — XXI століття. — 2006. – №3. – с. 14– 16.

Пелехата О.

Науковий керівник – доц. Лотоцький В. А.

УЗАГАЛЬНЕНІ МЕТОДИ ЧЕЗАРОТА АБЕЛЯ-ПУАССОНАІ ВЗА□МОЗВ’ЯЗКИ МІЖ НИМИ

Для сучасної теорії рядів характерно те, що об’єктом її вивчення є в основному розбіжні ряди та послідовності. Означення збіжності ряду можна давати не тільки як границю послідовності часткових сум, а й іншими методами. Якщо розбіжний ряд має суму U за яким-небудь із цих методів А, то кажуть, що ряд підсумовується методом А до суми U. Найбільший інтерес серед таких методів викликають так звані регулярні методи, тобто ті, які збіжні в класичному розумінні ряди (послідовності) підсумовують до тієї ж суми. До таких належать і узагальнені методи Чезаро, які означають так[1, с.7]:

Нехай маємо послідовність $\{S_n\}$і$\alpha > 0, \beta > -1$. Покладемо

$$C_n^{(\alpha,\beta)} = \frac{1}{E_n^{(\alpha+\beta)}} \sum_{k=0}^{n} E_{n-k}^{(\alpha-1)} E_k^{(\beta)} S_k \quad , \qquad (1)$$

$$E_k^n = \binom{n+k}{k} = \frac{\Gamma(n+k+1)}{}$$

де $\Gamma(k+1)\Gamma(n+1)$, де *Г(x)*- гамма-функція.Тоді новоутворену послідовність $\{C_n^{(\alpha,\beta)}\}$ назвемо узагальненим перетворенням Чезаро порядку(α,β) (якщо $\beta = 0$, то ця послідовність стає послідовністю класичних середніх Чезаро порядку α).Якщо для якоїсь послідовності $\{S_n\}$ перетворення$\{C_n^{(\alpha,\beta)}\}$ має границю, що дорівнює S , то будемо говорити, що ця послідовність підсумовується до числа S узагальненим методом Чезаро порядку(α,β). Встановимо співвідношення між узагальненими середніми Чезаро по першому параметру. Виявляється, для них має місце співвідношення, виражене наступним твердженням.

Якщо $\alpha > 0, \beta > -1$ і $\delta > 0$, то

(α,β)

$$C_n^{(\alpha+\delta,\beta)} = \frac{1}{E_n^{(\alpha+\delta+\beta)}} \sum_{k=0}^{n} E_{n-k}^{(\delta-1)} E_k^{(\alpha+\beta)} \mathrm{c}_k \qquad (n = 0,1,2 \ldots) \quad ,$$

де $C_n^{(\alpha,\beta)}$ $(n = 0,1,2 \ldots)$– середні, визначені для деякої послідовності $\{S_n\}$ формулою (1). Справді, позначимо через

$$A_n^{(\alpha,\beta)} = \sum_{k=0}^{n} E_{n-k}^{(\alpha-1)} E_k^{(\beta)} S_k$$

$(n = 0,1,2,\ldots)$.Тоді

$$C_n^{(\alpha,\beta)} = \frac{A_n^{(\alpha,\beta)}}{E_n^{(\alpha+\beta)}} (n = 0,1,2,\ldots)$$

і,використовуючи формули множення рядів за правилом Коші, будемо мати

$$E_n^{(\alpha+\delta-1)} x^n \sum_{k=0}^{\infty} E_k^{(\beta)} S_k x^n = \frac{1}{(1-x)^{\alpha+\delta}} \sum_{n=0}^{\infty} E_n^{\beta} S_n x^n = = \frac{1}{(1-x)^{\delta}}$$

Зауважимо, що ми в процесі цих перетворень скористались біноміальним розкладом для функцій $(1-x)^{-\alpha-\delta}$ і $(1-x)^{\delta}$.

Отже,

$$A_n^{(\alpha+\delta,\beta)} = \sum_{k=0}^{n} E_{n-k}^{(\delta-1)} A_k^{(\alpha,\beta)} = \sum_{k=0}^{n} E_{n-k}^{(\delta-1)} E_k^{(\alpha+\beta)} C_k^{(\alpha,\beta)} (n = 0,1,2,\ldots).$$

Тому

$$C_n^{(\alpha+\delta,\beta)} = \frac{A_n^{(\alpha+\delta,\beta)}}{E_n^{(\alpha+\delta+\beta)}} = \frac{1}{E_n^{(\alpha+\delta+\beta)}} \sum_{k=0}^{n} E_{n-k}^{(\delta-1)} E_k^{(\alpha+\beta)} C_k^{(\alpha,\beta)}$$

і наше твердження доведене.

Поскільки перетворення послідовності $\{C_n^{(\alpha,\beta)}\}$ в послідовність $\{C_n^{(\alpha+\delta,\beta)}\}$, що задається останньою формулою є регулярним, що легко перевіряється з допомогою добре відомої теореми Тьопліца, то можна стверджувати, що із того, що ряд підсумовується методом $(C,(\alpha,\beta))$випливає те, що він підсумовується і методом $(C,(\alpha+\delta,\beta))$ і до тієї ж суми$\forall\delta>0$. $\forall\delta>0$. Цікаво було б знайти послідовності, для яких метод $(C,(\alpha+\delta,\beta))$ ефективний, а $(C,(\alpha,\beta))$– ні. Розглянемо таку розбіжну послідовність {1,0,0,1,0,0,…} і обчислимо для неї $C_n^{(\alpha,\beta)}$ порядків (1,0); (1,1); (2,0); (2,1); (1,2).Застосувавши до послідовності$\{S_n\}$ перетворення (С(1,0)) і обчисливши $C_n^{(1,0)}$ з допомогою програмного забезпечення, одержимо, що $\lim\limits_{n\to\infty} C_n^{(1,0)}=\frac{1}{3}$. Проте цей результат можна отримати і аналітично. З утвореної $\{C_n^{(1,0)}\}$ виділимо підпослідовності $\{C_{3n}^{(1,0)}\}$, $\{C_{3n-1}^{(1,0)}\}$, $\{C_{3n+1}^{(1,0)}\}$ і знайдемо їхні границі, тим самим обчислимо часткові границі $\{C_n^{(1,0)}\}$.

$$C_n^{(1,0)}=\frac{1}{E_n^1}\sum_{k=0}^{n}E_{n-k}^0E_k^0S_k=\frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n}S_k.$$

$$C_{3n}^{(1,0)}=\frac{1}{3n+1}\sum_{k=0}^{3n}S_k=\frac{1}{3n+1}\sum_{i=1}^{n+1}1=\frac{1}{(3n+1)(n+1)},$$

$$\lim_{n\to\infty}C_{3n}^{(1,0)}=\frac{1}{3}.$$

$$C_{3n-1}^{(1,0)}=\frac{1}{3n-1+1}\sum_{k=0}^{3n-1}S_k=\frac{1}{3n}\sum_{i=1}^{n}1=\frac{1}{3n}n,$$

$$\lim_{n\to\infty}C_{3n-1}^{(1,0)}=\frac{1}{3}.$$

$$C_{3n+1}^{(1,0)}=\frac{1}{3n+2}\sum_{k=0}^{3n+1}S_k=\frac{1}{3n+2}\sum_{i=1}^{n+1}1=\frac{1}{3n+2}(n+1),$$

$$\lim_{n\to\infty}C_{3n+1}^{(1,0)}=\frac{1}{3}.$$

Кожна з виділених нами підпослідовностей має своєю границею число .

Тому існує границя послідовності $\{C_n^{(1,0)}\}$, яка дорівнює , значить наша

послідовність підсумовується методом Чезаро$(C,(1{,}0))$ до числа .

Аналогічний результат одержимо для $C_n^{(1,1)}$ і $C_n^{(2,1)}$. Зокрема, останній випливає із співвідношення, вираженого доведеним вище твердженням.

Крім узагальнених перетворень Чезаро є ще одне, так званенапівнеперервне, перетворення послідовності. Нехай маємо послідовність $\{S_n\}$. Розглянемо функцію

$$A_\beta(x) = (1-x)^{\beta+1}\sum_{k=0}^{\infty} E_k^{(\beta)} S_k x^k (0 \le x < 1), \qquad (3)$$

яка називається середніми послідовності при умові, що ряд у правій частині рівності збіжний для всіх $x \in [0;1)$. Якщо $\exists \lim_{x\to 1-0} A_\beta(x)$, то будемо говорити, що послідовність $\{S_n\}$ підсумовується узагальненим методом Абеля-Пуассона [2, с.22].

Якщо у формулі (3) покласти $\beta = 0$, то середні $A_\beta(x)$стаютькласичними середніми Абеля-Пуассона і набувають вигляду,

$$A(x) = (1-x)\sum_{k=0}^{\infty} S_k x^k = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k.$$

Відомо, що для класичних середніх Чезаро та Абеля-Пуассона мають місце такі твердження:

1. Якщо послідовність $\{S_n\}$ підсумовується методом Чезаро$C_n^{(\alpha)}$ до суми S, то вона підсумовується і методом Абеля-Пуассона до тієї ж суми;

2. Існують послідовності (ряди), які підсумовуються методом Абеля-Пуассона, але не підсумовуються методом Чезаро$C_n^{(\alpha)}$ ні для якого α [4, с.131].

Справді, ряд

1-2+3-4+…

не підсумовується класичним методом Чезаро порядку 1, через те, що не виконується необхідна умова того, щоб ряд підсумовувався методом середніх арифметичних.Однак, ряд

$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \cdots$ має суму при (0<x<1), яка при $x \to 1-0$ прямує до . А це і є узагальнена сума нашого ряду за методом Абеля-Пуассона[3, с.403].

Для узагальнених середніх Чезаро та Абеля-Пуассона має місце наступне співвідношення:

$$A_\beta(x) = (1-x)^{\alpha+\beta+1}\sum_{k=0}^{\infty} E_k^{(\alpha+\beta)} C_k^{(\alpha,\beta)} x^k.$$

Справді,

З доведеної рівності можна зробити висновок, що із того, що послідовність (ряд) підсумовується узагальненим методом Чезаро випливає те, що він підсумовується і узагальненим методом Абеля-Пуассона до тієї ж суми. Обернене твердження неправильне, в чому можна переконатися на вище наведеному прикладі, вже для випадку $\beta = 0$.

Використовуючи наступну рівність, яку можна довести застосовуючи спеціальні функції і деякі загальноприйняті прийоми,

яка справедлива для $\lambda > \mu > -1, \boldsymbol{n} = 0,1,2...,$ можна показати, що між узагальненими середніми Абеля-Пуассона є таке співвідношення:

Якщо послідовність $\{S_n\}$ підсумовується A_β-методом до сумиS, де $\beta > -1$то вона підсумовується до цього ж числа S і A_γ-методом, для будь-якого γ, яке задовольняє нерівність $-1 < \gamma < \beta \forall -1 < \gamma < \beta$. Таким чином, на відміну від класичних методів

Чезаро, сила яких зростає із ростом параметра, для узагальнених методів Пуассона-Абеля навпаки - їх сила зростає із зменшенням параметра.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Барон. Введение в теорию суммируемостирядов. – Таллин: «Валгус». – 1977.
2. Лотоцкий В.А. О ядрах регулярных положительных преобразований ограниченных последовательностей. – К.: Киевский государственный педагогический институт им. А.М.Горького.–1978.
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегральногоисчислений, том II. – М.: «Наука». – 1970.
4. Харди Г. Расходящиеся ряды. – М.: ИНД.– 1951.
5. Borwein D. On a scale of Abel-type summability methods. − Proc. Cambridge philos. Soc., v.53, 1957.

Панчук С.

Науковий керівник –доц. Лотоцький В. А.

ПОШУК МНОГОЧЛЕНА НАЙКРАЩОГО НАБЛИЖЕННЯ В ПРОСТОРІ L ТА ТЕОРЕМА МАРКОВА

При дослідженні процесів чи явищ у природі та техніці засобами математичного моделювання в ролі моделей часто виступають різноманітні функції, що описують ті чи інші залежності між параметрами об’єктів, що досліджуються. Проте іноді в силу складності отриманих функцій доцільно досліджувати не самі ці функції, а функції, котрі достатньо точно їх наближають. Залежно від вибору способу наближення можемо отримати різні методи оцінки і різні функції наближення.

Розглянемо питання наближення функцій у метриці простору L, тобто простору інтегрованих за Лебегом функцій. Для деякої дійснозначної функції f(x), і функцій f_1, f_2,… f_n наближення будемо шукати у вигляді $P_n(x)=\alpha_1 f_1+ \alpha_2 f_2+\ldots \alpha_n f_n$, де α_i – дійсні коефіцієнти. $P_n(x)$ називатимемо многочленом найкращого наближення, якщо $\delta=\int_a^b |f(x)-P_n(x)|dx$ (тут і далі інтегрування в розумінні Лебега) набуває найменшого можливого значення для заданих f(x), f_1, f_2,… f_n, при цьому δ називають відхиленням [2]. Це наближення може бути цікавим і з тієї точки зору, що у випадку, коли f(x) інтегровна не тільки за Лебегом, а й за Ріманом, δ є площею фігури обмеженої кривими f(x), P(x), прямими x=a, x=b.

На жаль, невідомі прямі методи відшукання коефіцієнтів многочлена найкращого наближення у просторі L. Проте, виходячи з теореми Маркова, для системи функцій Маркова ми можемо оцінити мінімальне відхилення, а, враховуючи факт існування найкращого наближення, ми можемо його шукати з рівняння $\delta_{\min}=\int_a^b |f(x)-P(x)|dx$, принаймні для деяких елементарних функцій.

Нагадаємо, що дійсні, неперервні на [a,b] функції f_1, f_2,… f_n ($n\leq\infty$) утворюють систему Маркова відносно цього інтервалу, якщо для будь-якого $k\leq n$ функції f_1, f_2,… f_k утворюють систему Чебишова відносно [a,b]. Теорема Маркова стверджує, що для неперервної f(x), якщо коефіцієнти полінома $F_k(x,\alpha)= \alpha_1 f_1+ \alpha_2 f_2+\ldots \alpha_n f_k$, визначаються з умови $f(x_r)-F_k(x_r,\alpha)=0$ (r=1,2…k), де x_r – нулі полінома $Q_{k+1}(x)$ ($Q_{k+1}(x)=f_k(x)-F_{k-1}(x)$, k=1, 2…), якщо $f(x)-F_k(x,\alpha)$ змінює свій знак в точках x_r і тільки в них, то поліном $F_k(x,\alpha)$ є поліномом найкращого наближення серед усіх поліномів $F_k(x,\mu)$ в метриці простору L(a,b), причому

$$\min_\mu \int_a^b |f(x)-F_k(x,\mu)|dx=\int_a^b |f(x)-F_k(x,\alpha)|dx=\left|\int_a^b f(x)signQ_{k+1}(x)dx\right|$$ [1,98].