$$\left\|(1+x)^{\alpha} - y_n \quad x \,\right\|_{C_{-h;h}} < \frac{1+h}{1-h}\cdot\frac{1+|\alpha_n|}{1-|\alpha_n|}E_n \quad (1+x)^{\alpha} \quad {}_{C_{-h;h}} .$$

Одержали нерівність в умові теореми. Цим *теорему доведено*.

Отже, побудовані многочлени здійснюють по порядку найкраще наближення функції $y = (1 + x)^{\alpha}$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. — М. Наука, 1965. — 407с.
2. Дзядык В. К. Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. — Київ: Наук. думка, 1988. — 304 с.
3. Дзядык В. К. Введение в теорию рівномерного приближения функций полиномами. — М.: Наука, 1976. — 512 с.
4. Дзядык В. К. Об эффективном построении многочленов, которые осуществляют близкое к наилучшему приближение функций e^x , sin*x* и др. //Укр. мат. журн. — 1973. — 25. №5 — с. 435–453.
5. 5. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышова. — М. Наука, 1983. — 384 с.

Марущак І.

Науковий керівник – доц.Чорний В.З.

ДОСЛІДЖЕННЯ ІСНУВАННЯ РОЗВ’ЯЗКУ ДВОХТОЧКОВОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

Актуальність теми. В сучасній науці спостерігається підвищений інтерес до процесів, які проходять в нелінійних системах і середовищах. Математичні моделі таких явищ часто зумовлюють необхідність дослідження розв’язків різних типів нелінійних крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Тут можна вказати, наприклад задачі математичної біології, електротехніки, механіки, матеріалознавства.

Об’єктом дослідження роботи є нелінійні крайові задачі для диференціальних рівнянь першого порядку порядку.

Предметом дослідження є вивчення існування та побудова розв’язків лінійних двоточкових крайових задач для систем диференціальних рівнянь першого порядку .

Методика дослідження ґрунтується на ідеях чисельно-аналітичного методу послідовних періодичних наближень, запропонованого А.М. Самоленком для нелінійної крайової задачі, а також на його узагальненняхрозроблених А.М. Самойленком та М.Й. Ронто для більш широких класів крайових задач.

Основні завдання роботи:

- розглянути абстрактну схему чисельно-аналітичного методу;
- дослідити нелінійну крайову задачу для диференціального рівняння шляхом побудови еквівалентної задачі з лінійними крайовими умовами;
- встановити необхідні та достатні умови існування розв’язків

Для системи диференціальних рівнянь нормального вигляду

$$\dot{x} = f(t,x), x, f \in E_n, t \in \; 0,T \; , \quad (1)$$

двохточкова крайова задача з лінійними крайовими умовами

$$U(x) = Ax(0) + Cx(T) - d = 0,$$

де А, С – постійні матриці з розмірами $n \times n; d = (d_1, d_2, ..., d_n) -$ постійний вектор

Зрозуміло, що властивості правої частини розглянутих диференціальних рівнянь і задані крайові умови в значній мірі впливають на можливість конструктивної побудови наближених розв’язків або ж на дослідження існування розв’язку крайових задач.

Нехай $C(D)$ простір неперервних вектор-функцій $y(x)=(y_1(x_1,...,x_m),...,y_n(x_1,...,x_m))$ з областю визначення $x=(x_1,...,x_m)\in D\subset E_m$. Позначимо через $K(D)$ підпростір функцій $C(D)$, які задовольняють додатковим умовам.

Розглянемо деякий оператор Q з областю визначення $D_Q=C(D)$ і областю значення $R_Q=QC(D)\subset C(D).$ Нехай з допомогою оператора Q задано рівняння

$$y=Qy, D_Q=C(D), R_Q=QC(D)\subset C(D) \qquad (3)$$

і ставиться задача знаходження розв'язку рівняння (3), який задовольняє крайовим умовам (2), тобто $y\in K(D).$

Якщо б оператор Q переводив функції, які задовольняють умовам (2), в функції такого ж класу, то аналізувати питання існування розв'язку рівняння (3) і побудови його розв'язку можна було б, розглядаючи оператор Q в просторі $K(D).$ Причому для цієї мети правомірним було б використання загальних теорем про нерухомі точки і методів наближеного знаходження розв'язків операторних рівнянь .

Але для багатьох рівнянь (3) оператор Q переводить функції $y\in K(D)$ в функції $Ay\in C(D)$, які, в загальному кажучи, не належать простору $K(D),$ тобто не задовольняють абстрактним крайовим умовам (2). Як наслідок, знайти розв'язки рівняння (3), які задовольняють умовам (2), розглядаючи його в $K(D),$ неможливо.

Тому потрібно разом з оператором Q ввести ще один оператор $\tilde{Q}$, причому таким чином, щоб його область визначення $D_{\tilde{Q}}$, а також область значення $R_{\tilde{Q}}=\tilde{Q}K(D)$ співпадали б з простором $K(D).$

Нехай оператор $\tilde{Q}$ визначає рівняння

$$z=\tilde{Q}z, D_{\tilde{Q}}=K(D), R_{\tilde{Q}}=K(D). \qquad (4)$$

Природно, що оператори $Q,\tilde{Q}$ у певному значенні повинні бути близькими і взаємозв'язаними:

1) будь-який розв'язок y рівняння (3), який задовольняє крайовим умовам (2), є також розв'язком рівняння (1.9);

2) кожний розв'язок $z\in K(D)$ рівняння (1.9) підпорядкований деякій додатковій умові

$$Bz=0, \qquad (5)$$

заданій на розв'язках рівняння (5) і яка задовольняє всім розв'язкам задачі (3), (2), і є також розв'язком вихідної задачі .

Беручи до уваги умову, що, якщо оператор $\tilde{Q}$ діє в просторі $K(D)$, то розв'язки рівняння (5) вже можуть бути знайдені різними ітераційними процесами. Зокрема, в розглянутому чисельно-аналітичному методі в якості такого ж використовується метод послідовних наближень

$$z_{k+1}=\tilde{Q}z_k, k=0,1,2,..., \qquad (6)$$

починаючи зі зручно вибраного нульового наближення z_0. Причому z_0 визначається довільно, наприклад залежить від вільного параметра довільної функції.

Свобода вибору z_0 використовується для задоволення додаткової умови (5). Замітимо, що умові (5) може задовольняти тільки гранична функція $z^* = \lim\limits_{k\to\infty} z_k$ або кожна ітерація, починаючи з деякого номеру $k \geq k_0$.

При конкретній реалізації даного чисельно-аналітичного методу для побудови граничної функції z^* послідовності (6) використовується аналітичний апарат методу послідовних наближень, а для розв'язку допоміжного рівняння (5) – чисельні методи. Що стосується обґрунтування правомірності використання методу для встановлення існування і побудови розв'язків абстрактної задачі (3), (2), то забезпечення збіжності послідовних наближень (3) породжує одну групу умов, а задоволення відношенню (6) – другу, які накладаються на операторів $Q, \tilde{Q}, B.$

Для двохточкової крайової задачі (0.1), (0.3) на основі [164] бачимо, що

$$Qx = x_0 + \int_0^t f(t,x)dt,$$

$$\tilde{Q}x = x_0 + \int_0^t \left\{ f(t,x) - \frac{1}{T}\int_0^T f(s,x(s))ds + \frac{1}{T}\left[C^{-1}d - (C^{-1}A + E)x_0\right]\right\}dt,$$

$$Bx = \frac{1}{T}\left[C^{-1}d - (C^{-1}A + E)x_0\right] - \frac{1}{T}\int_0^T f(s,x(s))ds = 0.$$

Ми пропонуємо використовувати

$$\tilde{Q}x = x_0 + \int_0^t \left\{ f(t,x) - \frac{1}{T}\int_0^T f(s,x(s))ds + x_T - x_0 \right\}dt.$$

На основі цього достатні умови існування задачі (1), (2) можна розглядати у вигляді наступних тверджень.

Припустимо, що функція $f\;\; t,x$ в диференціальному рівнянні (1) визначена і неперервна в обмеженій області

$$D = \;\; t,x:\; 0 \leq \mathrm{t} \leq \mathrm{T}, \left|x - x_0\right| \leq R_1$$

і, отже, вона є обмеженою

$$\left| f\;\; t,x, \;\right| \leq M,\quad \forall\;\; t,x \;\in \mathrm{D}\quad (\mathrm{M}>0); \qquad (7)$$

функція $f\;\; t,x$ по змінним x задовольняє умові Ліпшіца, тобто

$$\left| f(t,x^{(1)}) - f(t,x^{(2)})\right| \leq L_1 \left| x^{(1)} - x^{(2)}\right| \qquad . \qquad (8)$$

$$\forall (t,x^{(1)}) \text{ і } (t,x^{(2)}) \in \mathrm{D}$$

Тут $L_1 > 0$ - найменші константи, які задовольняють (8) .

Використовуючи основну ідею чисельно-аналітичного методу, розглянемо інтегральний оператор

$$Pf\;\;\; t\;\; = \int_0^t f\;\; \tau\;\; d\tau - \frac{t}{T}\int_0^T f\;\; \tau\;\; d\tau,$$

Який можна записати у вигляді

$$Pf\left(t\right)=\int_0^T G\left(t,\tau\right)f\left(\tau\right)d\tau,$$

Теорема. Нехай функція $f\left(t,x\right)$ визначена і неперервна в обмеженій області D, задовольняє в цій області нерівностям (7), (8), а також співвідношенням

$$\frac{MT}{4}<R_1.$$

$$\frac{T}{4}L_1<1.$$

Тоді послідовність функцій

$$x_0\left(t,x_T,x_0\right)=x_0+\frac{x_T-x_0}{T}t,$$

$$x_{m+1}\left(t,x_T,x_0\right)=x_0\left(t,x_T,x_0\right)+\int_0^T G\left(t,\tau\right)f\left(\tau,x_m\left(\tau,x_T,x_0\right),d\tau\right),$$

кожен член якої задовольняє крайовим умовам

$$x\left(0\right)=x_0,x\left(T\right)=x_T$$

збігається при $m\to\infty$ рівномірно. Більш того значення границі $x_\infty\left(t,x_T,x_0\right)$ є єдиним розв'язком рівняння

$$x\left(t,x_T,x_0\right)=x_0\left(t,x_T,x_0\right)+\int_0^T G\left(t,\tau\right)f\left(\tau,x\left(\tau,x_T,x_0\right),d\tau\right).$$

Якщо існують такі x_T,x_0 що

$$\frac{x_T-x_0}{T}t+\int_0^T f\left(\tau,x\left(\tau,x_T,x_0\right),d\tau\right)=0,$$

то розв'язок останнього рівняння буде розв'язком вихідної задачі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Самойленко А. М. Численно-аналитический метод исследования переодических систем обыкновенных дифференциальныхуравнений. 1// Укр. мат. журн.– 1965.–17, №4.– С. 16-23.
2. А. М. Самойленко, Н. И Ронто Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дыфференциальных уравнений.– К., Наукова думка, 1992.

Гладкий Р.

Науковий керівник – доц. Мацюк В. М.

ОПТИМІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ З ФІЗИКИ У ВНЗ (НА ПРИКЛАДІ РОЗДІЛУ «МЕХАНІКА»)

Останнім часом рівень знань студентів помітно знижується. Особливо це помітно на прикладі природничих дисциплін. Тому актуальною на даний час є проблема покращення знань студентів, а для цього необхідно оптимізувати навчальний процес.

У вітчизняній та зарубіжній літературі теоретичні проблеми оптимізації навчання висвітлені в роботах М.К.Анохіна, Ю.К.Бабанського[5], А.І.Берга, А.А.Бударного, М.О.Данилова, Є.Н.Мединського, І.Т.Огородникова, В.І.Паламарчук, М.Феофанова, С.І.Архангельського [3], А.О.Реан, М.М.Скаткіна, В.О.Сухомлинського, Н.Ф.Тализіної [7], В.Г.Шаповаленка та інших.