

# **МОДЕЛІ СТАЛОГО РОЗВИТКУ**

**Колективна монографія**

За редакцією О. М. Мартинюк



Тернопіль  
Видавництво «Підручники і посібники»  
2022

УДК 005.311.6

М74

***Рекомендовано до друку***

*Вченою радою Західноукраїнського національного університету,  
(протокол № 7 від 26.01.2022 року)*

Рецензенти: *О. В. Панухник* — завідувачка кафедри економіки та фінансів Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, доктор економічних наук, професор

*В. С. Федорейко* — доктор технічних наук, академік Академії економічних наук України, професор Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка

*І. М. Грод* — доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики та методики її навчання Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка

Дизайнер обкладинки *Віталій Нехай*

М74      Моделі сталого розвитку : колективна монографія // за ред. О. М. Мартинюк. — Підручники та посібники : Тернопіль, 2022. — 400 с.

Монографія є результатом наукового дослідження колективу авторів. Вона відображає широке коло прикладних проблем економічних і соціальних складових глобального сталого розвитку з урахуванням ризиків та соціально-економічних процесів, зумовлених основними викликами сучасності.

Монографія буде корисною для науковців, викладачів, аспірантів і студентів закладів вищої освіти.

**УДК 005.311.6**

Збережено авторську орфографію, пунктуацію і стилістику.

Відповідальність за зміст матеріалів несуть автори.

© Авторські тексти, 2022

## ЗМІСТ

Вступ.....	5
<b>РОЗДІЛ 1. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ВИМІРІВ ГЛОБАЛЬНОГО СТАЛОГО РОЗВИТКУ .....</b>	<b>7</b>
<b>1.1. Моделювання значущих вимірів сталого розвитку .....</b>	<b>9</b>
1.1.1. Методологія розробки індикаторів сталого розвитку .....	9
1.1.2. Аналіз основних вимірів сталого розвитку .....	24
1.1.3. Математичне моделювання соціальних складових сталого розвитку.....	28
1.1.4. Консолідація контрастних ефектів для підвищення об'єктивності вимірників стійкості .....	35
1.1.5. Математичне моделювання соціальних складових сталого розвитку.....	51
1.1.6. Основні принципи та моделі сталого економічного розвитку .....	59
<b>1.2. Математичне моделювання ефективності управління.....</b>	<b>73</b>
1.2.1. Моделі ефективності функціонування країн.....	73
1.2.2. Кластеризація та побудова їх регресійних моделей .....	81
<b>1.3. Математичне моделювання деяких соціальних аспектів сталого розвитку .....</b>	<b>100</b>
1.3.1. Моделі ризику дитячої бідності .....	100
1.3.2. Моделі підліткової неуспішності.....	106
<b>РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ ОЦІНЮВАННЯ МІЖНАРОДНОЇ ТОРГІВЛІ.....</b>	<b>115</b>
<b>2.1. Моделі аналізу та прогнозування динаміки основних показників міжнародної торгівлі.....</b>	<b>115</b>
<b>2.2. Моделювання оцінок міжнародної торгівлі країн із застосуванням нейромережних технологій.....</b>	<b>139</b>
<b>2.3. Оцінювання структурної динаміки міжнародної торгівлі .....</b>	<b>151</b>
<b>2.4. Регресійні моделі оцінювання міжнародної торгівлі.....</b>	<b>170</b>
<b>2.5. Багатофакторні моделі оцінювання міжнародної торгівлі .....</b>	<b>184</b>
<b>РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ СКЛАДОВОЇ СТАЛОГО РОЗВИТКУ В УМОВАХ РИЗИКУ І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....</b>	<b>197</b>
<b>3.1. Аналіз та управління ризиком в економіці.....</b>	<b>197</b>
3.1.1. Невизначеність і ризик.....	198
3.1.2. Класифікація ризику .....	202
3.1.3. Загальні принципи аналізу ризику .....	212
3.1.4. Управління ризиком .....	218
<b>3.2. Система показників кількісного оцінювання ступеня ризику .....</b>	<b>225</b>
3.2.1. Ймовірнісний підхід до оцінювання ризику .....	225
3.2.2. Ризик в абсолютному виразі .....	226
3.2.3. Ризик у відносному виразі .....	230
3.2.4. Використання нерівності Чебишева .....	233
3.2.5. Крива ризику.....	234

<b>РОЗДІЛ 4. ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДОВИХ СТАЛОГО РОЗВИТКУ В УКРАЇНІ.....</b>	<b>239</b>
<b>4.1. Економіко-математичне моделювання функціонування економічних систем на мезорівні та макрорівні.....</b>	<b>239</b>
4.1.1. Економіко-математичне моделювання взаємозалежностей між валовим внутрішнім продуктом України та її зовнішнім боргом.....	239
4.1.2. Математичне моделювання впливу валового внутрішнього продукту та зовнішнього боргу України на рівень життя населення.....	249
4.1.3. Моделювання взаємозв'язку державного та гарантованого державою зовнішнього боргу України з дефіцитом бюджету і витратами та заощадженнями населення .....	267
4.1.4. Економіко-математичне моделювання, статистично-економічний аналіз та оцінка зовнішньоекономічної діяльності України .....	278
<b>4.2. Економіко-математичне моделювання на мікрорівні.....</b>	<b>283</b>
4.2.1. Економіко-математичне моделювання процесів функціонування підприємств в мовах невизначеності та ризику.....	283
4.2.2. Математичне моделювання функціонування аграрних підприємств .....	287
4.2.3. Математичне моделювання депозитно-кредитних операцій комерційних банків.....	293
4.2.4. Прогнозування часових рядів за допомогою ARIMA-моделей.....	300
4.2.5. Модель Лоткі — Вольтерра в дослідженні конкурентної взаємодії підприємств.....	313
4.2.6. Оцінка нерівності населення України за джерелами доходів.....	326
4.2.7. Застосування методу аналізу ієрархій для дослідження факторів впливу на форми влаштування дітей сиріт .....	334
<b>РОЗДІЛ 5. МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОЦІНКА ФІНАНСОВИХ ПОТОКІВ У НЕСТАБІЛЬНОМУ ЕКОНОМІЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....</b>	<b>345</b>
<b>5.1. Моделювання діяльності кредитних спілок на ринку фінансових послуг.....</b>	<b>345</b>
5.1.1. Економічна сутність кредитних спілок на ринку фінансових послуг.....	345
5.1.2. Оцінювання позицій кредитних спілок на світовому ринку фінансових послуг .....	354
5.1.3. Використання математичного апарату для моделювання діяльності кредитних на ринку фінансових послуг .....	360
<b>Список використаних джерел.....</b>	<b>374</b>
<b>Автори монографії .....</b>	<b>394</b>

## ВСТУП

Поняття «сталий розвиток» часто асоціюють з неухильним зростання економічних показників країни, її регіонів, окремих галузей економіки, певних заходів щодо збереження довкілля та поліпшення санітарних умов проживання й праці людей. Здавалося, що це поняття є сполученням слів з протилежним змістом (*сталий* — постійність який не зазнає коливань, не піддається змінам, стійкий; *розвиток* — дія; процес, перехід від одного якісного стану до іншого, вищого), а тому позбавлений змісту. Проте сталий розвиток — розвиток країн і регіонів, при якому економічне зростання, матеріальне виробництво, споживання й інші види діяльності суспільства характеризуються можливістю відновлюватися з метою підтримки життєдіяльності теперішніх і майбутніх поколінь. Очевидно, що необхідною умовою цього є збалансований розвиток — поєднання економічних, соціальних та екологічних складових розвитку. Саме такий розвиток не виснажуватиме природні та людські ресурси, дасть можливість задовольнити елементарні потреби всіх людей, можливість реалізувати свої надії на благополучне життя. Без цього сталий і довготривалий розвиток просто неможливий.

Проблема збалансованого розвитку — це проблема формування суспільства, яке не руйнуватиме середовище свого існування, розвиватиметься в гармонії з природою. Головними принципами збалансованого розвитку є: задоволення основних потреб людини; досягнення рівності та соціальної справедливості; забезпечення соціального самовизначення та культурного різноманіття; підтримання цілісності екосистем, поєднання збереження природи та розвитку суспільства. Отже, проблеми сталого розвитку — це проблеми влади та політичної волі. Досягнення збалансованого розвитку потребує структурних змін в управлінні та нових шляхів роботи в різних галузях економічного, соціального та політичного життя, які дозволять залучати громадянське суспільство та приватний сектор до розроблення концепцій майбутнього розвитку, його планування.

Реалізація ідей сталого розвитку потребує стратегічного підходу, який би базувався: на адекватних моделях, що дадуть можливість прийняття якісних управлінських рішень, на ролі громадськості у визначенні фінансування важливих напрямків діяльності країни та ОТГ.

Основними засобами формування сталого розвитку є інформаційні технології, які дозволяють моделювати різні варіанти напрямків розвитку, з високою точністю прогнозувати їх результати та вибрати найбільш оптимальний. Концепція сталого розвитку з'явилася в результаті об'єднання трьох основних складових: економічної, соціальної й екологічної. Вона передбачає, що людина повинна брати участь у процесах, які формують сферу її життєдіяльності, сприяти прийняттю і реалізації рішень, контролювати їх виконання. Аналізу та моделюванню основних складових концепції сталого розвитку і присвячена дана монографія. Відповідальність за достовірність матеріалів несуть автори:

розділ I — О. Я. Ковальчук, М. І. Шинкарик (1.1), О. М. Мартинюк, С. В. Мартинюк, Г. Р. Генсерук (1.2 та 1.3);

розділ II — Н. В. Дзюбановська, О. Ф. Лесик, В. В. Маслій, Р. В. Ціщик, І. В. Домбровський;

розділ III — К. М. Березька, В. М. Неміш;

розділ IV — С. А. Пласконь, Г. В. Сенів (4.1, 4.2.1–4.2.3), К. М. Березька, В. В. Маслій (4.2.4), А. М. Алілуйко, В. О. Єрмоменко (4.2.5–4.2.7);

розділ V — Р. В. Руська, І. Я. Новосад.

Автори намагались дослідити важливі проблеми сьогодення, тому сподіваємося, що ознайомлення з монографією буде корисним для читачів. Дослідження містять дискусійні питання, тому чекатимемо на конструктивні зауваження.

## РОЗДІЛ 1. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ВИМІРІВ ГЛОБАЛЬНОГО СТАЛОГО РОЗВИТКУ

Багато проблем, з якими стикається світ сьогодні, є результатом нестабільного розвитку. Глобальні зміни клімату, діри в озоновому шарі, виснаження ресурсів, космічне сміття, зменшення біорізноманіття, недоїдання, вимираючі екосистеми, глобальна нерівність та ризик безпрецедентних ядерних воєн, ймовірно, є одними з найбільш відомих, але далеко не єдиними прикладами.

Основним питанням у вивченні проблем сталого розвитку є розробка стратегій, які б надали можливість уникнути екологічної та соціальної катастроф. Щоб краще зрозуміти проблеми сталого розвитку та прийняти правильні рішення, необхідні сучасні інструменти аналізу, які базуються на різних аналітичних, математичних та обчислювальних методах.

Традиційно дослідження проблем сталого розвитку мали тенденцію зосереджуватися на аспектах екологічного чи стійкого розвитку та ігнорували не менш важливі сфери. Зокрема, це проблеми несправедливого розвитку, крайня бідність і голодування, ресурсні війни, найчастіше за нафту. Проте в найближчому майбутньому вода також може стати предметом конфліктів, оскільки її дефіцит стає все більш екстремальним.

Сьогодні стійкість потрібно розглядати не як простий проект, який впроваджують різні фахівці з урахуванням інтелектуального управління ресурсами. Це парадигма, де майбутнє розглядається як баланс трьох його компонентів (економічних, соціальних та екологічних), а метою є розвиток і покращення якості життя. Сталий розвиток — це лише окреслена концепція, яка постійно змінюється та збагачується різними аспектами визначення цього поняття.

Дослідження проблем сталого розвитку проводились протягом не одного десятиліття. Однак, попередній аналіз мав тенденцію використовувати «м'які» підходи, які не потребують використання інструментів аналітичних, математичних або обчислювальних методів. Проте складність та інтерактивність отримання розв'язків багатьох взаємопов'язаних проблем сталого розвитку, які можуть бути використані при розробці компромісів та підтримці прийняття рішень у складних, невизначених умовах, потребують неодмінного застосування апарату математичних та обчислювальних методів.

Математичні моделі стійкості є результатом міждисциплінарних досліджень, які виконують постійно та послідовно. Немає загального методу розробки таких моделей, тому вітчизняні та зарубіжні вчені постійно пропонують нові інноваційні моделі та розробляють теоре-

## Моделі сталого розвитку

---

тичні концепції для обґрунтування вибору показників, що визначають рівень сталого розвитку.

Зокрема, моделюванням сталого розвитку у різні роки займались М. Херш (M. Hersh), Дж. Ремейер (J. Rehmeyer), В. Меллор (W. Mellor), Р. Кліфт (R. Clift), Р. Буланжер (P. Boulanger), Т. Брекет (T. Brechet), Т. Брекет (T. Brechet), М. Кіссінджер (M. Кіссінджер), W. Rees (В. Рейс), S. Faucheux (С. Фауче), D. Pearce (Д. Пірс), J. Proops (Дж. Пропс), В. Тодоров (V. Todorov), Д. Марінова (D. Marinova), Г. Малінецький (G. Malinetskiy), А. Потапов (A. Potapov), Б. Карпінський, І. Ляшенко, М. Згуровський, Н. Панкратова, М. Коробова, І. Горіцина, А. Васильків та багато інших науковців.

Велику увагу приділяють дослідженню питань сталого розвитку і на вітчизняних теренах. Так у 2006 році в структурі Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» було створено Українське відділення Світових центрів даних з геоінформатики та сталого розвитку (СЦД-Україна). Основним напрямом його діяльності є геоінформатика та сталий розвиток («Форсайт економіки України», 2015). Одним з вагомих досягнень СЦД стала розробка інформаційної платформи сценарного аналізу у вигляді математичного забезпечення вирішення задач передбачення щодо виявлення перспективних напрямів стратегічного розвитку на рівні великих підприємств, галузей та регіонів (Панкратова, 2011).

Хоча сталий розвиток може здаватися цілком нормативним процесом, на сьогодні серед науковців немає консенсусу щодо характеру та швидкості необхідних дій у цьому напрямку. Окрім того, існують суперечності щодо різних інтересів, які можуть бути порушені. Багато рішень, необхідних для забезпечення сталого розвитку, такі як зменшення викидів вуглекислого газу, вимагають високого рівня глобального консенсусу, який може бути сформований лише на основі строгих наукових фактів (знань). Вирішальне значення для отримання фактів мають саме математичні методи.

Побудувати ідеальну модель неможливо, тому важливо чітко враховувати невизначеність різних модельних компонент. Особливо це стосується моделей, що описують складні екологічні та соціальні системи, де часто доступна лише якісна та неточна інформація. Тому доцільним є використовувати різні методики моделювання для вирішення задач сталого розвитку, аналізу й прогнозування його основних вимірників та отримання достовірних і надійних результатів. Побудовані моделі можуть надати дуже важливу та корисну інформацію для соціальних інституцій та політиків.



### **1.1. Моделювання значущих вимірів сталого розвитку**

#### **1.1.1. Методологія розробки індикаторів сталого розвитку**

Соціальні показники, а отже, і показники сталого розвитку, є науковими конструкціями, основна мета яких — надання інформації для ефективного проведення державної політики. Їх корисність залежить від обраних компромісів між науковою стійкістю та жорсткістю, політичною ефективністю та демократичною легітимністю. При побудові показників сталого розвитку виділяють три важливих етапи: визначення різних вимірів, що лежать в основі концепції сталого розвитку, агрегування вимірюваних індикаторів у складні комплексні індекси та визначення ваг на різних рівнях ієрархії індикаторів. Загалом при визначенні рівня стійкості традиційно використовують індикатори чотирьох найбільш поширених концепцій сталого розвитку з точки зору основних складових (економіка, суспільство та навколишнє середовище), ресурсів та виробничих фондів (виробничий, природний, людський та соціальний капітали), добробуту людини (потреби, можливості) та норм (ефективність, справедливість, задоволеність тощо). Такий підхід передбачає побудову синтетичних показників, здатних при оцінюванні стійкості конкурувати з валовим внутрішнім продуктом (ВВП) і доповнювати його як індикатор розвитку.

Необхідність розробки надійних та відповідних показників для управління процесом сталого розвитку, яка у різні часи вивчалась науковцями, була визнана на конференції Організації Об'єднаних Націй в Ріо-де-Жанейро ще у 1992 р. Підтвердженням цього факту стали і низка розділів «Порядку денного на XXI століття» — програмного документа, узгодженого на цьому саміті. Пошук ефективних підходів до вимірювання стійкості став центральною темою з питань вироблення інформації, необхідної для прийняття рішень (Boulanger, 2008).

На сучасному етапі відомі показники (включаючи ВВП), які традиційно використовувались для оцінки стійкості систем, не можна вважати адекватними, відповідними та прийнятними для всіх учасників процесу розвитку.

#### **Показники як вимірники та синтетичні індекси**

Поняття показників спочатку використовували в суто науковому контексті соціологічного дослідження. Теоретичні (абстрактні) поняття відображали за допомогою очевидних змінних. Таким чином наукові гіпотези, що оперують цими поняттями, могли бути використані у ем-

## **Моделі сталого розвитку**

---

піричних дослідженнях. Вперше поняття «показник» використав Лазарсфельд у своїх працях про операціоналізацію соціологічних теорій (Lazarsfeld, 1958), де вперше були чітко визначені та проаналізовані різні етапи переведення понять в індекси. Показник є очевидною змінною, яка використовується для відображення неочевидної реальності.

Поняття «індекс» використовують для означення синтетичного індикатора, побудованого шляхом об'єднання інших, так званих «базових» показників. Більшість вимірників, які використовують у формуванні державної політики, фактично є показниками. Наприклад, ВВП, Індекс споживчих цін, фондові індекси, такі як промисловий індекс Доу-Джонса (Dow-Jones Index) та Індекс людського розвитку (Human Development Index, HDI) Програми розвитку Об'єднаних націй (United Nations Development Programme, UNDP). Невдовзі після публікації статті Лазарсфельда набув популярності термін «соціальний індикатор» як вимірник суспільних надбань та вимірник у сфері публічної політики.

Термін «індикатор» фактично мав два смислових значення. Перше — це поняття статистики в оригінальному значенні цього слова, тобто методичне дослідження соціальних фактів кількісними процесами (класифікація, підсумовування, кількісні описи, переписи) з метою надання інформації та допомоги урядам у прийнятті ефективних рішень.

Друге значення термін «індикатор» набув у результаті появи численних рухів щодо соціальної та медичної реформ під час промислової революції. На початку XIX століття філантропи (зазвичай лікарі або священнослужителі) використовували статистичні дані про житло та умови життя, доходи, алкоголізм, в'язниці тощо з метою реформування суспільства і поліпшення становища непривілейованих (Lazarsfeld, 1958).

Починаючи з 60-х років XX століття поняття «соціальний показник» протягом кількох десятиліть не використовувалось як соціальний індикатор. Лише у 2000-х цей термін отримав нове значення у контексті вимірювання добробуту та людського розвитку, а пізніше і поняття стійкості та сталого розвитку. Низка дослідників, серед яких Гадрі та Джані-Кетрице (Gadrey et al., 2003), Пеппе (Perret, 2002) та Шарп (Osberg et al., 2002) висловлювали думку, що визначати рівень сталого розвитку лише на основі значення ВВП є нераціональним, принаймні потрібно доповнити його більш адекватним синтетичним вимірником благополуччя.

### **Найбільш поширені індикатори сталого розвитку**

Індекс людського розвитку, ІЛР (Human Development Index, HDI)

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

створений Об'єднаною програмою розвитку ООН (ПРООН), зокрема на основі наукових праць Сена (Sen, 1999). Цей індикатор консолідує три основних показника: тривалість життя при народженні, дохід та рівень освіти, що вимірюється рівнем грамотності дорослих у поєднанні з прогнозованим рівнем освіченості дітей шкільного віку.

**Індекс сталого економічного добробуту** (Index of Sustainable Economic Welfare, ISEW) — монетарний індекс, тобто ВВП, скоригований на кілька пунктів щодо нерівності отримання доходів, мобільності, дорожньо-транспортних пригод, забруднення повітря та води, шуму, втрати природних екосистем, виснаження запасів не відновлюваних ресурсів, боротьби з глобальним потеплінням та ерозії озонового шару. З іншого боку, неоплачувана домашня робота та витрати на охорону здоров'я й освіту складають позитивний внесок у добробут.

**Індекс справжнього прогресу** (Genuine Progress Indicator, GPI) вперше почав розраховувати для Сполучених Штатів Каліфорнійський інститут «Переосмислення прогресу» у 1995 році. Фактично це дещо змінений ISEW, який враховує позитивний внесок добровільної праці, товарів тривалого використання і транспортної інфраструктури та негативний ефект від окремих додаткових витрат, таких як витрати на розвиток сім'ї, безробіття, втрату вільного часу та природних територій тощо.

**Міра внутрішнього прогресу** (Measure of Domestic Progress, MDP) є похідним індексом від ISEW і близьким до GPI, його своєрідною британською версією. Його специфіка полягає в тому, що він враховує витрати на оборону і витрати домашніх господарств на охорону здоров'я та освіту, а також екологічні витрати.

**Індекс економічного добробуту** (Index of Economic Well-being), створений Шарпом (Sharpe) та Осбергом (Osberg et al., 2002), складається з чотирьох середньозважених показників:

- основних синтетичних вимірників потоків споживання в широкому сенсі цього терміну;
- запасів багатства (економічних, людських та екологічних);
- економічної нерівності та бідності;
- економічної незахищеності (оригінальний вимір, що враховує економічні ризики, пов'язані з безробіттям, хворобами та неповними сім'ями).

Економічні та соціальні аспекти відіграють дуже важливу роль, зокрема щодо екологічних проблем.

**Індекс добробуту людини** (Human Well-being Index, HWI) — один із показників (разом з індексом збереження екосистем — Ecosystem

## Моделі сталого розвитку

Well-being Index, EWI), запропонований Прескотт-Алленом у книзі «Благополуччя народів» (Prescott-Allen, 2001). Він складається з декількох основних показників, що стосуються здоров'я (очікуваної тривалості життя) та сімейного життя (стабільність у сім'ї), доходів та ступеня задоволення основних потреб, здоров'я економіки (інфляція, безробіття, заборгованість), рівня освіти, засобів комунікації (включаючи телефон та Інтернет), політичні та громадянські права, стан миру або збройних конфліктів (внутрішніх чи зовнішніх), злочинність та рівність.

З вище перерахованих спроб створити адекватний індикатор сталого розвитку лише Індекс розвитку людського потенціалу, розроблений ПРООН, отримав широке практичне застосування. Всі інші, включаючи Індекс сталого економічного добробуту, розроблений Далі та Коббом (Daly, 1990), Індекс справжнього прогресу (Talberth et al., 2006), Міру внутрішнього прогресу (Jackson, 2004), Індекс економічного добробуту (Osberg et al., 2002 p.), Індекс людського добробуту (Prescott-Allen, 2001 p.), не були визнані широким загалом як ефективні вимірники стійкості.

Індекс людського розвитку є достатньо відомим, зокрема завдяки тому, що його ефективність визнав лауреат Нобелівської премії з економічних наук Амартья Сен (Sen, 1999).

Основні етапи побудови індикаторів стійкості (рис. 1.1.1)

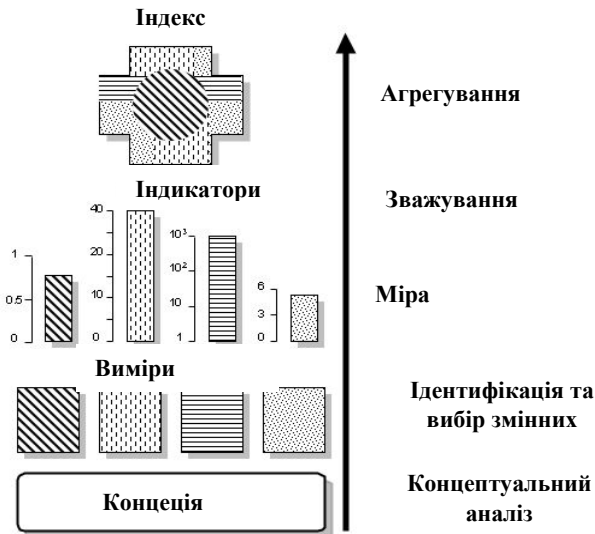


Рис. 1.1.1. Послідовні фази побудови показників за Лазарсфельдом

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

---

Джерело: (Boulanger, 2008)

### 1. Визначення вимірів відповідно до концепції

Перша фаза полягає у визначенні різних вимірів, що відображають багатовимірні поняття концепції. Поняття бідності, наприклад, охоплює матеріальний, соціальний та культурний виміри. Матеріальний вимір сам по собі багатогранний. Він включає фінансові компоненти (доходи, рівень заборгованості, додаткове фінансове навантаження) та нефінансові (здоров'я, житло, права). Кожен з цих матеріальних вимірів є складним. Дохід, наприклад, може вимірюватись у грошовій та негрошовій формах. Окрім того, регулярний чи нестабільний характер доходів має вагоміше значення, ніж рівень доходів за окремий період.

### 2. Вибір індикаторів, що відповідають вимірам

На наступному етапі різні виміри реструктуруються на змінні, окремі з яких будуть зберігатись як показники, оскільки їх простіше виміряти. Незважаючи на те, що вибір показників часто базується на оцінці обмежень спостереження та вимірювань, він завжди відповідає теоретичним припущенням. Наприклад, кого вважати бідним: тих, що не мають мінімального доходу для забезпечення необхідних потреб чи тих, що мають значно менший дохід, ніж інші.

У першому випадку межу бідності розраховують як суму, необхідну для задоволення потреб, які вважаються важливими. У другому випадку вимірювання бідності полягає у встановленні еталонного рівня (визначається середнім або медіаною) та порівнянні з ним емпіричних значень домогосподарств чи індивідуумів за відповідною шкалою.

### 3. Вимірювання показників

Після визначення показників їх необхідно виміряти та визначити точність, просторову, часову та інші шкали, які будуть використані для дослідження. Найчастіше індикатори мають різну точність і вимірюються у різних одиницях, що ускладнює процес агрегування вимірювань у синтетичний індикатор. Наприклад, поняття соціального статусу, який базується на таких показниках, як тривалість навчання, рівень освіти, дохід та тип роботи, є міксом кількісних (дохід), порядкових даних (рівень освіти) та номінальних (робота). При проведенні емпіричних досліджень зазвичай доводиться змінювати шкали вимірювання, використовуючи простіші рівні значень показників, що спричиняє втрату інформації.

## Моделі сталого розвитку

---

### 4. Обчислення індексів на основі вимірювань

Остання операція, важлива в контексті застосування наукової концепції при проведенні емпіричних досліджень, полягає в об'єднанні різних показників у синтетичний індикатор. Під час тестування наукової гіпотези (окрім випадку соціальних показників) лише синтетичний показник вважається значущим. Необхідною умовою легітимності агрегування є співвимірність показників. Це стосується таких монетарних показників, як ВВП, індекс цін тощо. Якщо ж не існує загальноприйнятої спільної одиниці вимірювання, такого як валюта, різновимірні показники мають бути стандартизовані.

### Стандартизація

Є кілька видів стандартизації, кожна з яких цілком придатна.

Статистична стандартизація полягає у перетворенні значень змінних таким чином, щоб їх середнє значення дорівнювало нулю:

$$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma},$$

де  $\bar{x}$  — середнє,  $\sigma$  — середньоквадратичне відхилення (Ковальчук, 2016).

Цей тип стандартизації застосовують до великої кількості статистичних моделей, однак, не в контексті соціальних показників, оскільки кожне нове спостереження передбачає новий розрахунок середнього значення та зумовлює нову стандартизацію.

Емпірична стандартизація може бути виконана за допомогою різних методів. Одним із найбільш поширених з них полягає у використанні в якості основи для розрахунку базового періоду (наприклад, року, коли почався статистичний огляд) і вираження всіх наступних значень у відсотках відповідних відхилень від початкового значення. Цей підхід корисний для аналізу з точки зору оцінки прогресу початкової ситуації. Інший метод полягає в присвоєнні значення 0 (min) спостереженню, що відповідає найгіршому випадку і 1 (або 10, 100) тому, що містить найкращий результат (max). Всі проміжні значення розраховують за формулою

$$Y = X - \frac{\min}{\max - \min}$$

таким чином, щоб усі значення знаходились у межах проміжку від 0 до 1 (або 10, 100 і т.д.). Основною проблемою такого типу стандартизації є мінливість мінімальних та максимальних значень. Якщо нове

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

спостереження виявляється новим екстремумом, всі змінні повинні бути повторно стандартизовані.

Аксиологічна стандартизація — це процес, ідентичний емпіричній стандартизації з мінімальною та максимальною межами, за винятком того, що межі не визначаються базою даних (спостережуваними значеннями), а вибираються з урахуванням контексту явища чи його оцінки. Ситуації, яка потребує змін, присвоюється значення 0, і ситуації, яка розглядається як ідеальна (відповідає або не відповідає стратегічній цілі), присвоюється значення 1.

Математична стандартизація полягає у застосуванні математичного перетворення (функції) до даних таким чином, щоб вони залишалися у межах між нижньою та верхньою границями (наприклад, -1 та +1 або 0 і 1). Логістичні та гіперболічні дотичні функції найчастіше використовують у цих цілях. Проте такі маніпуляції не рекомендовані для соціальних показників, оскільки дещо спотворюють початковий розподіл, але головним чином тому, що не є зрозумілими для непрофесійного користувача. Вибір методу та екстремальних меж, які використовуються для стандартизації, не залежить від змісту та використання показників. Ряд авторів. (Bouyssou et al., 2000) наводять приклади спотворень результатів досліджень внаслідок незначних відмінностей у виборі базового значення. Наприклад, однією з трьох компонентів Індексу людського розвитку є очікувана тривалість життя при народженні. Спостережувані значення стандартизовані з нижньою та верхньою межами відповідно 25 та 85 років. Якщо в якості верхньої межі обрати 80 років, а не 85, інтервал між максимальним та мінімальним значенням зміниться від 60 до 55 (зменшиться на 9%). 55-річна очікувана тривалість життя буде оцінена як 0,545 на відміну від попередніх 0,50 (на 9% більше). Якщо інші компоненти індексу не змінилися, то результат буде збільшеним на 9% від ваги очікуваної тривалості життя при розрахунку загальної кількості. Отже, необхідний загальноприйнятий підхід до вибору екстремальних значень таким чином, щоб вони відповідали цілям дослідження (Boulanger, 2008).

Агрегування — це операція, яка полягає у стисненні інформації, що задовольняє певній умові (критерію), в один окремий квант інформації. При цьому постає питання надання ваг критеріям, що складають індекс, та встановлення взаємозв'язку між показником та його складовими.

Проблема зважування є вирішальною та достатньо складною. Вона полягає в приписуванні ваги, а значить, і конкретної вартості для

## Моделі сталого розвитку

різних вимірів концепції. Наприклад, у випадку визначення індексу бідності матеріальному виміру можна надати більшу вагу, ніж соціальному (ізоляція, відчуження) або культурному аспекту.

Виміри та індикатори, що складають індекс, можуть бути представлені у вигляді деревовидної діаграми. Обчислювальний індекс є стоволом дерева, а кожна гілка, що представляє один з вимірів, у свою чергу розбивається на підгілки, що закінчуються листям, яке представляє фактичні (виміряні) показники.

На рис. 1.1.2 наведено приклад такої схеми дерева, де концепція сталого розвитку поділена на три виміри, що відповідають відомим економічним, соціальним та екологічним сферам.

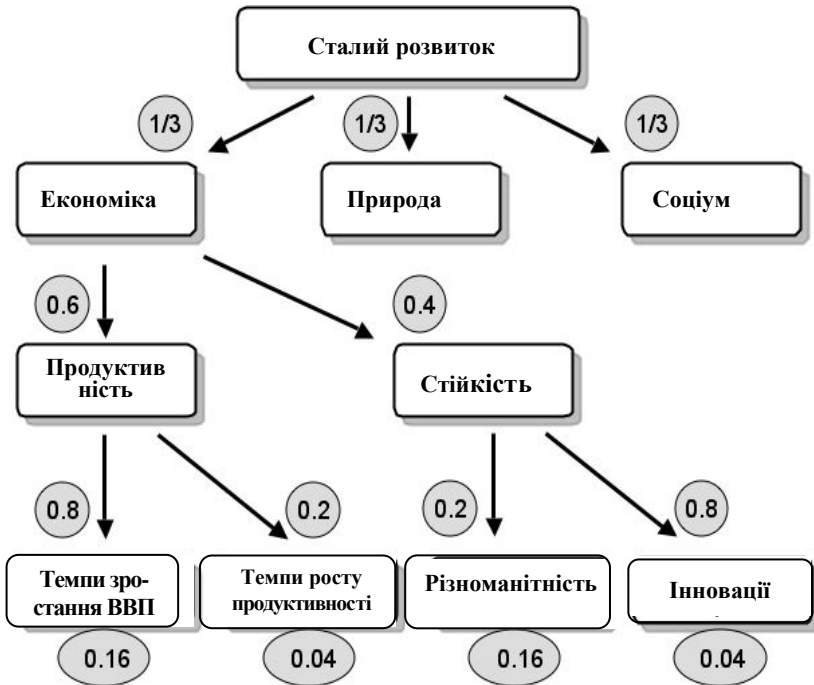


Рис. 1.1.2. Діаграма дерева вимірів та індикаторів

Джерело: (Boulanger, 2008)



## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

Далі розгалужується лише економічна галузь з двома складовими вимірами — продуктивністю та стійкістю. Продуктивність оцінюється за допомогою двох показників — темпів зростання ВВП та продуктивності. Стійкість також породжує два аспекти — різноманітність та інновації. Каскадний ваговий процес ілюструється кінцевою вагою кожного показника, яка є добутком власної ваги та всіх попередніх ваг.

### **Побудова показників та багатокритеріальне прийняття рішень**

Описаний вище аналіз ієрархічного дерева нагадує окремі способи прийняття рішень з множинними атрибутами, які використовують один і той самий тип дерева рішень — метод АПП, або аналітичний ієрархічний процес (Analytical Hierarchy Process, АНП). Процес побудови показників є, по суті, проблемою рішень із множинними критеріями або багатокритеріальними рішеннями (Bouyssou et al., 2000). Він складається з набору  $C = \{C_1, \dots, C_n\}$  цілей або критеріїв, які потрібно враховувати (наприклад, ціна, безпека, продуктивність) та скінченного набору  $S = A = \{A_1, \dots, A_m\}$  альтернативних засобів для досягнення цих цілей або відповідностей цим критеріям та множини  $W = \{W_1, \dots, W_n\}$  (можливо порожньої) вагових коефіцієнтів критеріїв  $C$ , таких що

$$\sum_{i=1}^n W_i = 0.$$

Прийняття рішення означає впорядкування  $m$  альтернатив на основі обраного єдиного критерію, який складається з  $n$  агрегованих цілей (критеріїв) або кількох різних критеріїв (багатокритеріальний підхід) для вибору оптимальної альтернативи (Boulanger et al., 2003).

Підхід полягає у формуванні матриці альтернатив (критеріїв), що складаються з оцінок, наданих експертами для кожної альтернативи, оскільки вона стосується кожного критерію. Інтерпретація значень елементів матриці дає можливість отримати градацію різних альтернатив і визначити оптимальну. У випадку багатокритеріального (агрегатного) підходу матриця буде вектором, що містить лише одне значення для кожної альтернативи.

Щоб визначити країну, яка є найефективнішою з точки зору сталого розвитку, потрібно спочатку визначити набір економічних, соціальних та екологічних показників, зібрати відповідні дані протягом певної кількості років та вивчити результати різних країн з точки зору сталого розвитку. Це фактично проблема прийняття рішень, де критеріями ви-

## **Моделі сталого розвитку**

---

бору є показники класифікації альтернатив (країн), які можуть бути зваженими та агрегованими або, принаймні, синтезованими.

Методи та інструменти, розроблені для надання допомоги у прийнятті рішень, можуть однаково застосовуватись як до зважених критеріїв, так і до сукупності альтернатив сталого розвитку. Однак, визначення показників стійкості є питанням колективного рішення, а отже і соціального вибору. Саме в цьому контексті і доцільно розглядати це питання.

### **Зважування**

Якщо методи стандартизації та агрегування супроводжуються серйозними теоретичними та практичними труднощами, стосовно зважування виникають переважно наукові та демократичні проблеми. Рациональне обґрунтування використовуваних вагових коефіцієнтів є складним (Perret, 2002). Важко прийняти рішення, які з складових (соціальної, економічної чи екологічної) надати більшої ваги. Сучасні наукові теорії не можуть обґрунтувати жоден вибір.

Низка вчених висували пропозицію взагалі відмовитись від ідеї зважування та використовувати багатокритеріальні та багатозадачні аналітичні методи. Однак, кожне рішення, індивідуальне чи колективне, приймається з врахуванням окремих індивідуальних критеріїв, зазвичай підсвідомих та прихованих, таких як вибір між сьогоdnішнім та завтрашнім, нами або ними, економічним зростанням або захистом навколишнього середовища, зайнятості або якості життя тощо. У сфері державної політики, а отже і при обчисленні ІЛР ваги є відображеннями або наслідками відносної сили різних соціальних груп. Але вимоги сталого розвитку фактично передбачають оцінку цих довільних виборів у контексті демократичних дебатів та у світлі етичних та наукових критеріїв. Тому на політичному порядку денному сьогодні оцінка цих виборів і ваг, які є складовими життя в суспільстві, необхідність побудови синтетичних показників для сталого розвитку.

Метою соціальних показників є оцінка загального розвитку суспільства, а не лише інформування уряду, хоча офіційні доповіді адресовані уряду, і це дає можливість громадянському суспільству оцінювати державну політику. На відміну від офіційної статистики, соціальні показники мають стати інструментом демократичної оцінки та управління владою.

### **Виміри сталого розвитку**

Для вибору індикаторів, які можна вважати вимірами сталого розвитку, потрібно сформулювати загальноприйнятту концепцію сталого розвитку, що визначає тип об'єктів, яких вона стосується. Проте, на

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

поточний момент у цьому питанні відсутній консенсус. Одним із визначень стійкості є задоволення потреб і прагнень сучасного та майбутніх поколінь («Brundtland Report», 1987), що чітко стосується людей та їх благополуччя. Сьогодні відомо багато різних підходів до вибору набору показників оцінювання сталого розвитку. Усі їх можна узагальнити до чотирьох основних класів об'єктів дослідження: соціально-природний сектор (системи), ресурси, люди, стандарти.

Крім того, у словосполученні «сталий розвиток» акцент може бути поставлений як на перше, так і на друге з цих слів. Наприклад, Порядок денний на XXI століття наголошує на сталості («The Hague Agenda», 2000). У таблиці 1.1.1 представлено області вимірів сталого розвитку як функції чотирьох визначених об'єктів та пари розвиток і сталий розвиток. Останній рядок таблиці вказує на інституційний рівень, для якого описаний підхід виглядає найбільш придатним. Більшість систем індикаторів, побудованих у міжнародних установах або країнах, базуються на кількох парадигмах. Жоден список не обмежується лише однією точкою зору (Boulanger et al., 2003).

*Таблиця 1.1.1. Простір вимірів сталого розвитку*

	<i>Системи секторів</i>	<i>Ресурси капіталу</i>	<i>Люди</i>	<i>Норми</i>
<b>Розвиток</b>			благополуччя можливості функції	ефективність участь свобода тощо
<b>Сталий розвиток</b>	рівновага відсутній зв'язок коеволюція тощо	реальні заощадження екологічний слід максимальний стійкий вихід		власний капітал ефективність стійкість розсудливість
<b>Рівень</b>	держава регіон	держава планета	цивілізація	локально- глобальний

Джерело: (Boulanger, 2008)

Секторальний підхід був використаний при найбільшій кількості спроб визначити показники сталого розвитку. Вибір вимірів обмежується відомими «стовпами» сталого розвитку — економікою, соціумом та еко-

## Моделі сталого розвитку

---

логією, які розглядаються окремо. Цей підхід зосереджений на стійкості у сенсі рівноваги у розвитку кожної з цих галузей, однак практично не передбачає аналізу аспекту розвитку. Розвиток за замовчуванням включається в економічне зростання разом з певними соціальними умовами (не надто багато безробіття, невисока ступінь соціального забезпечення тощо), певними екологічними умовами (якість повітря та води, забруднення). Ця концепція сталого розвитку, ймовірно, є найближчою до домінуючих політичних та ідеологічних уявлень, що пояснює її широке визнання в політичних та промислових колах у багатих країнах.

Такий підхід зберігає баланс між показниками економічної, соціальної та екологічної сфер і забезпечує рівновагу між важливими елементами. Однак, він не є несумісним з розрахунком відокремлених показників та використанням галузевих синтетичних індексів, таких як ВВП, в економічній сфері. Недоліком галузевого підходу є незначущість отриманих результатів в силу ігнорування реальних вимог сталого розвитку.

Ресурсний підхід також не враховує проблем розвитку. Він орієнтований на стійкість у сенсі обмеженого сталого використання природних ресурсів та збереження сукупного запасу продуктивного капіталу на душу населення, достатнього для майбутніх поколінь у сенсі виробництва товарів і послуг, необхідних для їхнього благополуччя. Майже всі екологічні синтетичні показники можуть бути включені в наступні категорії: екологічний слід (Chambers et al., 2000), Індекс екологічної стійкості (Environmental Sustainability Index of the World Economic Forum, 2002), Індекс добробуту екосистем (Ecosystem Wellbeing Index) (Prescott-Allen, 2001) тощо. Більшість з цих показників розглядають як перспективи «сильної стійкості», тобто можливість заміщення природного капіталу техногенним.

Індикатор справжньої економії (Hamilton et al., 1999) базується на радикально протилежній гіпотезі. Цей монетарний індекс заснований частково на національних рахунках та спрямований на оцінку ступеня справжнього збагачення національної економіки. При обчисленні його значення як від'ємні складові враховуються валові національні заощадження, знецінення штучного капіталу, зниження вартості природних ресурсів, значення заподіяння шкоди навколишньому середовищу, а також зовнішній борг та як додатні — витрати на охорону здоров'я та освіти, які розглядаються як інвестиції в людський капітал. Додатне значення індикатора означає, що нинішні покоління не витрачають надмірну частку національного продукту та передають достатню про-

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

дуктивну спадщину для майбутніх поколінь. Таким чином, справжнє заощадження є виключно показником справедливості між поколіннями. Крім того, існує припущення про ідеальну взаємозамінність між трьома формами капіталу: природною, виробничою (або виробниками) та людьми (Boulanger et al., 2008).

Підхід з точки зору добробуту відповідає визначенню розвитку. Це підхід, орієнтований на людей, їх потреби та благополуччя. Розвиток розглядається як збільшення добробуту для максимально можливої кількості людей сьогодні і в майбутньому. Підхід, заснований на добробуті, не обов'язково означає прийняття утилітарної програми, яку передбачає економіка добробуту. Теорія А. Сена (Sen, 1999) заснована на благополуччі як здатності діяти та отримувати досвід задоволення (благополуччя) і розрізняє можливості та функціонування. Її філософський контекст дуже далекий від утилітаризму. З цієї причини Сен був першим визнаним економістом, який запропонував багатовимірне бачення розвитку, спрямованого не на економічне зростання чи збільшення грошових доходів, а на збільшення реальної свободи для досягнення своїх цілей.

На думку Сена, добробуту людей сприяє не кошик споживчих товарів, до якого вони мають доступ, а й сама можливість обирати товари з відповідними характеристиками — фізичними, ментальними та соціальними, а також зовнішні обставини. Ці три фактори визначають поняття, яке Сен називає функціонуванням (Saith, 2001).

Можливості ж визначають здатність індивідів діяти відповідно до власних цілей та цінностей. У цьому ракурсі розвиток, у принципі, полягає в розширенні можливостей, доступних для людей, а отже, і спектру бажаних життєвих виборів, доступних для людей.

На основі підходу з точки зору добробуту було зроблено багато спроб побудувати синтетичні показники стійкості: монетарний індекс, Індекс справжнього прогресу, міру внутрішнього прогресу, Індекс економічного добробуту тощо. Жоден з цих показників, за винятком монетарного індексу, не враховують аспект сталого розвитку.

Описані вище підходи розглядають сталий розвиток з точки зору соціуму, економіки та зовнішнього середовища і базуються на ресурсах та добробуті. Однак, існує і процедурний підхід, який вивчає питання сталого розвитку у ракурсі нормативних засадах. З цієї точки зору будь-яка форма соціальної дії, що задовольняє цим нормам та/або процедурам, розглядається як стійкий розвиток. У такому сенсі поняття «розвиток» вимірюють як повагу до стандартів ефективності, участі

## Моделі сталого розвитку

---

та свободи. Сталий розвиток визначається власним капіталом, ефективністю, стійкістю та обачністю (застереження та запобігання). Вибір цих характеристик, безумовно, є дискусійним та потребує поглибленого вивчення. Нормативний підхід передбачає, що участь не може обмежуватися лише правом голосу. Громадяни повинні мати можливість отримувати інформацію про будь-яке прийняте рішення, що може вплинути на їхнє життя на всіх рівнях та у всіх сферах, включаючи економічні питання (Boulanger et al., 2008).

Стандарти стійкості розглядають дві форми справедливості, що складають сталий розвиток. Отже, розвиток, який не забезпечує рівних можливостей для всіх поколінь, не можна вважати більш стійким, ніж розвиток, який допускає вичерпування ресурсів, необхідних для майбутніх поколінь. Тому ефективність не можна ототожнювати лише з економічною ефективністю, як це визначається процедурами аналізу витрат/вигод або витрат/ефективності. Це загальна ефективність з врахуванням обмежень на використання всіх ресурсів — природних, людських, соціальних та культурних. Вимога подвійної справедливості нівелює інші норми. Тому для забезпечення дійсної справедливості потрібно забезпечити раціональне використання ресурсів, бережливе ставлення, виконання принципів запобігання та застереження, щоб забезпечити життєздатність систем тощо.

Нормативний підхід має перевагу перед іншими щодо адекватності всіх рівнів дій та різних типів об'єктів. Такий підхід може бути застосований при оцінці проектів та програм, для бізнесу та побудови моделей виробництва і споживання, національної економіки тощо. Однак, при використанні такого підходу важко підібрати адекватні виміри та спостережувані показники. Тому його рідко використовують для формування наборів індикаторів, за допомогою яких можна виміряти справедливість, ефективність або участь. Поодиноким прикладом розробки системи показників на основі нормативного підходу є набір показників сталого розвитку, прийнятий Швецією (Nyman, 2003), який базується на чотирьох наступних постулатах: ефективність, рівність/участь, адаптованість, цінності та ресурси для майбутніх поколінь.

Незважаючи на труднощі у його впровадженні, нормативний підхід має свої переваги, зокрема, він базується на достатньо жорстких теоріях справедливості (Barry, 1999, Holland, 1999). Ще однією перевагою є те, що він зосереджений на суб'єктах розвитку, проектах та

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

політиці, яка базується на справжніх основах концепції сталого розвитку — справедливості та рівності.

З врахуванням чотирьох аспектів, розглянутих вище, лише концепції, що базуються на нормах, можна вважати завершеними, оскільки вони є такими ж важливими для розвитку, як і для на сталості. На практиці різноманітні підходи переплітаються. І з цієї точки зору комбінація добробуту та збереження ресурсів є найкращим компромісом для розробки інформаційної системи сталого розвитку. На цій підставі ієрархія (схема дерева) може бути обґрунтована, з одного боку, синтетичним індикатором добробуту та всіма його компонентами, а з іншого — синтетичним індикатором навколишнього середовища, кожен з яких деагредований на основні показники. Однак, існує велика ймовірність, що ці дві групи індексів (індекси людського розвитку та синтетичні індекси навколишнього середовища) будуть розвиватися в протилежних напрямках (Cherchue, 2006), про що свідчить таблиця 1.1.2 коефіцієнтів кореляції Спірмена.

*Таблиця 1.1.2. Коефіцієнти кореляції між соціально-економічними та екологічними показниками*

	<b>HDI</b>	<b>HWI</b>	<b>HALE</b>	<b>EWI</b>	<b>EF</b>	<b>ESI<sub>1</sub></b>	<b>ESI<sub>2</sub></b>
<b>HDI</b>							
<b>HWI</b>	0,9538						
<b>HALE</b>	0,9467	0,901					
<b>EWI</b>	-0,2421	-0,2362	-0,2775				
<b>EF</b>	-0,9058	-0,8789	-0,8388	0,2746			
<b>ESI<sub>1</sub></b>	0,7	0,969	-0,201	0,1488	-0,1244		
<b>ESI<sub>2</sub></b>	-0,2654	-0,1873	-0,2521	0,928	0,3022	0,2431	

HDI — Індекс людського розвитку, HWI — Індексу добробуту населення, HALE — індексу очікуваної тривалості життя, EWI — індекс збереження екосистем, EF — екологічний слід, ESI<sub>1</sub> та ESI<sub>2</sub> — показники екологічної стійкості: індикатор стану та показник тиску відповідно.

Існує щільна зворотна кореляція між EF та трьома показниками людського розвитку. Слабка зворотна кореляція спостерігається і між цими ж показниками людського розвитку та EWI і ESI<sub>2</sub>. Однак різні соціально-економічні показники та екологічні індикатори (окрім EWI та EF, які розвиваються в протилежних напрямках) додатно корелюють між собою. Цей факт свідчить про можливість наявності невідповідності чи навіть протиріччя між виконанням соціально-економічних

## **Моделі сталого розвитку**

---

цілей та окремими вимогами щодо справедливості між поколіннями. Тому на сьогодні актуальною є проблема поглибленого вивчення протиріч, які спричиняють синтетичні показники сталого розвитку, а також пошук причин їх виникнення та формування нових наборів адекватних вимірюваних індикаторів для їх обчислення.

Найвагоміші, дієві та надійні соціальні показники відображають соціально значущі цілі та цілі політики. Їх розробляють на основі загальноновизнаних технічних методологій.

У цьому відношенні наука загалом і суспільні науки зокрема відіграють важливу роль. Місія науки полягає у вивченні та аналізі ефективності відомих показників сталого розвитку та максимально широкому поширенні результатів проведених досліджень. Отримані висновки повинні зацікавити широку громадськість та різні спільноти, здатні контролювати наслідки своїх дій у глобальному масштабі в умовах нових викликів глобалізації та стрімкого розвитку технологій. Це завдання, як ніколи, вимагає нагального вирішення.

### ***1.1.2. Аналіз основних вимірів сталого розвитку***

Сталий розвиток — загальна модель суспільства, яка передбачає дотримання балансу між задоволенням сучасних потреб людства і захистом інтересів майбутніх поколінь, зокрема безпечне та здорове середовище існування (Butlin, 1987). Це керований розвиток, основою якого є системний підхід та сучасні інформаційні технології, що дають змогу швидко та якісно моделювати різні можливі варіанти розвитку, з високою ймовірністю прогнозувати їх результати та приймати найбільш дієві рішення.

Питання вибору оптимального варіанта розвитку є важливим для кожної країни, оскільки розвиток економіки пов'язаний з природними обмеженнями (Гринів, 2001). Однак, існують країни, для яких виживання — єдина стратегічна мета. Такі країни провокують загрози та виклики міжнародній безпеці. Близькість сусідніх держав створює екологічні ризики. Стрімка глобалізація сприяє утворенню та загостренню економічних та соціальних небезпек. Тому досягнення сталого розвитку регіонів є надзвичайно важливою проблемою. Напрямок сталого економічного розвитку обрали ряд розвинених держав, серед них США, Японія, країни Європейського Союзу (Шевчук, 2006).

### **Міжнародні критерії оцінки рівня життя**

Сучасне розуміння терміну «рівень життя» — це не лише характеристика економічного добробуту населення, виміряна як реальний



## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

дохід на душу населення та кількість населення за межею бідності. Це поняття включає й різноманітні неекономічні чинники — соціальні, політичні, культурні, інноваційні, екологічні та інші. Сьогодні важливим є не лише виживання, а, насамперед, якість та безпека, гідне існування, рівні можливості для всіх, добробут населення, рівень людського розвитку та нагромадження людського капіталу.

Суспільство XXI століття вважають високорозвинутою цивілізацією, однак 1,2 мільярда людей у світі змушені жити не більше, ніж на \$ 1,25 на день. За даними Програми розвитку Організації Об'єднаних Націй (ПРООН) у злиднях живуть майже 1,5 мільярда чоловік у 91 країні, що розвиваються («Глобальний сайт ООН», 2016). Вони позбавлені можливостей у галузі охорони здоров'я, освіти та гідного рівня життя. У цілому масштаби зубожіння скорочуються, однак майже 800 мільйонів людей у світі ризикують опинитись за межею бідності.

Одним із найбільш авторитетних рейтингів серед багатьох міжнародних показників, за допомогою яких вимірюють рівень розвитку людського потенціалу окремої країни, є Індекс людського розвитку (ІЛР). Його розробили, щоб ствердити, що люди та їхні можливості мають стати остаточним критерієм оцінки розвитку країни, а не лише її економічного зростання. Аналіз ІЛР може виявити окремі не вирішені питання та необхідність прийняття кардинально нових рішень у сфері соціальної та національної політики країни.

На сьогодні Індекс людського розвитку є найбільш популярним серед основних критеріїв, за якими оцінюють рівень життя в країні чи регіоні. Це узагальнений показник, який розраховують на основі середньостатистичних даних окремих країн. Він не враховує внутрішньої нерівності. Окрім нього, використовують ще ряд показників для визначення рівня розвитку людського потенціалу. Це Індекс людського розвитку, скоригований з урахуванням соціально-економічної нерівності (ІЛРН); Індекс гендерної нерівності (ІГН) та Індекс багатомірної бідності (убогості) населення (ІУН).

Індекс людського розвитку (Human Development Index, HDI) — класичний засіб для узагальненого порівняння рівня життя різних країн і регіонів світу. До 2013 року він носив назву Індекс розвитку людського потенціалу (ІРЛП). Є варіант оригінального перекладу терміну Human Development Index як Індексу гуманітарного розвитку (ІГР).

Індекс введений групою пакистанських економістів під керівництвом Махбубом-уль-Хака (Mahbub ul Haq). Сучасного вигляду показ-

## Моделі сталого розвитку

---

ник набув у 90-х роках минулого століття після багаточисельних доопрацювань його концептуальної структури групою економістів під керівництвом Амартія Сен (Bossel, 1999). Даний індекс використовують для порівняння життя громадян різних країн та регіонів.

Щорічно індекс розраховують експерти Програми розвитку Організації Об'єднаних Націй спільно з групою незалежних міжнародних експертів для міждержавного порівняння основних характеристик людського потенціалу досліджуваної території і використовують у рамках спеціальної серії доповідей ООН про розвиток людини («Human Development Reports», 2016). Доповідь дає можливість оцінити в порівнянні і довгостроковій перспективі рівень життя населення 187 країн світу.

Доповіді про розвиток людського потенціалу готують на різних рівнях: регіональному, національному та міжнародному. У підсумковій доповіді при визначенні місця країни у світовому рейтингу враховують практично всі основні показники рівня життя населення:

- рівень грамотності і освіти;
- тривалість життя;
- рівень народжуваності;
- рівень смертності;
- рівень ВВП на душу населення;
- індекс споживчих цін;
- кількість користувачів мобільного зв'язку та Інтернет;
- якість питної води;
- кількість ВІЛ-інфікованих;
- розвиток охорони здоров'я;
- споживання різних видів енергії;
- площа лісів;
- ступінь гендерної нерівності;
- становище в галузі прав людини;
- стан навколишнього середовища;
- рівень злочинності;
- рівень безробіття тощо.

Основну доповідь, що містить індекс (рейтинг) розвитку, готують тисячі фахівців у більш, ніж 600 проміжних доповідях. В основній доповіді визначаються чотири індекси: HDI — індекс розвитку людського потенціалу (сумарні вимірювання людського розвитку), GDI — гендерні питання (нерівність між чоловіками та жінками), GEM —

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

заходи з реалізації прав жінок, ІРР — індекс убогості населення (рівень бідності) («Human Development Reports», 2016).

На сьогодні розроблена і науково обґрунтована узагальнена система показників, що характеризує кількісні та якісні характеристики соціально-економічної диференціації соціального розвитку, що включає:

- коефіцієнт диференціації індексу розвитку людського потенціалу, який характеризує ступінь відмінності в соціально-економічному розвитку аналізованих країн, регіонів усередині країни, соціальних груп;
- коефіцієнт диференціації індексу здоров'я (довголіття), що показує, наскільки стан здоров'я в одній країні, регіоні кращій, ніж в іншому;
- коефіцієнт диференціації індексу освіти визначає ступінь перевищення рівня освіти населення в одній країні (регіоні або іншому об'єкті дослідження) над рівнем освіти (грамотності) населення іншої країни;
- коефіцієнт диференціації індексу доходу, який визначає ступінь економічної диференціації аналізованих країн або регіонів;
- коефіцієнт диференціації індексу смертності як показник відмінностей у стані здоров'я порівнюваних країн або регіонів;
- коефіцієнт диференціації рівня професійної освіти, що відображає відмінності в ступені охоплення навчанням другого і третього ступенів освіти в досліджуваних країнах або регіонах.

ІРР є узагальненим вимірником оцінки якості життя населення в окремій країні за трьома основними показниками: очікувана тривалість життя при народженні, рівень освіченості населення, рівень реальних доходів населення. Для його розрахунку спеціалісти використовують аналітичні розробки та статистичні дані національних інститутів і міжнародних організацій.

У залежності від значення ІРР країни прийнято класифікувати за рівнем розвитку: найвищий (42 країни), високий (43 країни), середній (42 країни) і низький (42 країни) рівень.

При розрахунку ІРР використовують не номінальний ВВП на душу населення, а саме ВВП, розрахований за паритетом купівельної спроможності. Курс головних світових валют, перш за все долара, по відношенню до більшості національних валют надто завищений у порівнянні з їх реальною купівельною спроможністю. Наприклад,

## **Моделі сталого розвитку**

---

курс долара щодо китайського юаня завищений майже у 8 разів. Про українську гривню та російський рубль наразі навіть не доводиться говорити. Це один із механізмів пограбування країн Третього світу та пострадянського простору державами західного капіталу, які задешево скуповують у слаборозвинених країнах їх товари, послуги, природні багатства і робочу силу, а свої товари та послуги продають дорожче (Ляшенко та ін., 2016).

Диспаритет валют означає, що реальний «розрив» у рівні життя розвинених країн (зокрема США) та слаборозвинених країн насправді є нижчим, ніж виражений через номінальний ВВП на душу населення. Тому цю обставину необхідно враховувати при визначенні реального рівня життя в країні.

### ***1.1.3. Моделювання показника Індексу людського розвитку як індикатора стійкості***

Методологію розрахунку ІЛР постійно уточнюють і вдосконалюють. Найбільші труднощі пов'язані з необхідністю отримання порівнянних показників за відсутності необхідної соціальної статистики в більшості країн, що розвиваються, а за окремими показниками і в країнах з перехідною економікою.

Індекс ІЛР, як зведений показник, розраховують як середньозважене декількох індексів (Lutz et al., 2011; Anand, 1994):

- очікувана тривалість життя як вимірник довголіття;
- рівень життя, оцінений через величину валового національного доходу (ВНД) на душу населення за паритетом купівельної спроможності у доларах США;
- рівень грамотності населення країни (середня тривалість отриманої освіти дорослим населенням) та очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку.

Довголіття характеризує здатність прожити довге і здорове життя, що є природним життєвим вибором і однією з основних універсальних потреб людини. Базовий показник довголіття — очікувана тривалість життя, яку вимірюють як середню тривалість майбутнього життя при народженні. Цей показник обчислюють окремо для чоловічого і жіночого населення та розраховують на основі статистичних даних про умовне покоління, що складається із сукупності людей різного віку, які померли у поточному році.

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

---

Очікувана тривалість життя одним числом виражає інтенсивність смертності населення окремо взятої країни (регіону тощо) у поточному календарному році — характеризує довголіття гіпотетичного новонародженого, який проживе все життя в умовах такої інтенсивності смертності.

Насправді за умов постійного вдосконалення системи охорони здоров'я та підвищення якості життя реальний новонароджений у поточному році проживе, в середньому, довше, ніж гіпотетичний.

Освіченість розглядають як здатність набувати та накопичувати знання, спілкуватися та обмінюватися інформацією. Характеристиками освіченості є грамотність дорослого населення та повнота його охоплення навчанням. Грамотність розглядають як здатність людини прочитати, зрозуміти і написати короткий простий текст, що стосується повсякденного життя.

Рівень грамотності дорослого населення (частка грамотних у віці 15 років і старше) є найважливішим базовим показником цього напрямку людського розвитку. Рівень грамотності характеризує реальне населення. Він є показником стану освіти і в деякій мірі залежить від грамотності населення напередні 10-20 років.

Для індустріальних країн з ринковою економікою рівень грамотності встановлюють рівним 99%. Враховуючи тенденції підвищення освітнього рівня і необхідність більш адекватного відображення відмінностей між індустріальними країнами, освіченість почали оцінювати комбінацією двох базових показників: рівнем грамотності дорослого населення та сукупною часткою учнів.

Останній показник розраховують як відношення загальної кількості учнів (зараховані) на всіх ступенях навчання (початкової, середньої, середньої спеціальної, вищої, післядипломної) незалежно від їх віку до загальної кількості населення у віці від 6 до 24 років.

Рівень життя характеризує доступ до матеріальних ресурсів, необхідних для гідного існування, включаючи ведення здорового способу життя, забезпечення територіальної та соціальної мобільності, обмін інформацією та участь у житті суспільства.

Рівень життя, на відміну від довголіття й освіченості, тільки відкриває можливості, що є у людини, але не визначає їх використання. Це засіб, що розширює можливість вибору, але не власне вибір. Рівень життя є непрямим індикатором можливостей.

Вибір базового показника, який би адекватно відображав даний напрямок людського розвитку, є серйозною проблемою. Ідеальний показник рівня життя повинен враховувати численні фактори. Зокрема, особистий дохід, розподіл доходів між верствами суспільства, на-

## Моделі сталого розвитку

---

копичену власність, доступ до земельних ресурсів і кредитів, розвиненість інфраструктури і механізм доступу до громадських фондів споживання (охорони здоров'я, освіти, транспорту, комунальних послуг і т.ін), індивідуальний стиль життя, розмір і структуру сім'ї, блага, вироблені в домашньому господарстві, природно-кліматичні та екологічні умови в місці проживання і тощо.

Оскільки в ІЛР об'єднані натуральні та вартісні показники, кожен з них індексується у межах від 0 до 1. Індекси визначають відхилення показників регіону від мінімальних і максимальних значень відповідних індикаторів. При розрахунках ІЛР для кожного з них встановлено фіксовані граничні значення.

Загальна формула переведення показника ( $x$ ) в індекс:  $x_{ind} = (x - \min(x)) / (\max(x) - \min(x))$ , де  $\min(x)$  і  $\max(x)$  — відповідно мінімальне та максимальне значення показника  $x$ .

Індекс людського розвитку конкретної країни обчислюють як середнє арифметичне наступних показників:

- індекс тривалості життя  $T_r = \frac{ST - 25}{85 - 25}$ ;
- індекс освіти  $O = 2/3 \times GR + 1/3 \times SC$ ;
- індекс грамотності дорослого населення  $G = 0,01 \times RG$ ;
- індекс сукупної частки учнів  $C = 0,01 \times SC$ ;
- індекс ВВП  $VVP_{ind} = (\log(VVP) - \log(100)) / (\log(4000) - \log(100))$ ,

де  $ST$  — середня тривалість життя,

$G$  — рівень грамотності дорослого населення у відсотках,

$C$  — сукупна частка учнів,

$VVP$  — ВВП на душу населення, розрахований за паритетом купівельної спроможності (у доларах США).

Загальний показник має діапазон від 0,001 до 1. Його розраховують для кожної країни. За величиною ІЛР визначають її місце у світовому рейтингу.

### Регресійна модель світового людського розвитку

За даними досліджень рівня життя населення 187 країн світу, здійснених Програмою розвитку Організації Об'єднаних Націй для формування доповідей ООН про розвиток людини за 2014 р. («Human Development Reports», 2014), проведено аналіз аналітичної моделі обчислення індексу людського розвитку. Дослідження виконано у середовищі програмного пакету Statistica, одного з найбільш популярних статистичних засобів для пошуку закономірностей, прогнозування, класифікації та візуалізації даних.

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

Специфікацію моделі (аналітичну форму економетричної моделі) запишемо у вигляді (Ляшенко та ін., 2016):

$$I = b_0 + b_1Tr + b_2VVP + b_3G + b_4SC + \varepsilon,$$

де  $Tr$  — очікувана тривалість життя,  $VVP$  — валовий національний дохід на душу населення,  $G$  — середня тривалість отриманої освіти дорослого населення,  $SC$  — очікувана тривалість навчання дітей шкільного віку.

З отриманих результатів регресійного аналізу випливає, що залежність між показником і факторами щільна ( $R^2 = 0,96$ ). Побудована лінійна регресія адекватно описує взаємозв'язок між показником і факторами. Вільний член та всі регресійні коефіцієнти є статистично значущими ( $p < 0,01$ ).

Отримано наступні точкові оцінки параметрів моделі:

- вільний член  $b_0 = -0,177857$ ;
- коефіцієнт (при незалежній змінній  $Tr$ )  $b_1 = 0,007333$ ;
- коефіцієнт (при незалежній змінній  $VVP$ )  $b_2 = -0,000045$ ;
- коефіцієнт (при незалежній змінній  $G$ )  $b_3 = 0,018173$ ;
- коефіцієнт (при незалежній змінній  $SC$ )  $b_4 = 0,015934$ .

Коефіцієнти  $b^*$  оцінюють за стандартизованими даними, що мають вибіркове середнє, рівне 0, і стандартне відхилення, яке дорівнює 1. Тому величини  $b^*$  дають змогу оцінити внески кожного фактора у прогнозування показника.

За підсумковою таблицею регресії побудуємо модель наступного вигляду:

$$I = -0,177857 + 0,007333Tr - 0,000045VVP + 0,018173G + 0,015934SC + \varepsilon.$$

Для оцінки значущості отриманих коефіцієнтів регресійного рівняння використаємо  $t$ -критерій Стьюдента. У пакеті STATISTICA значення  $t$ -критерію ( $t_p$ ) визначаються як відношення взятого за модулем коефіцієнта регресії до його стандартної похибки.

Обчислене значення  $t$ -критерію з рівнем значущості  $\alpha = 0,01$  і кількістю ступенів вільності  $df = 181$ ,  $t_t = 4,182$ . Порівняємо значення  $t_p$  і  $t_t$  для кожного з отриманих параметрів:

$$t_p = -8,31245 > t_t \text{ — для вільного члена } b_0;$$

$$t_p = 17,82288 > t_t \text{ — для коефіцієнта } b_1;$$

$$t_p = -2,35837 < t_t \text{ — для коефіцієнта } b_2;$$

$$t_p = 14,06631 > t_t \text{ — для коефіцієнта } b_3;$$

$$t_p = 10,97998 > t_t \text{ — для коефіцієнта } b_4.$$

Статистично значущими є коефіцієнти  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_3$  та  $b_4$ . Коефіцієнт  $b_2$  сформований під впливом випадкових чинників. Це пояснює той факт, що при розрахунку ІЛР використовують не номінальний ВВП на душу насе-

## Моделі сталого розвитку

---

лення, а ВВП, розрахований за паритетом купівельної спроможності із завищеним курсом долара. Тому фактор  $VVP$  можна виключити з моделі як неінформативний. Аналогічний висновок можна зробити, порівнюючи значення рівня значущості з прийнятим нами рівнем  $\alpha = 0,01$ . Для  $b_0, b_1, b_3, b_4$  показник імовірності випадкових значень параметрів регресії менший за 1% ( $0,01 \cdot 100\%$ ). Тому можна зробити висновок про те, що отримані коефіцієнти статистично значущі та надійні. Для  $b_2$  робимо висновок про випадковість його значення, оскільки  $\alpha = 0,19 \cdot 100\% = 20\% > 1\%$ . Це дає можливість розглядати  $b_2$  як неінформативний фактор. Його можна вилучити з рівняння для покращення моделі.

Вільний член  $b_0$  оцінює агрегований вплив інших (крім врахованих у моделі  $Tr, VVP, G, SC$ ) факторів на результат  $I$ . Коефіцієнти  $b_1, b_2, b_3, b_4$  вказують на те, що зі збільшенням на одиницю значень  $Tr, G$  та  $SC$  залежна змінна  $I$  збільшується на 0,007333, 0,018173 та 0,015934 відповідно.  $I$  зменшується на 0,000045 при збільшенні  $VVP$  на 1. Порівнювати ці значення не можна, оскільки вони залежать від одиниць вимірювання кожної ознаки і є незрівнянними між собою. Для їх порівняння використовують відносні показники —  $\beta$ -коефіцієнти.

Отримані значення парних коефіцієнтів кореляції свідчать про тісний зв'язок індексу людського розвитку країни ( $I$ ) як з показником тривалості життя ( $Tr$ ) — 0,9, так і з середньою тривалістю отриманої освіти дорослого населення ( $G$ ) — 0,9 та очікуваною тривалістю навчання дітей шкільного віку ( $SC$ ) — 0,9. При цьому потрібно враховувати тісний міжфакторний зв'язок  $G$  з  $SC$  (0,8). Для покращення моделі фактор  $VVP$  можна виключити як недостатньо статистично надійний.

Оцінити тісноту зв'язку значень двох змінних, без впливу всіх інших змінних, представлених у рівнянні множинної регресії, можна за допомогою матриці лінійних коефіцієнтів часткової кореляції.

Коефіцієнти часткової кореляції дають точнішу характеристику тісноти залежності двох ознак, ніж коефіцієнти парної кореляції, тому що «очищають» парну залежність від взаємодії даної пари ознак з іншими представленими в моделі ознаками. Найбільш тісно Індекс людського розвитку країни ( $I$ ) пов'язаний з показником тривалості життя ( $Tr$ ) — 0,8, з середньою тривалістю отриманої освіти дорослого населення ( $G$ ) — 0,7 та очікуваною тривалістю навчання дітей шкільного віку ( $SC$ ) — 0,6 у порівнянні зі зв'язком  $I$  з ВВП ( $VVP$ ) — 0,2. Цей факт свідчить про доцільність виключення фактору  $VVP$  з моделі.

Напівчасткова кореляція — кореляція фактору та показника в припущенні, що контролюється вплив інших факторів на даний фактор, але не контролюється вплив факторів на показник. Якщо напівча-



## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

сткова кореляція мала, у той час як часткова кореляція відносно велика, то відповідний фактор може мати самостійну частку у поясненні мінливості залежної змінної, тобто частку, що не пояснюється іншими факторами. У нашому випадку фактори  $Tr$ ,  $G$  та  $SC$  вносять самостійну частку в пояснення мінливості відгуку.

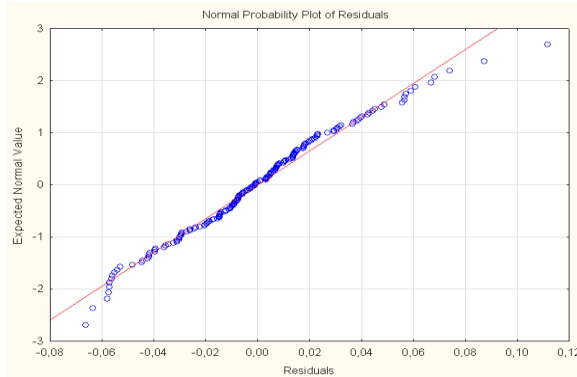
Часткові коефіцієнти кореляції змінних  $Tr$ ,  $G$  та  $SC$  значущі на заданому рівні значущості  $p \leq 0,01$ , а частковий коефіцієнт кореляції змінної  $VVP$  значущий при рівні значущості  $p = 0,2$ .

Значення коефіцієнтів множинної детермінації дають можливість зробити висновок про достатньо високу (більше за 60%) детермінованість результатної ознаки  $I$  в моделі факторними ознаками  $Tr$ ,  $G$  та  $SC$ .

### **Оцінка адекватності моделі на основі аналізу залишків**

Залишки — це різниці між спостережуваними значеннями (емпіричними) та модельованими (аналітичними), тобто значеннями, підрахованими за моделлю з оціненими параметрами. Модель можна вважати задовільною, якщо залишки некорельовані й розподілені (приблизно) за нормальним законом (Ковальчук, 2016).

Для візуального аналізу розподілу залишків використовуємо Р-Р діаграму порівняння залишків моделі з нормальним розподілом (рис. 1.1.3).



*Рис. 1.1.3. Р-Р діаграма порівняння залишків моделі з нормальним розподілом*

Побудуємо графік порівняння спостережуваних і прогнозованих значень показника (рис. 1.1.4).

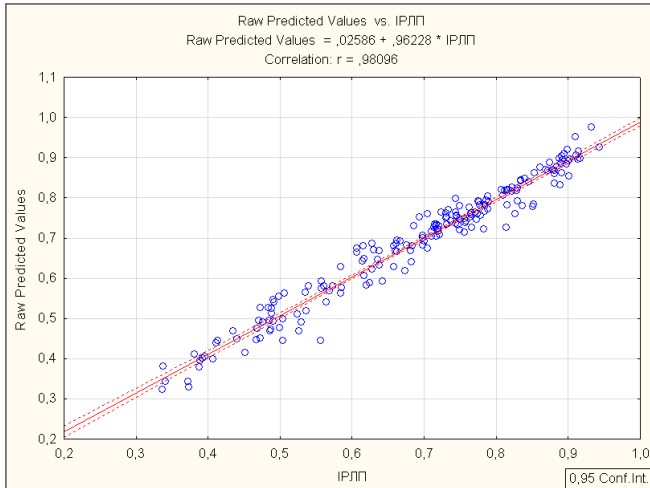


Рис. 1.1.4. Графік порівняння спостережуваних і прогнозних значень показника

Однією з умов коректного застосування регресійного аналізу є відповідність залишків нормальному закону розподілу (рис. 1.1.5).

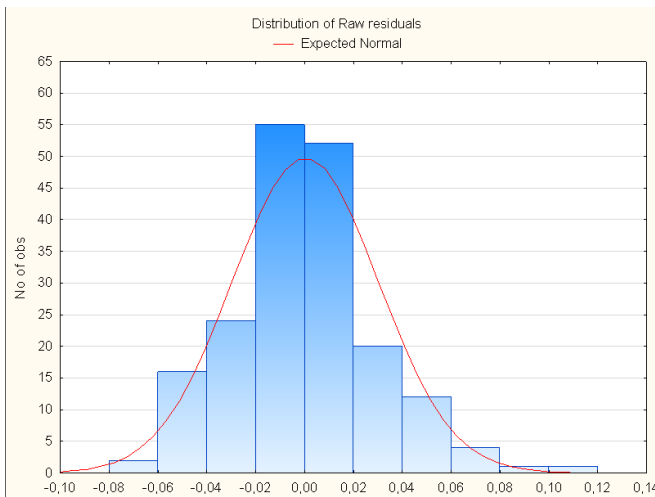


Рис. 1.1.5. Графік розподілу залишків

## Аналіз викидів

Проведені дослідження у середовищі програмного пакету Statistica показали, 30-те спостереження (Бруней) ідентифікується як

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

викид. Очевидно, що вилучати це спостереження (1 із 187) з моделі не доцільно, оскільки регресія суттєво не зміниться.

За допомогою побудованої регресійної моделі можна отримати прогнозні значення залежної Індексу людського розвитку для заданих значень регресорів та знайти інтервал надійності.

Наприклад, для  $Tr = 68,5$ ,  $VVP = 8,215$ ,  $G = 11,3$  та  $SC = 15,1$  отримаємо наступне прогнозне значення. Передбачуване значення для  $I = 0,76$ . З ймовірністю 0,95 значення  $I$  має потрапити в інтервал  $(0,77; 0,78)$ . Реальний показник ІЛР для України становить 0,734 («Звіт ООН», 2019). Це свідчить про те, що при визначенні реального рівня життя в країні необхідно враховувати диспаритет валют.

### ***1.1.4. Консолідація контрастних ефектів для підвищення об'єктивності вимірників стійкості***

Поняття стійкості є складною та достатньо інтуїтивною характеристикою, для визначення якої потрібно консолідувати багато різних чинників. Ці чинники часто визначають контрастні ефекти. Окрім того, результируючий композитний індекс залежить не тільки від величин його складових, але й від способу їх агрегування. Прикладом такого вимірника стійкості є Індекс щасливої планети (Happy Planet Index, HPI), який визначає, що має значення — сталий добробут для всіх. Він дає змогу оцінити зусилля націй, спрямованих на досягнення довгого, щасливого, стійкого життя.

Індекс щасливої планети (HPI) — це показник сталого добробуту. Він порівнює, наскільки ефективно жителі різних країн використовують природні ресурси для досягнення довгого, високого добробуту життя.

Значення HPI наближено розраховують за наступним рівнянням («Happy planet index», 2016):

$$\text{Happy Planet Index} \approx \frac{(\text{Expectancy wellbeing} \times \text{Life expectancy}) \times \text{Inequality of outcomes}}{\text{Ecological footprint}}$$

Для розрахунку оцінок HPI потрібно помножити середню тривалість життя (life expectancy) мешканців окремої країни на значення налагодженого добробуту жителів у цій країні (experienced wellbeing). Отримані результати коригують, щоб врахувати нерівність у розподілі значень налагодженого добробуту та очікуваної тривалості життя серед населення кожної країни (Veenhoven, 1996).

## Моделі сталого розвитку

---

Індекс щасливої планети розраховують для кожної країни шляхом об'єднання наступних вимірників:

- Очікувана тривалість життя — середня кількість років, які, ймовірно, проживе новонароджене немовля в цій країні. Показник народжуваності для окремої країни залишається незмінним протягом життя дитини («UNDP», 2016). Очікувану тривалість життя зазвичай використовують як загальний показник рівня здоров'я в країні.
- Налагоджений добробут, який визначають на основі оцінювання населенням якості свого життя за 10-бальною системою. Цей показник благополуччя зазвичай використовують як вимірник життя людей в цілому («Ecological Footprint», 2016).

Точна формула, що використовується для розрахунку показників НРІ, потребує внесення деяких технічних коригувань, щоб врахувати, той факт, що жодна із компонент не домінує у загальній оцінці НРІ. Крім того, отримання даних, необхідних для розрахунку значень НРІ для кожної країни світу, є складним завданням, оскільки НРІ розраховують для 140 країн.

Нерівність результатів (Inequality of outcomes) — міра того, наскільки нерівномірно розподілені очікувана тривалість життя та налагоджений добробут у конкретній країні. Нерівність результатів вимірювань — це різниця добутку середньої задоволеності життям та середнього налагодженого добробуту, а також результат відхилення задоволеності життям та покращених показників налагодженого добробуту, що можна пояснити нерівністю, вираженою у відсотках. Методи, які використовують для обчислення значення налагодженого добробуту, враховують нерівномірну оцінку окремими людьми життєвих потреб.

Екологічний слід — міра потреб людини у екосистемах планети. Це стандартизований показник, що відображає попит людської популяції на природний капітал, який може навіть перевищувати екологічну спроможність планети до регенерації цього капіталу. Термін «екологічний слід» був введений в обіг у 1992 році канадським професором Вільямом Різом («Матеріали української Вікіпедії», 2017).

Екологічний слід — середня кількість необхідних земель на душу населення, яку підтримують характерні споживчі моделі країни. Вона включає землю, необхідну для забезпечення використання ресурсів відновлюваних джерел (в основному, продукти харчування та деревини), площу, зайняту інфраструктурою, та площу, необхідну для поглинання викидів CO<sub>2</sub>. Це міра споживання, а не виробництва.

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

Екологічний слід виражають за допомогою стандартизованих одиниць — глобальних гектарів. Глобальний гектар (gha) — це біологічно продуктивний гектар із середньою світовою продуктивністю у відповідному році.

Для розрахунку НРІ використовують два набори показників. У другий з них входять очікувана тривалість життя, скоригована на нерівність, та скоригований на нерівність налагоджений добробут. Також використовують міру «нерівності результатів», що забезпечує оцінку сукупного впливу цих двох коригувань («Happy planet index», 2016).

Тривалість життя, скоригована на нерівність — це середнє значення тривалості життя населення країни, скоригована з урахуванням нерівності у розподілі очікуваної тривалості життя в межах популяції країни.

### **Розрахунок Індексу Аткинсона для очікуваної тривалості життя (Atkinson Index for life expectancy)**

Методологія передбачає розрахунок міри нерівності — Індекс Аткинсона, заснований на показниках тривалості життя (Atkinson, 1970). Методологія обчислення та параметри рівняння, що використовуються для визначення цього показника, фактично еквівалентні розрахунку різниці між середнім геометричним очікуваної тривалості життя в окремо взятій країні та середнім арифметичним очікуваної тривалості життя (UNDP, 2016):

$$\text{Atkinson Index for life expectancy} = 1 - \frac{\text{Geometric mean of life expectancy}}{\text{Mean life expectancy}}$$

Розрахунок величини очікуваної тривалості життя, скоригованої на нерівність шляхом об'єднання Індексу Аткинсона та середньої очікуваної тривалості життя («Happy Planet Index», 2016):

$$\begin{aligned} & \text{Inequality}_{\text{adjusted}} \text{ life expectancy} = \\ & = (1 - \text{Atkinson Index for life expectancy}) \times \text{Mean life expectancy} \end{aligned}$$

Обчислення налагодженого добробуту, скоригованого на нерівність:

$$\begin{aligned} & \text{Inequality}_{\text{adjusted}} \text{ experienced wellbeing} = \\ & = (1 - \text{Atkinson Index of experienced wellbeing}) \times \text{Mean experienced wellbeing} \end{aligned}$$

## Моделі сталого розвитку

---

### Нерівність результатів вимірювання

Щоб дати оцінку сукупному впливу цих двох коригувань, розраховують міру «нерівність результатів»:

$$\text{Inequality of outcomes} = \frac{\text{Inequality}_{\text{adjusted life expectancy}} \times \text{Inequality}_{\text{adjusted experienced wellbeing}}}{\text{Mean life expectancy} \times \text{Mean experienced wellbeing}}.$$

Розрахунок показників Happy Planet Index

$$\text{Happy Planet Index} = \hat{O} \times \frac{(\text{Experienced wellbeing}_{\text{IA}} - \alpha \times \text{Life expectancy}_{\text{IA}}) + \pi}{\text{Ecological Footprint} + \beta},$$

де  $\alpha = 0,158$ ,  $\beta = 2,067$ ,  $\pi = 3,951$ ,  $O = 0,452$ , IA — скоригований на нерівність.

Зазвичай багаті західні країни вважають стандартом успіху. Однак, вони мають невисокий Індекс щасливої планети. Натомість окремі країни Латинської Америки та регіону Азіатсько-Тихоокеанського регіону лідирують у цьому рейтингу за рахунок високої очікуваної тривалості життя та налагодженого добробуту на тлі значно меншого екологічного сліду, ніж у високо розвинутих країнах («Happy Planet Index», 2016).

Населення переважної більшості розвинених держав використовує більше природного капіталу, ніж генерується на їх власній території. Таким чином, навантаження на навколишнє середовище в розвинутих країнах, більше, аніж в інших. На сьогодні встановлено так звані екологічні межі, які повинні забезпечувати відновлення природних ресурсів після впливу людської діяльності у рамках існуючого способу життя. Вони складають 2,2 га на одного мешканця планети. ООН вираховує екологічний слід людства щорічно (рис. 1.1.6).

Індекс щасливої планети орієнтує на якісне життя без шкоди для планети. Стійкість розвитку країн оцінюють на основі величини очікуваної тривалості життя та налагодженого добробуту людини з врахуванням негативних впливів на екологію. Складові НРІ часто взаємно корелюють і мають суттєво різні розподіли для окремо взятих країн. Тому для його обчислення використовують складні аналітичні вирази.

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

Одним із ефективних методів обчислення Індексу щасливої планети є метод без параметрів для агрегування індексів з контрастними ефектами (Bondarchik et al., 2016). Метод придатний для аналізу будь-якої кількості контрастних індексів, які необхідно об'єднати, і виключає взаємну кореляцію між показниками компонентів за допомогою аналізу подвійного значення декомпозиції (singular value decomposition, SVD).

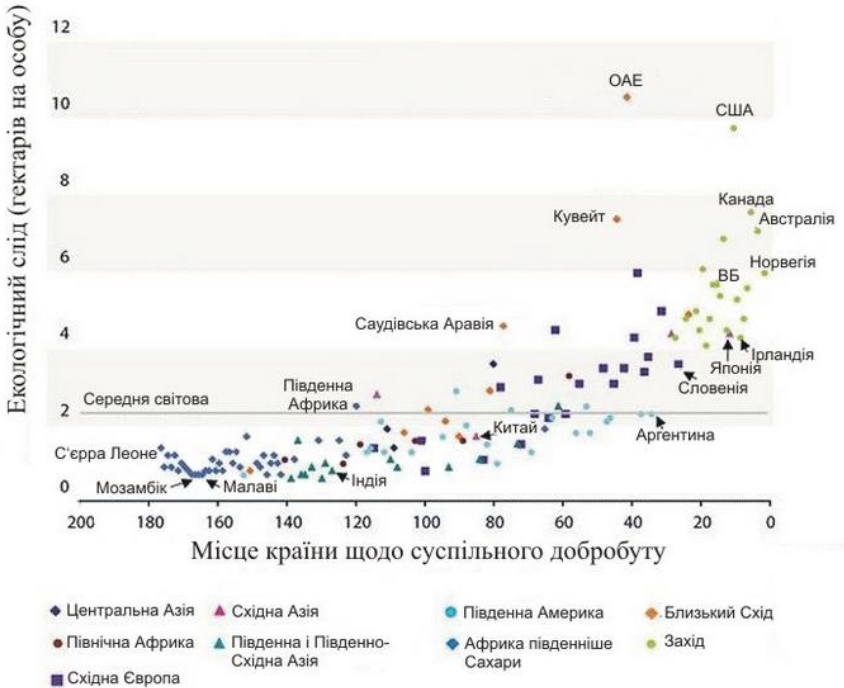


Рис. 1.1.6. Порівняння добробуту людини з екологічним слідом  
Джерело: («Happy Planet Index», 2016)

Концепція сталого розвитку швидко розвивалася протягом останніх десятиліть. Той факт, що ми стикаємося з такими антропогенними ефектами, як зміна клімату, виснаження ресурсів та деградація земель, більше не можна ігнорувати. Екологічні питання стають все більш помітними при прийнятті політичних рішень. Багато країн світу вже прийняли план пом'якшення наслідків зміни клімату з акцентом на скорочення викидів парникових газів.

## Моделі сталого розвитку

---

Однак концепція сталого розвитку охоплює ширший спектр людської діяльності. Це екологічний вплив на природні екосистеми, а також на економічну стабільність та соціальну цілісність. Необхідність врахування всіх трьох основних напрямків сталого розвитку призводить до додаткової складності в питанні вимірювання стійкості. Сучасні вчені постійно дискутують необхідність створення нової сфери досліджень, яку називають «стійкість» (Steward et al., 2011; Todorov et al., 2009). Це дає можливість розробити цілісну базу знань для моделювання та вимірювання стійкості.

Незважаючи на зростаючу обізнаність щодо сталого розвитку, ефект стійкості до навколишнього середовища, як частина науки про стійкість, ще не визначений, головним чином через проблеми інтеграції соціально-економічних аспектів через їх складність. Тому на сучасному етапі доцільним є застосування більш формального, математично обґрунтованого підходу для визначення прогресу, пов'язаного із забезпеченням сталого розвитку, при наявності кількох суперечливих цілей. Це дасть можливість отримати більш глибоке розуміння самого процесу та створити міцну, науково обґрунтовану базу для політиків, що приймають рішення.

Математичне моделювання може стати корисним інструментом для кращого розуміння та аналізу процесу сталого розвитку. В даний час математичне моделювання концепцій стійкості акцентує увагу на дослідженні взаємозв'язків між екологічними та соціальними вимірами. Такі моделі зазвичай описують за допомогою диференціальних рівнянь. Ці взаємозв'язки, як правило, ґрунтуються на основних законах балансу в галузі фізичної науки, таких як, наприклад, маса, імпульс або енергія (Singh et al., 2014). Незважаючи на це, існують інші способи розробки моделей для визначення стану та прогресу сталого розвитку. Наприклад, низка зарубіжних вчених (Krajnc et al., 2005; Zhou et al., 2012) розглядали модель для оцінки показників стабільності компаній на основі їх Індексу сталого розвитку. Ідея комплексних показників полягає в об'єднанні багатовимірних індикаторів у єдиний індекс. Однак, такий підхід зазнав критики через суб'єктивний характер складових показників, оскільки вони значною мірою залежать від нормалізації, зважування та методів агрегації.

Ряд авторів (Bondarchik et al., 2016) запропонували інший спосіб обчислення сукупного показника, який би враховував складні питання концепції стійкості, без повної втрати об'єктивності.



### **Показники стійкості**

Сучасні науковці встановили, що використання грошової вартості ВВП як єдиного індикатора прогресу не є виправданим (Green, 2014; Bergheim, 2006). Останнім часом зростає тенденція перенесення уваги до прийняття політичних рішень з різних питань шляхом розробки набору показників та цілей сталого розвитку («UNDP», 2015). Для того, щоб досягти успіху на цьому шляху, важливо розуміти наукові основи такого підходу, а також сенс цього достатньо суб'єктивного питання.

З часів появи концепції стійкості було зроблено кілька спроб кількісно визначити та оцінити стійкість, але рівнопропорційне врахування всіх трьох аспектів сталого розвитку (екологічного, соціального, економічного) все ще залишається складним завданням. Хоча індекси, пов'язані з навколишнім середовищем (такі як викиди CO<sub>2</sub>, якість води та біорізноманіття) можуть бути розраховані та змодельовані (Rockström et al., 2009), соціально-економічні фактори є основними перешкодами для розробки показників сталого розвитку через їх суб'єктивну природу. Для того, щоб охопити всі три аспекти сталого розвитку, важливо порівнювати їх всіх між собою, не виділяючи, наприклад, економічну ефективність. Більш того, різна специфіка соціальних та природничих наук ускладнює завдання моделювання.

З технічної точки зору основними проблемами методології оцінки стабільності є відсутність даних, невідповідності в наборах даних у різних галузях, а також необхідність аналізу даних у великих масштабах. Після визнання важливості сталості розвитку було зроблено численні спроби кількісно визначити та оцінити сталість. На даний момент найбільш успішним методом оцінки є оцінка стабільності за допомогою різних індикаторів та показників (Singh et al., 2012).

Кіссінджері та Рейсі (Kissinger et al., 2010), визначаючи показники сталого розвитку (Sustainable Development Indicators, SDI), зробили спробу створити цілісний підхід для вимірювання стійкості за допомогою визначення відповідного значення або ваги для опису зв'язків між екологічними, соціальними та економічними вимірами сталого розвитку. Його представлення можливе у вигляді набору показників або як окремого індексу.

Деякі з найвідоміших SDI (Bondarchik et al., 2016):

- індекс людського розвитку (Human Development Index, HDI);
- індекс щасливої планети (Happy Planet Index, HPI);
- індикатори сталого розвитку (Indicators of Sustainable

## Моделі сталого розвитку

---

Development (United Nations), ISD);

- індекс ефективності довілля/Індекс екологічної стійкості (Environmental Performance Index/Environmental Sustainability Index);
- показник справжнього прогресу (Genuine Progress Indicator);
- зелений ВВП (Green GDP).

Усі показники призначені для вимірювання найважливіших аспектів стабільності, але вони відрізняються за концептуальними визначеннями, методологічними підходами та способами використання. Тому існує потреба у систематизації знань та формалізації їх структури.

Згідно з нещодавно опублікованим звітом World Happiness (Helliwell et al., 2015), дедалі більше місцевих і національних урядів враховують щастя та налагоджений добробут населення при розробці своїх політичних стратегій. Ці суб'єктивні вимірники використовувались для планування протягом багатьох років, оскільки вони спрямовані на пошук оптимальних кінцевих результатів у цілому, а не на концентрацію, що базується лише на економічних цінностях.

### Індекс щасливої планети

Індекс «Щасливої планети» (Happy Planet Index, HPI) (Abdallah et al., 2012) — один із найбільш успішних глобальних вимірників для оцінки суб'єктивного поняття сталого благополуччя. HPI дає можливість оцінити, які країни найбільш придатні для довгого, щасливого життя своїх мешканців за умов збереження якісного середовища існування для майбутніх поколінь. Для його обчислення використовують глобальні дані про стале благополуччя, очікувану тривалість життя та екологічний слід. Цей простий агрегований індикатор дає чітке уявлення про те, чи рухається суспільство в правильному напрямку. Він забезпечує життєво важливий інструмент, який гарантує, що основні питання враховуються у важливих політичних рішеннях.

По суті, HPI — це показник ефективності. Його визначають як результат національного добробуту (wellbeing) та очікуваної тривалості життя (life expectancy), представлених кількістю щасливих років життя та досягнутих за одиницю використання ресурсів (екологічний слід — ecological footprint). Більшість існуючих аналогічних показників насправді є складовими індексами, тобто сукупними показниками, які містять кілька субіндексів. Окрім того, HPI має одну корисну властивість — серед його субіндексів можна виділити додатні та від'ємні компоненти:

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

$$\text{HPI} \cong \text{welbeing} \times \text{life expectancy} / \text{Ecological footprint}. \quad (1.1.1)$$

Однак, щоб реально оцінити кінцеві результати, початкові дані були змінені та скориговані чотирма різними константами ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ). Насамперед, застосовано статистичні коригування, щоб збалансувати ступінь варіації компонентів, тоді як тривалість життя виміряна безпосередньо. У методології обчислення HPI використовується поняття «щасливі роки життя» (Happy Life Years, HLY). HLY розраховують за рівнянням (1.1.2) та коригують отримані значення, щоб отримати результат від 0 до реальної тривалості життя у кожній країні:

$$\text{HLY} = (\text{welbeing} + \alpha) \times \text{life expectancy} / (10 + \alpha). \quad (1.1.2)$$

У свою чергу, екологічний слід також скоригований для того, щоб зробити дисперсію коефіцієнта сумісною з щасливим життям (1.1.3):

$$\text{HPI} = (\text{HLY} - \gamma) / (\text{Ecological footprint} + \beta). \quad (1.1.3)$$

Для коригування остаточного показника HPI в діапазоні від 0 до 100 використовують наступні граничні умови:

- якщо значення налагодженого добробуту складає 0 або очікувана тривалість життя  $\leq 25$  років, то рівень HPI становить 0;
- якщо значення налагодженого добробуту складає 10, очікувана тривалість життя становить 85 років, а екологічний слід ріwnий 1,78 га/чол., тоді HPI становить 100.

При обчисленні HPI складною проблемою є агрегування його субіндексів. Наприклад, шляхом підбору вільних членів рівняння при розрахунку HPI та обмеженні очікуваної тривалості життя до 25 років можна отримати інший рейтинг для оцінюваних країн. Довільний характер способів маніпулювати результатами дає підстави для критики та втрати довіри, навіть якщо коригування субіндексу ґрунтується на так званих «очевидних припущеннях».

Ряд вчених (Bondarchik et al., 2016) зробили спробу оцінити непрозору міру налагодженого добробуту людей засобами статистичного аналізу. Головна мета полягала у визначенні чутливості результатів до обраного методу та, за можливості, розробка надійного способу поєднання декількох субіндексів таким чином, щоб особи, що приймають рішення, не могли самостійно коригувати параметри рівняння.

Такий підхід дає можливість використовувати відповідні показники, розроблені групою науковців (Abdallah et al., 2012 p.), та різні набори математичних операцій.

## Моделі сталого розвитку

---

### Глобальний Індекс миру

Глобальний індекс миру (Global Peace Index, GPI) (ІЕР, 1999) визначає місце країни в рейтингу націй світу відповідно до їх рівня миролюбності. Це спроба виміряти спокій у країнах і регіонах. Індекс миру розроблений Інститутом економіки і миру спільно з міжнародною групою експертів з питань миру та дослідницькими установами на основі даних, зібраних Відділом досліджень Economist (Economist Intelligence Unit) («Матеріали української Вікіпедії», 2017). Цей індекс складається з 23 якісних та кількісних показників, які включають як внутрішні фактори, такі як рівень насильства і злочинності в країні, так і фактори, що характеризують зовнішні відносини між країнами, наприклад, військові витрати і війни. Виходячи з цього, Глобальний індекс світу визначається за допомогою трьох основних ракурсів: рівень безпеки та захищеності в суспільстві, масштаби внутрішніх та міжнародних конфліктів та ступінь милітаризації («ІЕР», 2015).

Подібно до щастя та інших достатньо суб'єктивних вимірників (які, як правило, поєднуються з концепцією соціальної стійкості), мир важко оцінити кількісно. Глобальний індекс миру визначають з точки зору гармонії, досягнутої за рахунок відсутності насильства або страху насильства. При обчисленні цього індексу вводиться поняття «негативний мир» на противагу «позитивному миру», який визначається як ставлення до миру, наявність інститутів та структур, які створюють і підтримують мирні спільноти. GPI визначає рівень «негативного миру» в країні, використовуючи наступні три проєкції миролюбності:

- поточний внутрішній та міжнародний конфлікт: показники кількості та інтенсивності триваючих цивільних і міжнародних війн;
- соціальна безпека та захищеність: показники рівня безпеки і захищеності в країні, такі як сприйняття злочинності в суспільстві, рівень політичної нестабільності, інтенсивність вбивств та жорстоких злочинів.
- милітаризація: показники військового потенціалу країни, як з точки зору економічних ресурсів, які виділяються військовим, так і підтримка багатосторонніх операцій.

Глобальний індекс миру є комбінованим індикатором, доцільність якого може бути поставлена під сумнів, як і Індексу щасливої планети. Однак, у багатьох дослідженнях його розглядають як повний

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

---

та точний вимірник. Це дає змогу при визначенні місця держави у світовому рейтингу одночасно з рівнем ВВП враховувати і політичну стабільність в країні.

### **Індекс щасливої планети**

Група науковців з технологічного університету Лапсеенранта (Lappeenranta University of Technology) (Bondarchik et al., 2016) запропонували універсальний алгоритм обчислення вимірника, який отримав назву Щасливий індекс для планети (Happier Index for the Planet, НІП). Це сукупний індекс, складовими якого є субіндекси як додатного, так і від'ємного ефекту. Алгоритм використовує ту ж методикою, що й при обчисленні Індексу щасливої планети. Щасливий індекс для планети відрізняється від НІП та багатьох інших складових показників за такими основними характеристиками:

- відсутність в обчислювальних формулах вільних параметрів для корегування, а отже, відсутність будь-якої суб'єктивності у виборі способу агрегування субіндексів; користувач може лише обирати склад субіндексів на власний розсуд;
- над усіма субіндексами виконують однакові перетворення для всіх змінних;
- при виявленні будь-яких кореляцій між субіндексами, прямих чи обернених, відповідні змінні видаляються з аналізу перед агрегуванням;
- кількість субіндексів не впливає на сукупний індекс; це лише мінливість їх інформаційного змісту.

Запропонований метод розрахунку Індексу щасливої планети ґрунтується лише на математично надійному підході, який не передбачає будь-якого втручання користувача у підбір параметрів моделі.

### **Нормалізація даних**

Для обчислення НІП спочатку необхідно вибрати показники для розрахунку індексу (Bondarchik et al., 2016). З математичної точки зору існує два різних типи індикаторів: такі, що мають додатний зміст (наприклад, налагоджений добробут та тривалість життя) і ті, що мають від'ємний сенс (екологічний слід). Оскільки використовується Індекс щасливої планети як орієнтир для перевірки отриманих результатів, потрібно обмежити кількість показників до мінімуму та, в основному, використовувати ті ж, що й при розрахунку НІП. Для врахування економічного аспекту потрібно використати ВВП країн. Крім

## Моделі сталого розвитку

---

того, як показали попередні дослідження, в аналізі необхідно враховувати і Глобальний індикатор миру.

Багато вибраних індикаторів мають суттєво різні статистичні розподіли (середнє значення та стандартне відхилення). Тому перша суттєва різниця між запропонованими дослідженням та оригінальним підрахунком НРІ полягає в тому, що змінні нормалізуються. Це означає, що значення змінних переобчислюються на основі середнього значення та стандартного відхилення.

Нормалізація даних включає наступні етапи:

Зміна кожного значення змінної на одиницю та обчислення його логарифма

$$Y_i = \ln(X_i + 1), i = 1, \dots, 5.$$

Усі вимірювані показники для розрахунку НРІ є додатними. Проте, зміщення на одиницю гарантує, що не потрібно буде обчислювати логарифм нуля або будь-яких значень, дуже близьких до нуля. З іншого боку, операція логарифмування знижує можливі викиди, та забезпечує порівнянність значень показників усіх країн.

Переобчислення всіх змінних, щоб отримати середнє значення, рівне нулю, та стандартне відхилення, рівне 1/3, за формулою:

$$Z_i = \frac{Y_i - \bar{Y}_i}{\sigma_{Y_i}}, i = \bar{1,5},$$

де  $\bar{Y}_i$  — середнє значення  $\sigma_{Y_i}$  — стандартне відхилення змінної  $Y_i$ .

Збільшення всіх змінних на одиницю проводять через те, що підрахунок Щасливого індексу для планети вимагатиме поділ окремих змінних на дрібніші. Щоб забезпечити доцільність цих простих математичних операцій, потрібно оперувати значеннями змінної в околі одиниці, а не нуля, оскільки більшість початкових показників визначаються в межах від 0 до 1.

### Сингулярне значення розкладання

Наступним кроком є застосування однозначного розкладу вартості (singular value decomposition, SVD) для знаходження основних компонент для кожного з розподілів з метою уникнути високого рівня кореляції між показниками. Ці компоненти стануть новими змінними при розрахунку НРІ.

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

За визначенням (Barnett, 1990) для будь-якої матриці  $X_{m \times n}$  з рангом  $r$  існують матриці  $U_{m \times n}$  та  $V_{m \times n}$ , такі що  $X = USV$ , де  $S$  — діагональна матриця  $m \times n$  з сингулярним значенням  $X$ , розташованим на його діагоналі (всі інші елементи рівні 0). У той же час  $U$  є матрицею сингулярних векторів, а  $V$  дає оцінки того, наскільки кожна з головних компонент представляє (пояснює) вихідні змінні.

Після виявлення основних компонент їх набір відсікається відповідними сингулярними значеннями. Можливе відкидання компонент, що відповідають дуже маленьким одиничним значенням. Основні компоненти, які залишились після відсікання, повторно нормалізуються з середнім значенням 1 та стандартним відхиленням  $1/3$ . Ці значення не є точними вимірними значеннями, а скоріше відносними формами розподілу, які зберігають ключову інформацію для розрахунку індексу. Решту основних компонент відносяться до додатних та від'ємних. Замість множення геометричні середні обох наборів обчислюються окремо, а частка цих двох геометричних середніх визначає значення НІР для кожної досліджуваної країни. Крім того, оскільки SVD застосовується до всіх змінних, одночасно додатних та від'ємних, виявляється, що основні компоненти знаменника та чисельника не корелюють між собою.

Значення тільки двох параметрів, а саме стандартного відхилення  $1/3$ , яке використовується для нормалізації, і рівня усічення  $0,01$ , що застосовується до основних компонентів, встановлюються згідно зі стандартними статистичними критеріями. На відповідному рівні усічення ці параметри нівелюють білий шум індексів для нормалізованого нормального розподілу.

Розрахунок Індексу щасливої планети для планети використовує показники, аналогічні до тих, які враховуються при обчисленні НРІ, оскільки такі чинники, як екологічний слід, налагоджений добробут та очікувана тривалість життя реально відображають стан стійкості у всіх трьох розглянутих вимірах («Happy planet index», 2016). Проте, вони можуть супроводжуватись однією або двома альтернативними змінними, що доповнюють початкову інформацію. Зазвичай розглядають наступну сукупність показників (Bondarchik et al., 2016):

- благополуччя (Wellbeing, WB);
- очікувана тривалість життя (Life Expectancy, LE);
- екологічний слід (Ecological Footprint, EF);
- валовий внутрішній продукт (Gross Domestic Product, GDP);

## Моделі сталого розвитку

- глобальний індекс миру (Global Peace Indicator, GPI).

На рис. 1.1.7 представлено гістограми вибраних показників. Вони відображають частоти кількості країн, що робить їх порівнянними з теоретичними функціями щільності ймовірнісного розподілу.

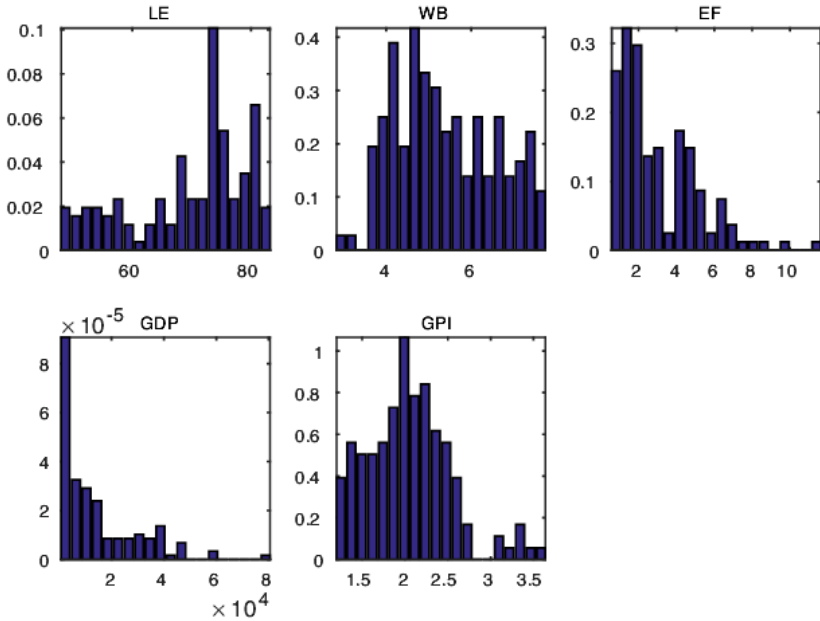


Рис. 1.1.7. Гістограми індикаторів для розрахунку НІР

Джерело: (Bondarchik et al., 2016)

При такому підході розкладання сингулярного значення виконується за допомогою матриці, яка містить нормалізовані векторні стовпчики індикатора. Після того, як основні компоненти ідентифікуються з початкового набору даних, НІР розраховується з рівняння

$$HIP = \frac{\sqrt[k]{\prod_{i=1}^k P_i^+}}{\sqrt[k]{\prod_{i=1}^k P_i^-}},$$

де  $P_i^+$  — основні компоненти, що є показниками з додатними ефектами,  $P_i^-$  — основні компоненти, які є чинниками з від'ємним впливом. Вибір компонентів множин  $P^+$  і  $P^-$  базується на аналізі матриці  $V$ .



## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

Після нормалізації індикаторів застосовують SVD для зменшення їх взаємної кореляції та визначення реальної частки інформації, яку зберігає кожен з них у всьому наборі даних. Оскільки НІР розглядається у чотирьох різних комбінаціях, SVD виконується чотири рази на наступних підмножинах всіх показників:

- для  $HIP_1$ : LE, WB, EF (використовуються ті ж базові показники, що й в оригінальному НІР);
- для  $HIP_2$ : LE, WB, EF, GDP;
- для  $HIP_3$ : LE, WB, EF, GPI;
- для  $HIP_4$ : LE, WB, EF, GDP, GPI.

Значення елементів матриці представляються різними кольорами для спрощення інтерпретації: зелений колір вказує на додатний ефект, а червоний колір — на негативний ефект. Стовпці матриці визначають основні компоненти, а рядки — початкові змінні у відповідному порядку. Для розрахунку  $HIP_3$  необхідно знати, які змінні є від’ємними показниками і які — додатними.

Перший стовпець матриці представляє першу основну компоненту. Перші дві оцінки, що відповідають LE і WB відповідно, є від’ємними. Компоненти представляють від’ємний вплив початкових додатних індикаторів. Водночас оцінка негативного ефекту змінної GPI має додатне значення, що підкреслює від’ємний ефект першої основної компоненти. Аналогічно третя основна складова має від’ємний ефект, а четверта — додатна. Друга компонента забезпечує найбільш складну оцінку. З одного боку, якщо підсумувати абсолютні значення додатних та від’ємних ефектів, отримаємо незначну перевагу від’ємних. Однак, оскільки три з чотирьох змінних мають додатні впливи, цю компоненту розглядають як додатну (Bondarchik et al., 2016).

Після визначення значення компонент можна обчислити  $HIP_3$ . Позначимо всі основні компоненти через  $P_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . Тоді  $\{P_1, P_2\} \in P^+$  і  $\{P_1, P_3\} \in P^-$ .  $P_i$  представляють всі початкові нормалізовані показники, які використовуються для розрахунку  $HIP_3$ . Значення Індексу щасливої планети для планети для випадку LE, WB, EF, GPI розраховується за формулою

$$HIP_3 = \frac{\sqrt{P_1^+ P_2^+}}{\sqrt{P_1^- P_2^-}} = \frac{\sqrt{P_2 P_4}}{\sqrt{P_1 P_3}}.$$

## Моделі сталого розвитку

---

Окрім  $HIP_3$ , обчислимо  $HIP_1$ ,  $HIP_2$  та  $HIP_4$  і порівняємо рейтинги країни з оригінальним Індексом щасливої планети. Оскільки одиниці вимірювання окремих компонент  $HPI$  та  $HIP$  відрізняються, в якості інструмента порівняння використаємо коефіцієнт кореляції Спірмана (Spearman, 1904). У ранговому кореляційному тесті перевіряють нульову гіпотезу  $H_0: = 0$  про відсутність суттєвої кореляції між досліджуваними наборами чинників:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)},$$

де  $d$  — різниця рангів факторної та результатної ознак для кожної одиниці сукупності,  $n$  — розмір вибірки. Для компонент з однаковими одиницями виміру використовують  $t$ -статистику (Ковальчук, 2016):

$$t = \rho \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho^2}}.$$

Рейтинги  $HIP_1$  та  $HIP_2$  не співпадають з оригінальним  $HPI$  для жодної з 25 кращих країн за рейтингом  $HPI$ , хоча класифікація для країн, що займають останні місця в рейтингу, є достатньо порівняною. Загальна кореляція рейтингів між  $HIP$  та  $HPI$  досягає 52% для індексів, що не враховують ВВП, і лише 40% для індексів, розрахунок яких передбачає використання значення ВВП. Незважаючи на існування значної кореляції між чинниками, є підстави вважати, що цей набір індексів не є повністю репрезентативним, оскільки кореляція спостерігається переважно для багатих, розвинених країн.

Політична стабільність та мілітаризація є дуже важливими з точки зору загальної стійкості. Тому при обчисленні  $HIP_3$  та  $HIP_4$  було враховано Глобальний індекс миру (GPI). Результати свідчать, що коефіцієнт кореляції оригінального  $HPI$  з обома  $HIP_3$  та  $HIP_4$  становить приблизно 90% з невеликою перевагою для  $HIP_3$ , що не враховує ВВП. Це можна пояснити тим, що ВВП сильно корелює з тривалістю життя. Отже, ці змінні містять однакову інформацію, що спричиняє надмірну визначеність математичної моделі.

Описаний альтернативний підхід до розрахунку складних показників, в які входять індикатори з контрастними ефектами (на зразок Індексу щасливої планети), є більш надійним для суб'єктивних вимірників сталого благополуччя країни.

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

---

Аналогічний набір чинників використано для розрахунку Щасливого індексу планети. Отримано нову систему рейтингу стійкості країн з використанням іншого математичного підходу. Включенням Глобального індексу миру як показника політичної стабільності до набору аналізованих змінних можна досягти сильної кореляції з оригінальним рейтингом *HPI*.

Перш за все, це дає можливість вільно включати у розрахункову формулу будь-який набір пояснюючих індикаторів відповідно до того, які аспекти сталого розвитку є найбільш актуальними в конкретному контексті. Підхід є універсальним для будь-якого набору змінних. Описана методика обчислення індексів не є абсолютною мірою стійкою. Однак, часові ряди відносних рейтингів, розраховані за цим методом, можуть бути використані для встановлення надійних стійких тенденцій.

### ***1.1.5. Математичне моделювання соціальних складових сталого розвитку***

Питання сталого розвитку стало актуальним у XXI столітті для кожної сучасної людини, а особливо для осіб, які відповідають за прийняття рішень на економічному, політичному, урядовому чи особистому рівні. Стійкість є метою суспільства, заснованого на знаннях.

Математичне моделювання надає ефективні інструменти для виявлення взаємозв'язків між економічними, соціальними та екологічними даними, прогнозування наслідків забруднення навколишнього середовища, вибору оптимальних стратегій дій, оцінки обсягів не використаних ресурсів та поновлюваних джерел. Такі математичні моделі дають можливість створювати бази даних, які можуть бути основою для створення спеціалізованого програмного забезпечення підтримки прийняття раціональних рішень.

Наукові дослідження у галузі стійкості свідчать, що на часі є розробка математичних моделей, які базуються на парадигмі сталого розвитку замість парадигми оптимальності. Це функціональні моделі, призначені для аналізу динамічних систем, продуктивність яких може бути оцінена за допомогою спеціальних методів з високим ступенем узагальнення.

Математична модель, призначена для вивчення питань стійкості, не може мати жорстких обмежень. Вона повинна бути гнучкою, динамічною та регульованою відповідно до нових факторів. Безумовно, непередбачувані та невраховані в моделі чинники не можна ігнорувати, оскільки вони є частиною реального світу, здатного впливати на тенденції розвит-

## **Моделі сталого розвитку**

---

ку суспільства та його організацію. Жодна модель не може достовірно прогнозувати події, які відбудуться в майбутньому, або передбачити фактори, які можуть виникнути в процесі ідентифікації чинника.

Однак, достовірно встановлено, що стійкість безпосередньо та життєво пов'язана з окремими показниками (надання медичних послуг, охорона праці, інновації, етичні норми тощо). Сталий розвиток не може бути вимірний без цих показників і завжди буде залишатись ідеалом, вимірником прагнень людства створити ідеальне суспільство.

Математичні моделі стійкості є результатом міждисциплінарних досліджень, які виконують постійно та послідовно. Немає загального методу розробки таких моделей, тому вітчизняні та зарубіжні вчені постійно пропонують нові інноваційної моделі та розробляють теоретичні концепції для обґрунтування вибору показників, що визначають рівень сталого розвитку.

Проблематика вимірювання економічних та екологічних показників, за допомогою яких визначають стійкість, постійно дискутується у спеціалізованій літературі та на міжнародних наукових конференціях. Методи вимірювання сталого розвитку достатньо обґрунтовані та широко відомі. Однак, на сьогодні не існує загально прийнятої теорії та повного переліку індикаторів, за допомогою яких можна виміряти стійкість (Kovalchuk at al., 2016).

### **Вимірювання соціальних показників стійкості**

Методика кількісного аналізу соціальної складової сталого розвитку є комплексною та найбільш складною. Для будь-якого підприємства, країни чи регіону значною мірою це питання їхніх наукових знань, консолідованих з різними типами взаємовідносин між індивідом та соціумом (вдячність, емоційність, інтуїтивна зрозумілість, традиція, відчуття безпеки та задоволеності життям тощо).

Сталий розвиток повинен здійснюватися кожним індивідом. Це процес безперервного та постійного вдосконалення, навчання та підготовки. Кожна людина, що живе сьогодні на Землі, повинна зробити внесок у різні аспекти нашого існування для безпеки та процвітання наступних поколінь. Це єдине рішення для забезпечення майбутнього людства. Багато сучасних промислових підприємств у всьому світі підтримують у своїй діяльності політику соціальної відповідальності, спрямовану на дотримання принципів сталого розвитку, що забезпечує їм зростання конкурентоспроможності. Аналіз та контроль різних категорій ризиків,

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

які можуть вплинути на ефективність бізнесу такого підприємства, потрібно проводити з економічної, соціальної та екологічної точок зору.

Кожне промислове підприємство, яке працює відповідно до принципів сталого розвитку, має розробляти довготермінову перспективу своєї діяльності, адекватно оцінюючи ризики. Це буде сприяти підтримці стійкого розвитку та довгострокових вигод, стимулювати як розвиток бізнесу, так і суспільства загалом.

Сьогодні важливим завданням є розробка ефективних математичних моделей сталого розвитку промислових підприємств, який може бути досягнутий лише завдяки тісному співробітництву фахівців з усіх сфер діяльності: економістів, соціологів, фахівців із захисту навколишнього середовища, інженерів, математиків, психологів, лікарів тощо.

У зв'язку з науковим аспектом вимірювання соціальної складової стійкого розвитку та з недосконалістю методів її оцінки ефективність кількісного аналізу стійкості є обмеженою. Окрім того, постійно потрібно враховувати обставини часу та місця, оскільки соціальні стандарти не залишаються незмінними. Застосування обчислювальних методів відкриває нові можливості не лише для кількісного аналізу (вимірювання), але також для моделювання соціальних компонентів стійкості. Особливого значення сьогодні набуло комп'ютерне моделювання процесів прийняття рішень, розв'язання конфліктів за допомогою апарату теорії ігор, побудова сценаріїв розвитку систем на основі моделей теорії катастроф тощо.

Фундаментальною характеристикою соціальних показників є те, що об'єктом пізнання є суб'єкт, тобто носій совісті. Важливою характеристикою соціальної складової є її стохастичний характер як наслідок того факту, що потрібно оцінювати різні дії багатьох людей, використовуючи значну кількість якісних показників, які не підлягають кількісному опису. Соціальна складова характеризується складністю та великою кількістю факторів, які залежать від багатьох об'єктивних та суб'єктивних умов (Oprean et al., 2009).

Основні труднощі, що виникають при розробці технології соціологічного оцінювання, пов'язані з вимірюванням якісних характеристик. Відповідно питання визначення величин соціальних компонентів стійкості передбачає вирішення проблеми вимірювання якісних характеристик та їх представлення у кількісній формі. Вирішення цієї проблеми не обмежується виявленням якісних показників у межах явища, що підлягає вивченню, а швидше потребує оцінювання рівня таких характеристик.

## Моделі сталого розвитку

---

Тому основною проблемою математичного моделювання є правильний вибір якісних показників та їх обробка за допомогою непараметричних методів статистики (зокрема, асоціацій), побудова більш складного апарату соціальної статистики, що розглядає специфіку соціальних явищ, соціальну складову функції сталого розвитку, вдосконалення кореляційного аналізу та факторного аналізу.

Для розробки ефективної моделі сталого розвитку потрібно володіти чіткими та глибокими знаннями про соціально-економічні та екологічні характеристики регіону, де відбувається соціальний процес, що підлягає вивченню. За відсутності такої інформації всі математичні моделі та точна методологія дослідження конкретних явищ будуть неповними.

Стабільність соціальних показників та їх вплив на стійкий розвиток визначає перспективи та обмеження вимірювання соціальної (надалі  $f_2$ ) та соціально-психологічних складових. Ефективне дослідження означає не лише кількісне вираження величини основних змінних (вимірювання), а й їх стандартизований опис, що передбачає єдине тлумачення (математичний опис) причинно-функціональних зв'язків між елементами досліджуваної соціальної складової (Orgean et al., 2009).

Моделювання соціальних компонентів вимагає вимірювання різних соціальних показників, як якісних, так і кількісних, що визначають взаємозв'язки між ними та консолідують інформацію, яку вони несуть. У більш загальному сенсі моделювання соціальних компонентів  $f_2$ , а також інших складових сталого розвитку означає відображення реальності у вигляді визначених наборів символів, знаків, суджень тощо.

Найважливішою проблемою моделювання є уявлення про існуючі якісні оцінки соціальних явищ. Структуру суспільства, особистості, взаємодію людини з соціумом, соціальні норми тощо теоретично можна описати за допомогою формальної мови. Цей процес проектування дає можливість позбутись низки неоднозначних уявлень про соціальний розвиток, які ще існують у сучасній літературі, та узгодити трактування теоретичних та емпіричних досліджень, створити основу для подальшого поглиблення ключових аспектів вивчення сталого розвитку. Спробою вирішити це питання стала «оптимальна теорія» всіх різних способів використання соціальної складової (Orgean et al., 2009). Суть її полягає в тому, що безліч потенційних станів системи вважаються регульованими за допомогою певної функції — об'єктивної функції системи, яка може визначати її майбутні стани шляхом вирішення відповідних проблем максимуму й мінімуму. При

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

розробці «оптимальної теорії» використано знання з різних спеціальних математичних дисциплін, зокрема теорії управління, теорії корисності, математичного програмування тощо.

Для визначення оптимальних зв'язків витрат, пов'язаних з професійною підготовкою, охороною здоров'я, соціальним захистом, важливо знайти точне математичне вираження показників якості для відповідних процесів та встановити обмеження їх потенційного взаємного впливу.

Процес математичного перетворення соціальної складової вимагає вирішення двох додаткових завдань: виявлення кореляційних залежностей, побудови багатофакторних моделей та дослідження оптимальних критерії діяльності працівників промислових підприємств.

Вивчення соціальних показників за допомогою математичних моделей у даний час стикається з наступними труднощами:

- недостатній розвиток соціологічних досліджень, обмежений масштаб, обмежені проблеми;
- слабкі теоретичні перспективи багатьох соціологічних проблем;
- відсутність необхідної координації зусиль соціологів, економістів, демографів, психологів, математиків, кібернетиків, логіків тощо;
- недостатні знання соціологами математичного апарату;
- брак практичних математичних розробок для застосування в конкретних «соціальних» областях;
- недостатня розробка методів обчислень, спеціально адаптованих до вирішення проблем соціологічного дослідження.

### **Математична модель сталого розвитку промислових підприємств**

Вагомою складовою суспільства XXI століття є бізнес у всіх його проявах. Сучасні підприємства беруть активну участь у всіх сферах суспільного життя та чинять значний вплив на економічний, соціальний та екологічний розвиток. Тому одним із ракурсів дослідження моделей сталого розвитку є моделювання сталого розвитку промислових підприємств (Oprean et al., 2009).

Така модель має наступні компоненти:

- цільова функція, функція мети, функція сталого розвитку промислового підприємства (СРПП);
- змінні (показники, параметри) та їх фактори впливу;
- обмеження, що застосовуються до змінних.

## Моделі сталого розвитку

---

Функція сталого розвитку промислових підприємств може бути пов'язана з такими аспектами:

- є глобальним показником сталого розвитку промислових підприємств, залежить від складових показників (параметрів);
- забезпечує метод оцінювання сталого розвитку промислових підприємств, хронологію еволюції та ефективних результатів;
- надає можливість отримувати прогнози стосовно сталого розвитку, на основі актуальних пріоритетів;
- забезпечує порівняння рівня сталого розвитку декількох підприємств, включаючи такі виміри, як етика та мораль;
- забезпечує математичне вирішення різних задач оптимізації — на економічному та соціальному рівнях, рівні навколишнього середовища (цільових функцій);
- аналіз функції СРПП може бути виконаний за допомогою чисельних методів, що передбачають обчислення відповідних функцій за дискретними табличними значеннями. Наприклад, можна використати лінійну інтерполяцію або інтерполяційні многочлени Лагранжа, Лежандра, Ерміта тощо (Ковальчук, 2016);
- існує мінімаксна математична модель, де виробництво ( $x_{20}$ ) представлено функцією максимуму, а вторинні ефекти пов'язані з технологічною діяльністю ( $x_{n+20}, x_{n+21}, x_{n+22}, \dots, x_{n+m+18}, x_{n+m+19}, x_{n+m+20}, \dots$ ) представлені мінімальними функціями;
- математична модель застосовується до критеріїв оптимізації (критерії, що використовуються для максимізації прибутку, максимізації споживання відновлюваних ресурсів, мінімізації виробничих витрат та витрат на енергію) або багатofакторної оптимізації (оптимізації Парето); загальне представлення моделі (задачі) для лінійного програмування є (Boncut, 2007):

$$\begin{cases} \min(\max) \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq (\geq) b_i, \quad i = \overline{1, m} \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, m} \end{cases};$$

- операційними методами дослідження можуть бути наступні: детерміновані (лінійне програмування, критичний метод),



## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

ймовірнісні (метод очікування потоків, метод оцінки й аналізу Перт) та імітаційні (динамічне моделювання, метод Монте-Карло).

Напрям аналізу сталого розвитку на оптимальне вирішення проблем також спрощує граничні обчислення, що дає можливість визначити максимальні або мінімальні можливі значення.

Ефективність граничних обчислень та їх корисність для аналізу базується на наступних функціональних зв'язках:  $Y = f(X)$ ,  $Y = f'(X)$ ,  $Y = f_1(X)$ ,  $Y = f_2(X)$ ,  $Y = f_3(X)$ .

З огляду на дуже малі варіації змінної  $X$ , можна вважати, що функція  $Y$  представлена за допомогою плавних та неперервних кривих ліній. За цих обставин граничне значення  $Y$  виражає варіацію ( $\pm$ ) цієї функції як відповідь на зміну  $X$ . Тому граничну величину можна розглядати як абсолютну еластичність функції, яка виражає її чутливість до значення аргументу, обчислену як відношення збільшення  $\Delta Y$  та  $\Delta X$ .

Для змінних функції ( $X$  та  $Y$ ) визначаються та обчислюються наступні значення (Orgean et al., 2009):

– середнє  $Y_m = \frac{Y}{X}$ ;

– маргінальна вартість для таких випадків:

- кінцевих варіацій  $Y_M = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$ ;

- нескінченно малих варіацій  $Y_M = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{dY}{dX}$ ;

– темп варіації  $R_{Y/X} = \frac{\Delta Y/X}{\Delta X}$ ;

– еластичність  $E_{Y/X} = \frac{\Delta Y/Y}{\Delta X/X}$  або  $E_{Y/X} = \frac{\Delta Y/X}{Y/X} = \frac{Y_M}{X_M}$ ,

де значення  $E_{Y/X} (-1 \leq E_{Y/X} \leq 1)$  визначають нижчу або вищу інтенсивність зв'язку.

Функція сталого розвитку промислового підприємства — це функція часу. У свою чергу, це економічний ресурс, оскільки його економія може призвести до збільшення продуктивності та отримання прибутку. Тому час потрібно включити до функції СРПП.

## Моделі сталого розвитку

---

Розрахувавши  $f'_{current} = f'$  та за наявності не відновлюваних ресурсів  $f'_0$  можна оцінити, що значення буде близьким до нуля

$$f'_{average} = \frac{\min\{f'_a, f'_0\} + \max\{f'_a, f'_0\}}{2}.$$

Це показник, значення якого відображає ієрархію світових промислових підприємств і може бути використаний для диференціації різних сфер людського розвитку (Vanu, 2009).

Призначення моделі:

- визначення функції сталого розвитку для промислових підприємств на загальному рівні; для більш конкретного підходу ця функція може бути додатково диференційована залежно від країни, регіону, сфери діяльності;
- визначення цільової функції на таких рівнях: економічний, соціальний, екологічний, розподіл мінеральних, екологічних, енергетичних та капітальних ресурсів; вивчення інтеграції до екосфери нових соціально-економічних структур;
- ідентифікація та обчислення показників (параметрів), які входять у формулу обчислення цієї функції, та співвідношень між цими показниками;
- розбиття на складові компоненти відповідно до розміру індикатора;
- виявлення коефіцієнтів складових компонентів (факторів впливу);
- обчислення вище перерахованих показників та компонентів функції сталого розвитку промислового підприємства (економічного, соціального та екологічного);
- виконання граничних обчислень;
- обчислення відсотка показників (регульованих чи ні) у функції СРПП ( $f_1, f_2, f_3$ ) відповідно до формул:

$$p\% = \frac{x_i}{f'} \text{ або } \frac{x_i}{f_1}, \text{ або } \frac{x_i}{f_2}, \text{ або } \frac{x_i}{f_3} \quad | \quad (\times 10^k).$$

Модель не враховує форс-мажорних обставин (катастрофи, землетруси, пожежі, пандемії тощо), коли значення відповідних показни-

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

ків можуть дорівнювати нулю. Однак, вона може бути адаптована до ситуації економічної кризи, коли окремі показники стають нульовими.

Функцію сталого розвитку промислових підприємств, призначену для оцінки (вимірювання) сталого розвитку, можна визначити наступним чином (Vanu, 2009):

$$f(t) = (f_1(x_1(t), \dots, x_n(t)), f_2(x_{n+1}(t), \dots, x_{n+m}(t)), f_3(x_{n+m}(t), \dots, x_{n+m+p}(t))) =$$
$$= \left( \frac{\sum_{k=1}^n [\pm p_k(t)x_k(t)] 10^{i_k}}{n}, \frac{\sum_{k=1}^m [\pm r_k(t)x_{n+k}(t)] 10^{j_k}}{m}, \frac{\sum_{k=1}^p [\pm q_k(t)x_{n+m+k}(t)] 10^{l_k}}{p} \right),$$
$$f_t = (f_{1t}, f_{2t}, f_{3t}); f'_t = \frac{f_{1t} + f_{2t} + f_{3t}}{3},$$

де  $t$  — час, виражений у роках.

Векторна функція включає наступні компоненти (Vanu, 2009):

- цільову функцію на економічному рівні

$$f_1 : \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_n \rightarrow [0, \infty);$$

- цільову функцію на соціальному рівні

$$f_2 : \Omega_{n+1} \times \Omega_{n+2} \times \dots \times \Omega_{n+m} \rightarrow [0, \infty);$$

- цільову функцію на рівні навколишнього середовища

$$f_3 : \Omega_{n+m+1} \times \Omega_{n+m+2} \times \dots \times \Omega_{n+m+p} \rightarrow [0, \infty).$$

Знання законів визначення функцій ( $f_{1t}$ ,  $f_{2t}$ ,  $f_{3t}$ ) забезпечує розуміння функції сталого розвитку промислового підприємства.

### ***1.1.6. Основні принципи та моделі сталого економічного розвитку***

Зацікавленість учених у питаннях економічного розвитку зросла в другій половині ХХ століття, коли очевидним став різкий контраст між розвинутими країнами та країнами третього світу, які були визначені як країни, що розвиваються, або країни з економікою, що розвивається. Контраст у рівні доходу серед країн світу зумовив інтерес вчених до аналізу умов для добробуту нації, а також збереження цих умов протягом максимально можливого періоду часу. Необхідність такого аналізу сприяла розвитку методів математичного моделювання економічного зростання. Першим значимим результатом стала комбінована модель Харрода-Домара (Harrod-Domar Growth Model) — модель економічного росту, що пояснює ріст економіки за умови сталості коефіцієнтів капі-

## Моделі сталого розвитку

---

таломісткості та тренду до збереження у довготерміновому періоді. Комбінована модель була побудована на основі змін основного економічного параметру, який впливає на економічне зростання — рівень інвестицій. З підвищенням розуміння впливу людського капіталу, технологій та добробуту населення на економічне зростання задача оптимального економічного зростання була розроблена у вигляді моделі Солоу (Solow) та Солоу-Свана (Solow-Swan) з функцією Кобба-Дугласа. У цій моделі також враховано зростання технологій та зростання населення. Ці фактори впливають на основний показник економічного зростання — основний капітал на одного працівника, який визначає ефективність праці, що є темпом зростання економіки.

Пізніше з'явилися моделі економічного зростання Ремзі (Ramsey), Брауна (Braun), П. Ромера (P. Romer), моделі технологічних змін, модель Узава-Лукаса (Uzawa-Lucas) для двох секторів економіки, моделі Шумпетера (Schumpeter) ендегенного зростання. За допомогою цих моделей вчені вивчали чинники, що впливають на економічне зростання, серед яких були людський і фізичний капітал, технологічні зміни, дифузія технологій, міграція та зростання населення, забруднення навколишнього середовища. Крім того, американський економіст В. Ростов (W. Rostow) вивчав умови для стійкого зростання в довгостроковій перспективі. Роботи С. Кузнеца (S. Kuznets) стали основою для подальшого розвитку в розумінні стійкого економічного зростання. За його визначенням це процес підвищення продуктивності національної економіки, який повинен перевищувати зростання населення на максимально можливий період часу. Таким чином, зусилля економічної теорії в XX столітті були спрямовані на аналіз умов, які забезпечують довгострокове економічне зростання. Відома концепція стверджує, що економічне зростання полягає в необхідності збереження рівноважного стану економіки за допомогою економічних методів і формується на найдовший можливий період часу (Chistilin, 2010).

Економічне зростання не знайшло свого якісного застосування в економіках країн, що розвиваються, а пізніше, у другій половині 80-90-х років XX століття вони не знайшли застосування і в аналізі економічної поведінки країн з перехідною економікою.

Відомі різні підходи до формування моделей економічного розвитку, зокрема й такі, що враховують структурні зміни в економіці. Наприклад, модель Артура Льюїса (Arthur Lewis) для двосекторної економіки, яка пізніше була розширена і формалізована Ж. Фті (J. Fti)

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

та Г. Ранісом (G. Ranis), модель Г. Ченері (H. Chenery) тощо. Враховуючи досвід країн з розвинутою економікою, ці моделі та теорії, пов'язані з ними, почали використовувати для аналізу економік країн, що розвиваються, країн третього світу.

Крім того, розробка теорії сталого розвитку призвела до формулювання основного твердження, широко визнаного в світі: сталий розвиток — це розвиток, який служить потребам сучасних поколінь і не створює загроз можливості для їх використання майбутніми поколіннями. Відповідно основна категорія стійкості має наступне формулювання: сталість — це використання технічних, наукових, екологічних та економічних соціальних ресурсів для того, щоб отримана система протягом певного часу та у визначеному просторі могла залишатись у рівноважному стані («Brundtland Report», 1987).

Дослідження Дж. Брундтланд (G. Brundtland) призвели до появи категорій «стійкий економічний розвиток» та «сталий розвиток», які виходять із завдань аналізу в умовах оптимального економічного зростання на підставі постулату про необхідність перевищення темпів зростання національного виробництва щодо зростання населення. Проте на сьогоднішній день немає жодної обґрунтованої відповіді на питання, чому ці моделі не дали практичних результатів у країнах з розвинутою та перехідною економіками, які існуючі моделі економічного зростання є непридатними, чому відомі моделі розвитку не спроможні пояснити та передбачити зміни, що відбуваються у багатьох різних економіках світу (Chistilin, 2010).

### **Системна теорія сталого економічного розвитку**

Очевидно, що причина, чому існуючі моделі економічного розвитку є недостатніми для оцінки реальних змін у економічному житті, полягає в підході до розуміння концепції наступних категорій: «розвиток», «сталість» та «сталий розвиток». Існує потреба точного розуміння змісту цих категорій, яке повинно базуватися на адекватному математичному апараті з природничих наук.

Аналіз показує, що моделі економічного зростання, а також моделі розвитку, засновані на такому підході, не функціонують протягом тривалих періодів часу в економіках країн з нестабільною (перехідною) політичною системою. Інститути реалізації стратегій економічної політики, які базуються на застосуванні існуючих моделей економічного

## Моделі сталого розвитку

---

зростання, відсутні. Цей факт викликає невдачу всіх спроб здійснити якісні економічні зміни в суспільстві протягом усіх періодів часу.

Відповідно до підходів Н. Контрацьєва (N. Kontradiev) та Й. Шумпетера (J. Schumpeter) сучасна наукова теорія має велику кількість робіт з дослідження моделей циклічного економічного зростання. Завдяки цим працям можна чітко прослідкувати часові періоди розробки класичних та неокласичних моделей економічного зростання. Такі моделі описують лише один етап циклічного розвитку — рівновагу або етап економічного зростання. Моделі циклічного розвитку не є дієвим інструментом аналізу процесу економічного розвитку.

Загальна теорія систем та теорія інформації забезпечують інші підходи до якісного розуміння явища економічного розвитку. Розробка моделей розглядається як процес накопичення структурної інформації, що підвищує рівень організації системи. Загальна теорія систем трактує розвиток як зміну станів системи протягом тривалого періоду часу. У процесі розвитку системи відбувається зміна структурних та кількісних характеристик. Це відображає еволюцію структури системи, яка адаптує останню до впливу на навколишнє середовище. В економічних системах дія на навколишнє середовище полягає у розвитку населення та обмеженні природних ресурсів. Налаштування системи відбувається за рахунок накопичення структурної інформації, що збільшує стійкість на основі збільшення кількості організаційних систем.

Ідеальна модель економічного розвитку повинна містити параметр, який би характеризував структуру економічної системи в сенсі умов і взаємодії регулювання економічних агентів між собою. Числові рішення цієї моделі повинні відображати еволюцію цієї структури, яка забезпечує стійкість соціальної системи протягом тривалого періоду часу в сенсі її цілісності. Політична структура є структурою соціальної системи.

Таким чином, категорія «стійкість» набуває нового змісту. Теорія стійкості, яка походить ще з праць Пуанкаре (Poincare) та Ляпунова (Ляпунов), як правило, відповідає на два ключових питання: що саме потрібно дослідити для сталого розвитку та стійкість чого саме потрібно дослідити (Chistilin, 2010).

У контексті системно-інформаційного розуміння сталого розвитку соціальної системи можна виділити наступні положення:

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

---

1. Досліджується процес розвитку соціальної системи для сталого розвитку. Ця система складається з політичних та соціальних підсистем, де політична система є структурною, а економічна система надає кількісні показники для конкретного стану.

2. Стійкість вивчається у сенсі збереження цілісності соціальної системи протягом тривалого періоду часу з урахуванням розвитку населення в умовах обмежених ресурсів.

3. Сталий розвиток соціальної системи — це послідовна, періодична зміна її стану протягом тривалого періоду часу, спрямована на підвищення стійкості системи (у сенсі збереження її цілісності) на основі реструктуризації її відносин — еволюції структурної системи. У математичному сенсі існує більш строге визначення щодо стійкості соціального розвитку, заснованого на доступності невизначеної поведінки в соціальній системі.

4. Стійкий розвиток соціальної системи — це послідовна зміна станів, де всі можливі траєкторії його розвитку використовуються для забезпечення стійких позицій у фазовому просторі. Ця область визначається набором аттракторів, що характеризують обробку системи протягом певного періоду часу. Набір та структура аттракторів визначаються якістю та типом політичної структури.

Сталий розвиток соціальної системи — це зміна економічного середовища, де розв'язок системи нелінійних диференціальних рівнянь, що описують цю зміну, є стійким до впливу керування параметром.

### **Самоорганізація соціальних систем в контексті сталого розвитку**

Як відомо, концепція самоорганізації запозичена суспільними науками з фізики, після висвітлення явища хаос у роботах Г. Хакена (G. Haken), І. Пригожина (I. Prigogine) та інших учених.

У природничих науках самоорганізація включає самостійне ускладнення структури в умовах сильної нестабільності навколишнього середовища з метою збереження її стійкості до впливу факторів навколишнього середовища. Селекція організмів властива об'єктам як неживої, так і живої природи.

У випадку соціальних систем самоорганізація має кілька рівнів.

Перший рівень (мікрорівень) — рівень, на якому економічні агенти конкурують між собою за обмежені ресурси та багатства, що призводить до оптимізації їх розподілу на ринку.

## **Моделі сталого розвитку**

---

Другий рівень (макрорівень) — рівень, на якому правила економічної гри серед агентів щодо розподілу ресурсів та багатства на основі політичних підсистем як оптимальної макроекономічної політики формуються незалежно. Він підтримує оптимальний розподіл ресурсів та багатства серед економічних агентів протягом тривалого періоду часу.

Третій рівень (метарівень) — рівень, на якому політична структура та інститути соціальної системи реструктуруються самостійно. Такий процес можна спостерігати в країнах з перехідною економікою. Його називають процесом трансформації.

Перші два механізми самоорганізації реалізуються в межах стійкого функціонування системи. Третій механізм виникає тоді, коли цілісність системи знаходиться під загрозою перевищення її граничних значень.

Таким чином, постійна оптимізація розподілу ресурсів та багатства між системними агентами є основою для підтримки її цілісності протягом тривалого періоду часу. Вона реалізується через незалежні дії агентів економічної системи, які ґрунтуються на нормах, встановлених у політичній структурі, тобто через розробку та реалізацію макроекономічної політики (Chistilin, 2004).

### **Співвідношення між самоорганізацією та розвитком соціальної системи**

Процес формування та впровадження оптимальної макроекономічної політики, а також його гнучке коригування у випадку неточності є процесом накопичення структурної інформації протягом тривалого періоду часу. Це пов'язано з тим, що системи, засновані на зворотному зв'язку, закладеному в політичній структурі, отримують інформацію про поточний стан системи, що сприяє виробленню управлінських рішень за допомогою макроекономічної політики.

Доведено очевидний факт існування взаємозв'язку між самоорганізацією та розвитком соціальної системи, а також зв'язку між рівнем самоорганізації та стійкості системи в сенсі її спроможності оптимізувати макроекономічну політику та реагувати на економічні та соціальні деструктивні зміни.

Самоорганізація є механізмом розвитку соціальної системи, де якість політичної структури визначає можливості соціальної системи щодо сталого розвитку у сенсі безконфліктного переходу від кризи до економічного зростання.



**Принципи самоорганізації та сталого розвитку**

Існує два закони, які відіграють визначальну роль для сталого розвитку, спрямовані на збереження цілісності системи в умовах зростання населення.

Принципи мінімального розсіювання системних ресурсів полягають у тому, що кожний наступний стан системи втрачає менше ресурсів, ніж попередній. В економічному сенсі в кожному наступному стані ресурси виділяються більш оптимально, ніж у попередньому. Досягнення економічного ефекту компенсується збільшенням впливу на навколишнє середовище.

Принцип мінімізації витрат або розсіювання, тобто оптимізація розподілу ресурсів для виробництва та розподілу товарів споживання, природно, зменшує розподіл ресурсів. Інакше кажучи спостерігається обернена кореляція між процесом оптимізації або реалізації принципу мінімізації розсіювання та розподілом ресурсів — виробничої потужності ( $Y$ ). Сила протидії  $F$ , яка розсіює системні ресурси (принцип мінімізації розподілу ресурсів), протидіє економічному зростанню чи швидкості випуску продукції  $Y'$  з коефіцієнтом  $K_S$ . Цей коефіцієнт відображає структурні властивості системи — її інститути (політичну систему) для проведення дієвих заходів щодо оптимізації розподілу ресурсів для виробництва товарів споживання, а також швидкість реакції політичної системи на несприятливі економічні зміни. Реакція політичної системи полягає у коригуванні структури поточної макроекономічної політики та зміні її напрямку у випадку неможливості використання безконфліктного способу через заміну партії влади опозицією.

Іншими словами, це сила, яка відображає цінність самоорганізації соціальної системи  $S$ :

$$S = -\frac{Y'}{K_S},$$

де  $S$  — кількісний вимірник самоорганізації,  $Y'$  — економічне зростання,  $K_S$  — структурний коефіцієнт, що відображає корисність структури політичної системи, а також вироблення економічного ефекту при оптимізації розподілу ресурсів для виробництва товарів для споживання.

Знак « $\leftarrow$ » означає протидію дії сили, що компенсує розсіювання (Chistilin, 2006).

## Моделі сталого розвитку

---

### Закон збереження економічного потенціалу системи

Економічний потенціал — здатність системи виробляти економічний ефект.

Соціальна система, трансформована з однієї системи в іншу в процесі соціально-економічного розвитку зберігає економічний потенціал незмінним. Це означає, що якщо в процесі економічного зростання соціальна система переходить з одного стану в інший, вона зберігає здатність генерувати економічні ефекти, необхідні та достатні для підтримки стійкості системи з точки зору збереження її цілісності.

Економічний потенціал соціальної системи — це здатність виконувати дії, такі як отримання економічного ефекту. Ця здатність виробляється системою, яка переходить з одного стану в інший, що забезпечує цілісність системи або стійкість процесу економічного розвитку.

Економічний потенціал — це потенційна здатність економічної системи виконувати дії, а також виробляти економічний ефект при переході з одного стану до іншого в процесі економічного розвитку, необхідного та достатнього для забезпечення цілісності системи або сталого розвитку в умовах збільшення чисельності населення і дефіциту обмежених ресурсів:

$$P_{(E_1)} = P_{(E_2)} = const.$$

### Математична формалізація сталого розвитку

Економічний ефект вказує на ефективність або стійкість розвитку та може бути сформульований таким чином:

$$\frac{Y''}{L''} \geq 1,$$

де  $Y''$  — темпи економічного зростання системи;

$L''$  — швидкість приросту населення.

Потенціал створення економічного ефекту полягає у здатності підтримувати продуктивність (ефективність) системи, при якій має бути реалізована умова

$$\frac{Y''}{L''} \geq 1 = const.$$

Цей стан також характеризує сталий розвиток.

Економічна ефективність як динамічна характеристика розвитку — це стійке (постійне) перевищення темпів зростання ВВП порів-

няно з темпами зростання населення в соціальній системі. Відповідно, підтримка стійкості системи означає збереження свого потенціалу для створення економічного ефекту

$$\frac{Y''}{L''} \geq 1 = const.$$

### **Сталий розвиток економіки: системний підхід**

Д. Чістілін (Chistilin, 2006) сформулював концепцію розвитку та самоорганізації соціальної системи і створив відповідну модель, яка відображає основні характеристики самої системи та її розвитку.

Розвиток системи розглядається як процес зміни її станів. Кожному стану системи відповідають структурні та кількісні характеристики і конкретний інтервал часу, протягом якого структура зберігає свою цілісність. В основі лежить ідея процесу розвитку. Процес розглядається як накопичення структурної інформації на основі механізму самоорганізації як результат протидії двох протилежних тенденцій — організації та дезорганізації. Визначені структурні та кількісні характеристики дають можливість визначити стани системи економіки в процесі його розвитку. Структурна характеристика для кожного стану — це політична структура системи. Швидкість зростання ВВП вважається кількісною характеристикою.

Кожний стан системи відповідає окремому циклу розвитку. Кожен цикл об'єднує конфліктну та неконфліктну фази розвитку. Фаза конфлікту реалізується через біфуркаційний механізм розвитку та низькі темпи зростання ВВП. Неконфліктна фаза реалізується через адаптаційний механізм розвитку та нерівномірне зростання ВВП. Кожна фаза циклу відповідає визначеному періоду розвитку, які змінюють один одного, як механізми розвитку.

Стійкий розвиток розглядається як зміна станів системи, що зберігають її цілісність і підтримують її в межах стабільності протягом тривалого періоду часу. Це відбувається на основі формування нової структури системи з адаптацією до дії на навколишнє середовище: зростання населення та обмежені ресурси. Вищенаведені конфліктні тенденції є зовнішньою демонстрацією дії.

### **Формалізація розвитку системи**

Економічна система розглядається як економічне середовище, де економічні агенти та їх групові організації є звичайними агентами. Ко-

## Моделі сталого розвитку

---

жен агент має ті самі властивості, що й система: може бути відкритим, нерівноважним, дисипативним, самоорганізованим. Також може мати мету — підтримка цілісності через основну функцію (розвиток). Розвиток обумовлений протилежними процесами — процесом виробництва та процесом споживання і здійснюється за допомогою двох типів механізмів розвитку: біфуркаційного механізму та механізму адаптації.

Спостерігається фрактальна симетрія всіх загальних властивостей, починаючи від глобальної системи до звичайного індивідуального агента. Розвиток, головна функція системи, розглядається як рух економічного середовища. Виходячи з припущення про збереження граничних меж стійкості системи, вирішується завдання сталої зміни навколишнього середовища та сталого розвитку системи в контексті збереження її основних властивостей та характеристик.

На першому етапі вивчаються поведінка та властивості абстрактної нелінійної динамічної системи на основі зменшення та фрактальної симетрії основних властивостей. На другому етапі моделюється та досліджується специфіка поведінки економічної системи (Chistilin, 2010).

### Основне рівняння розвитку економіки

Розглянемо математичну модель нелінійної динамічної системи (Chulichkov, 2003) з такими властивостями:

- фазові змінні — звичайні агенти, які мають властивість розпошувати ресурси у формі виробництва та споживання, виражені виробництвом продукції  $Y$ , та властивість оптимізації ресурсів для виробництва і споживання товарів, виражена величиною самоорганізації  $S$  та її індексом  $K_S$  (структурний коефіцієнт самоорганізації);
- простір, до якого вони належать (фазовий простір або економічне середовище);
- основною функцією є розвиток, виражений в економічному середовищі; звичайні агенти системи можуть бути описані двома фазними змінними ( $Y$ ,  $K_S$ ) відповідного фазового економічного простору, до якого вони належать:

$$F = F(Y, K_S, t),$$

де  $Y$  — якісні характеристики розвитку, параметр, що характеризує спроможність системи (здатність виробляти економічну ефективність та дисипативність);  $K_S$  — коефіцієнт самоорганізації (структурні харак-

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

теристики, параметр, який відображає економічну корисність структури системи та характеризує мінімізацію дисипації (розсіювання) або здатність оптимізувати розподіл ресурсів для виробництва та товарів для споживання);  $t$  — час.

Розвиток системи глобального соціуму описується у вигляді рівняння екологічного розвитку типу рівняння П. Бургера (P. Burger):

$$\frac{dY'}{dt} + Y' \frac{dY'}{dL_Q} = K_S \frac{d^2 Y'}{dL_Q^2},$$

де  $t$  — інтервал часу, протягом якого досліджується система;

$Y$  — вироблена продукція за досліджуваній часовий період (оцінюється у ВВП);

$Y' = \frac{dY}{dt}$  — швидкість випуску продукції або економічне зростання

протягом аналізованого інтервалу часу;

$Y'' = \frac{d^2 Y}{dt^2}$  — темпи економічного зростання системи протягом

аналізованого інтервалу часу;

$L_Q = LK_N$  — кваліфікована робоча сила або зростання чисельності населення протягом аналізованого інтервалу часу з урахуванням кваліфікації, де

$L$  — кількість населення у період дослідження;

$L'$  — швидкість зростання населення в аналізований період;

$L''$  — швидкість приросту населення в аналізований період;

$N$  — кількість населення з вищою освітою у період дослідження;

$K_N$  — коефіцієнт кваліфікованої праці у соціальній системі. Він характеризує зростання структурної інформації, що виражається новими знаннями. Створення нових знань — це інтелектуальна праця населення з вищою освітою, яка виражається зростанням населення з вищою освітою  $N$ . Отже,

$$K_N = \frac{dN}{dt} = N'.$$

Якість розсіювання ресурсів виражається виробничою функцією

$$Y = F(k, L),$$

## Моделі сталого розвитку

---

де  $k$  — капітал,  $L$  — трудовий ресурс. Під час тривалих інтервалів часу  $t \rightarrow \infty$ ,  $k \rightarrow 0$ .

Функція для тривалого інтервалу часу має вигляд

$$Y = F(L, t).$$

Властивість оптимізації розподілу ресурсів для виробництва виражається функцією самоорганізації

$$S = F(I, t),$$

де  $I$  — вироблена інформація,  $I = F(N)$ ;

$t$  — час створення та введення інформації в систему. Інформація — це функція інтелектуальної діяльності людей з вищою освітою, яка визначається  $N$ .

Таким чином,  $S = F(N, t)$  описується рівнянням  $S = F(Y', K_S)$ .

Кількісна оцінка самоорганізації  $S = Y'/K_S$  є протидією  $F$  як для розсіювання системних ресурсів (принцип мінімізації розподілу ресурсів), так і для економічного зростання чи швидкості випуску продукції  $Y'$  з коефіцієнтом  $K_S = S/Y'$ , який відображає структурні якості системи (інститути політичної системи) для вироблення ефективних рішень щодо оптимізації розподілу ресурсів для виробництва споживчих товарів, а також швидкості реакції політичної системи на несприятливі економічні зміни у вигляді коригування структури поточної макроекономічної політики та зміни її напрямку у випадку помилкової неконфліктної ситуації. Іншими словами, ця оцінка відображає цінність самоорганізації соціальної системи  $S$  (Chulichkov., 2010).

### Аналіз рівняння

Основу рівняння складає гіпотеза Н. Кондратьєва (Kondratiev, 1989), яка стверджує, що кумулятивне накопичення трьох компонентів соціальної системи лежить в основі процесу розвитку (тенденції):

- зростання населення  $L$ ;
- накопичення капіталу  $k$ ,

разом вони складають виробничу функцію  $Y = F(k, L)$ ;

- науково-технічний прогрес.

У нашому випадку протягом тривалості інтервалу  $k \rightarrow 0$  науково-технічний прогрес описується величиною накопиченням нових значень (інформації) або функцією збільшення людей з вищою освітою  $I = F(N, t)$ . Таким чином, рівняння відображає конвективний

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

перенос основних властивостей середовища в просторі на основі зростання населення з урахуванням накопичення нових знань (інформації), що впливають на збільшення продуктивності або розсіювання системних ресурсів:

$$\frac{dY'}{dt} + \frac{dL_Q}{dt} \frac{dY'}{dL_Q}.$$

Рівняння містить нелінійну складову  $Y' \frac{dY'}{dL_Q}$ , оскільки кваліфікація

роботи звичайного агента є чинником, що породжує нелінійність, яка впливає з рівності  $Y' = Y'(L_Q)$ . Нелінійність системи відображає накопичення структурної інформації в часі, а також залежність між швидкістю випуску продукції та зміною кваліфікації населення разом із зміною його кількості. Цей термін відображає вплив накопичення структурної інформації на швидкість випуску продукції (Malinetskiy, 2002).

У рівняння входить вираз  $K_S \frac{d^2 Y'}{dL_Q^2}$ , що відображає здатність системи протистояти розподілу ресурсів або реалізувати принцип мінімального розсіювання системних ресурсів, тобто оптимізувати їх розподіл на основі поточної структури.

Ліва частина рівняння відображає дисипативний процес — темпи витрат ресурсів у часі з врахуванням зростання кваліфікації праці  $K_N$ . Права частина описує компенсаційний процес — оптимізацію ресурсів для виробництва та споживання товарів  $K_S$ . Загалом рівняння виражає закон збереження потенціалу виробництва економічного ефекту: темпи розсіювання неврегульованих системних ресурсів протягом тривалого періоду часу компенсуються їх оптимізацією на основі впровадження принципу мінімального розсіювання. Це забезпечує його цілісність та реалізацію цільової функції — підтримку гомеостазу (відносної сталості структури та властивостей). Зниження рівня формування економічного ефекту в лівій частині рівняння на основі зменшення співвідношення випуску продукції до темпу зростання населення компенсується шляхом створення економічного ефекту за рахунок підвищення рівня організації системи у правій частині рівняння. Це пояснює циклічне (періодичне) обмеження системи на тривалій проміжок часу та хвиловий характер економічних циклів.

## Моделі сталого розвитку

---

Рівняння описує еволюцію структури. Накопичена інформація  $K_N \frac{dN}{dt}$ , що збільшує швидкість розподілу ресурсів, компенсується її введенням у систему — структуруванням. У правій частині рівняння описано структурування інформації (зміна  $K_S$ ) та підвищення рівня організації системи. У результаті дії політичної системи інформація стає структурованою у формі прийнятих законів. Зміна  $K_S$  від 0 до 1 відображає накопичення структурної інформації, ускладнення або еволюцію структури системи протягом тривалого інтервалу часу.

Рівняння описує еволюцію структури, яка дає можливість робити прогноз майбутнього стану системи. Фундаментальний розв'язок цього рівняння буде розв'язком хвильового рівняння внаслідок конкуренції між двома протилежними тенденціями: розсіюванням і загасанням (мінімальним розсіюванням). Рівняння формально описує хвильовий характер економічних циклів (Chulichkov, 2010).

### Модель розвитку системи економіки

Модель описується наступним чином:

$$\frac{dY'}{dt} + \frac{dL_Q}{dt} \frac{dY'}{dL_Q} = K_S \frac{d^2 Y}{dL_Q^2}.$$

$$\text{Стан стійкості } \frac{Y''}{L''} \geq 1.$$

Параметр системи управління — економічна ефективність  $E_Y$ . Рівняння досліджується шляхом стійкості рішень залежно від значення параметра керування. Потрібно визначити, яке значення параметра керування забезпечить стабільність розв'язку рівняння та який геометричний вигляд отриманих розв'язків рівняння буде відповідати стабільним станам. Для отримання чисельного результату будують комп'ютерну модель та проводять числовий експеримент.

Грунтовний аналіз основних вимірів сталого розвитку та методології розробки показників стійкості, які є науковими конструкціями, що надають інформацію для ефективного проведення державної політики, дає підстави зробити висновки, що корисність різних індикаторів сталого розвитку з точки зору математичного моделювання залежить від обраних компромісів між науковою стійкістю та жорсткістю, політичною ефективністю та демократичною легітимністю.



## **1.2. Математичне моделювання ефективності управління**

На Саміті ООН з прийняття Порядку денного розвитку після 2015 року були визначені орієнтири глобального розвитку – Цілі сталого розвитку (ЦСР) до 2030 року. Ця подія стала вершиною довгого та інтенсивного процесу консультацій, який об'єднав національні уряди, установи системи ООН та широке коло представників громадянського суспільства. Підсумковий документ Саміту ООН «Перетворення нашого світу: порядок денний у сфері сталого розвитку до 2030 року» містить 17 Цілей сталого розвитку та 169 завдань, напрями їх реалізації та глобального партнерства, а також рамки для подальшої діяльності до 2030 року за принципом «нікого не залишити осторонь». Глобальні щорічні звіти з ЦСР надають огляд досягнень, стану виконання заходів з ЦСР та реалізації відповідної політики. Усі країни-члени ООН концентрують увагу на показниках ЦСР та відповідних даних для моніторингу прогресу на шляху досягнення цілей, застосовуючи фактологічний аналіз [5].

В Україні проблема сталого розвитку обговорюється достатньо давно. Слід зазначити, що різні вчені і фахівці, розглядають це поняття по-різному: одні аналітики пов'язують поняття «сталий розвиток» зі зміною характеру зростання; другі — на взаємовідносинах країн; треті – підкреслюють необхідність глобального управління світовими процесами; інші акцентують на основних характеристиках якості життя.

Світове співтовариство визнало, що сталий розвиток — це збалансований розвиток, який «повинен стати пріоритетним питанням порядку денного міжнародного співробітництва». Загальновизнаним є розуміння збалансованого розвитку як гармонійного поєднання економічних, соціальних та екологічних складових розвитку.

Сталий розвиток економіки значною мірою визначається ефективністю функціонування органів влади країни. Проте говорити про якість функціонування неможливо без врахування основних тригерів сучасного світу — явища корупції, демократичних свобод, якості освіти, ВВП на душу населення тощо.

### ***1.2.1. Моделі ефективності функціонування країн***

Ефективність функціонування органів влади певною мірою визначається ефективністю управління, яка у свою чергу залежить від багатьох чинників, як економічних, так і соціальних та правових. Ефективності публічного управління найбільш повно відображає ефективність надання публічних благ, тому що ці дані включають суспільну оцінку

## Моделі сталого розвитку

якості публічних послуг, державної служби, формулювання та реалізації політики.

На першому етапі аналізу дослідимо залежності рівня ефективності від оцінки рівня корупції. Для цього використовуємо дані 166 країн за період 2004-2016 рр. Інформацію щодо корупції та ефективності надання суспільних благ одержано з бази Світового банку «Світові показники розвитку (WGI)»[7]. Набір даних дослідження, представлений великою кількістю респондентів підприємств, громадян та експертів з економіки та розвитку країн. Оцінювання рівня корупції та ефективності урядування проводився в діапазоні від  $-2.5$  (слабких) до  $2.5$  (сильних). Слід зазначити, що оцінювання індексу демократії відбувалося в межах від 0 до 10.

Проте спочатку проведемо аналіз поперечного перерізу, використовуючи метод найменших квадратів (OLS), використовуючи середні показники за весь період 2004-2016 років. Крім того, для досягнення важливих результатів щодо впливу корупції, спочатку побудуємо однофакторну модель. На наступних етапах дослідження побудуємо моделі множинних регресій факторіальними змінними — рівень корупції та рівень демократії; а також — рівень корупції, рівень демократії та ВВП на душу населення.

Однофакторна математична модель 1 ефективності управління:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \varepsilon_t, \quad (1.2.1)$$

де  $y_t$  — залежна змінна оцінка рівня ефективності в  $t$ -рік,  $x_t$  — незалежна змінна — рівень корупції у  $t$ -році,  $\alpha_0$  та  $\alpha_1$  — невідомі параметри, які слід оцінити,  $\varepsilon_t$  — звичайне випадкове збурення. Очевидно, що  $\varepsilon_t$  повинна задовольняти умови [3]:

$$M(\varepsilon) = 0, \quad \text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2, \quad \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ для } i \neq j \text{ та } \text{cov}(\varepsilon_t, x_t) = 0 \text{ для всіх } t.$$

Не зважаючи на простоту лінійної моделі, отримані оцінки дають можливість встановити міру залежності рівня ефективності від оцінки рівня корупції. Слід зазначити, що інші види функціональної залежності не дали змогу суттєво покращити якість моделі, а кількість ступенів вільності при цьому зменшувалась. Тому вважаємо, що достатньо зупинитись на першому етапі на аналізі на основі лінійних моделей. Проте зазначаємо, що наступні дослідження вже побудовані на аналізі даних панелей (Panel Data Analysis).

На основі статистичних даних оцінок корупції та ефективності у 166 країнах, використовуючи рівняння (1.2.1), побудовані лінійні однофакторні економетричні рівняння [3] для кожного з 2004 – 2016 років. У зведеній таблиці вказані коефіцієнти рівняння, коефіцієнти

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

детермінації, значення статистики Фішера. Щодо двох останніх рядків таблиці можемо зробити висновок про адекватність відповідних моделей з надійністю 5%.

Табл. 1. Основні параметри залежності рівня ефективності від рівня корупції

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
$a_1$	0,95	0,948	0,937	0,936	0,934	0,927	0,923	0,922	0,924	0,925	0,896	0,902	0,903
$a_0$	-0,004	-0,007	-0,0002	0,002	0,003	0,004	0,007	0,01	0,008	0,005	0,002	0,002	0,005
$R^2$	0,89	0,90	0,87	0,87	0,87	0,86	0,89	0,87	0,87	0,86	0,81	0,82	0,83
$F$	1614,5	1847,6	1369,1	1303,3	1313,1	1248,1	1247,2	194,5	1289,3	1255,4	845,1	902,2	948,8

У побудованих лінійних економетричних моделях коефіцієнти  $a_1$  і  $a_0$ . Коефіцієнт  $a_1$  є кутовим коефіцієнтом і вказує на динаміку зміни ефективності при зміні оцінки корупції на 1,  $a_0$  є оцінкою ефективності при середньому рівні корупції, який дорівнює 0 (нагадаємо, що експертна група оцінювала рівень корупції та ефективності від -2,5 до 2,5).

Слід врахувати, що інтервал експертних оцінок невеликий, тому для нас важливі навіть незначні коливання оцінюваних параметрів. Аналізуючи побудовані залежності починаючи з 2004 року і закінчуючи 2016, можна відмітити закономірність щодо коефіцієнта  $a_0$ . Так 2004 року по 2011 рік спостерігається певне збільшення даного коефіцієнта у динаміці ( $a_{0,2005} = -0,007$ ,  $a_{0,2006} = -0,002$ ,  $a_{0,2007} = 0,002$ ,  $a_{0,2008} = 0,003$ ,  $a_{0,2009} = 0,004$ ,  $a_{0,2010} = 0,007$ ,  $a_{0,2011} = 0,01$ ), тобто за такого ж рівня корупції експертна група оцінює ефективність вище з кожним наступним роком, що може означати, на жаль, що суспільство змирилось з даним явищем, або, можливо, що потребує більш детального дослідження, певний оптимізм і прогрес у боротьбі з цим явищем. Проте, починаючи з 2012 року настрої громадян змінюються (на що вплинули, на нашу думку, події 2012 року) і це привело до перегляду оцінки залежності ефективності від корупції і розуміння необхідності боротьби з цим явищем, тому значення вільного члена дещо

## Моделі сталого розвитку

почало зменшуватись у динаміці:  $a_{0,2012} = 0,008$ ,  $a_{0,2013} = 0,005$ ,  $a_{0,2014} = 0,002$ ,  $a_{0,2015} = 0,002$ . Проте активна боротьба з корупцією (яскравим прикладом є дії антикорупційного прокурора в Румунії, дії щодо створення антикорупційного суду в Україні тощо) привело до певного оптимізму щодо можливості побороти це ганебне явище і тому відбуваються певне зростання цього коефіцієнта в кореляційних рівняннях  $a_{0,2016} = 0,004$ . У той же час американські експерти проаналізували взаємозв'язок корупції, економічного зростання та економічної свободи в 60 країнах. Автори дійшли висновку, що в країнах з низьким рівнем економічних свобод корупція перешкоджає економічному зростанню, а в країнах з високим рівнем економічних свобод вона сприяє його прискоренню, виступаючи певним «ефективним жиром» (“efficient grease”) [1].

Тому однією із причин такого зростання може бути і зростання економічної свободи та рівня демократії.

Щодо коефіцієнта  $a_1$ , то можна зазначити, що загальна тенденція зберігається ( $a_1 \approx 0,9$ ), на основі чого можна зробити висновок, що покращення ситуації щодо корупції на одиницю, приводить до покращення ефективності лише на 0,9.

Провівши усереднення оцінок корупції та ефективності, проведемо аналіз поперечного перерізу. На основі методу найменших квадратів [2] одержимо узагальнене рівняння залежності:  $y = 0,932x + 0,035$ , що відповідає вище описаній тенденції. Коефіцієнт детермінації  $R^2 = 0,9$  вказує на те, що 90% варіації рівня ефективності досліджуваних країн зумовлено варіацією оцінки корупції. Коефіцієнт залишкової детермінації  $(1 - 0,9)$  вказує на те, що 10% варіації рівня ефективності пояснюється дією інших причин. Дане значення дозволяє зробити висновок, що побудована модель є адекватною і отримані оцінки є значущі. Результати регресії поперечного перерізу методом найменших квадратів (OLS) представлені у табл. 1.2.1.

Табл. 1.2.1. Результати однофакторної регресії (модель 1)

Effect	Parameter Estimates (Spreadsheet 16) Sigma-restricted parameterization			
	effec Param.	effec Std.Err	effec t	effec p
Intercept	0,035395	0,024633	1,43691	0,152647
corup	0,932104	0,024219	38,48701	0,000000

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

Як видно з усіх результатів регресії, коефіцієнт корупції є значущим на рівні 5 відсотків. Дійсно, поперечні регресії свідчать, що рівень корупції впливає на ефективність, і при зменшенні явища корупції (дана оцінка буде зростати, оскільки 2,5 відповідає найменшому з можливих значень рівня корупції) ефективність зростатиме. У той же час значущість оцінки вільного члена  $a_0$  не достатня (0,15). Хоча аналіз поперечного перерізу корисний для вивчення залежності, ми не можемо контролювати специфічні ефекти, які можуть бути описані незалежними змінними в моделі.

Таким чином, узагальнюючи вище сказане, вважаємо, що однофакторна залежність рівня ефективності від рівня корупції для досліджуваних країн дає непоганий прогноз залежної змінної. Проте аналіз окремих країн дав можливість зрозуміти, що на її величину впливають такі важливі фактори, як рівень демократії, ВВП на душу населення, географічне знаходження, релігійні уподобання.[The causes of corruption: a cross-national study, Daniel Treisman\*, Blunt Instruments: Avoiding Common Pitfalls in Identifying the Causes of Economic Growth, By Samuel Bazzi and Michael A. Clemens\*].

Наявність тісної залежності ефективності видатків бюджету від рівня явища корупції та, наприклад, рівня демократії підтверджує діаграма розсіювання ряду (рис. 1.2.2).

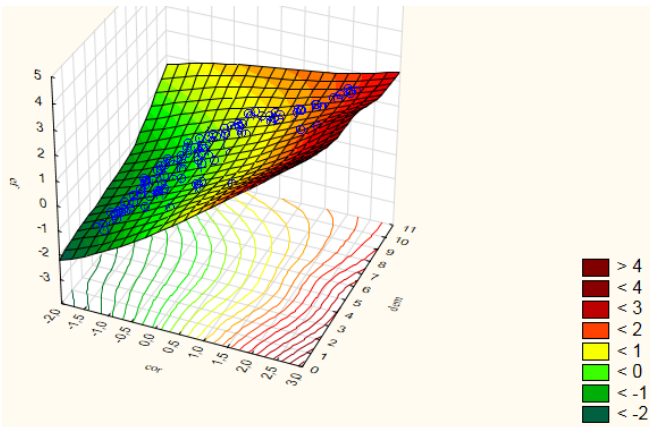


Рис. 1.2.2. Діаграма розсіювання рівня ефективності від рівня корупції та рівня демократії для 166 країн [6]

## Моделі сталого розвитку

Не зважаючи на простоту лінійної моделі, вона достатньо непогано описує досліджувану залежність для попереднього аналізу, тож побудуємо модель 2 — рівняння множинної регресії [3], при цьому до моделі 1 (1.2.1) додамо ще одну незалежну змінну  $z_t$  — рівень демократії:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 z_t + u_t, \quad (1.2.2)$$

де  $u_t$  випадкові збурення, які задовольняють аналогічні умови моделі 1, а також  $cov(z_t, x_t) = 0$  — відсутність явища мультиколінеарності, наявність якого не дозволяє отримати якісну модель.

Використовуючи метод найменших квадратів, знаходимо оцінки  $\beta_0 = -0,406$ ,  $\beta_1 = 0,807$ ,  $\beta_2 = 0,078$ , які є значущими з рівнем надійності 5% (таб. 1.2.2)

Табл. 1.2.2. Результати множинної регресії моделі 2

Effect	Parameter Estimates (Spreadsheet16) Sigma-restricted parameterization			
	effec Param.	effec Std.Err	effec t	effec p
Intercept	-0.406229	0.094008	-4.32120	0.000027
corup	0.807446	0.034314	23.53107	0.000000
democ	0.077761	0.016045	4.84630	0.000003

Отже, можна зробити висновок, що оцінки параметрів рівняння (1.2.2) стійкі до випадкових змін ряду. Рівні значимості для оцінок не перевищують 0,0001. Окремо відмітимо про значимість вільного члена у цій моделі ( $< 0,0001$ ) на відміну однофакторної моделі. Наближені значення стандартних помилок також невеликі і відповідно рівні 0,094, 0,034 і 0,016. У табл. 1.2.3 представлені деякі з критеріїв оцінки якості моделі, які дозволяють зробити висновок про високу якість моделі з рівнем значущості  $< 0,001$ .

Табл. 1.2.3. Основні оцінки якості моделі 2

Dependnt Variable	Test of SS Whole Model vs. SS Residual (Spreadsheet16)										
	Multiple R	Multiple R <sup>2</sup>	Adjusted R <sup>2</sup>	SS Model	df Model	MS Model	SS Residual	df Residual	MS Residual	F	p
effec	0.955444	0.912873	0.911804	149.6780	2	74.83899	14.28563	163	0.087642	853.9182	0.00

Аналіз коефіцієнтів кореляції дозволяє зробити висновок про значну залежність рівня ефективності від рівня корупції (0,95), у той час як коефіцієнт кореляції між рівнем ефективності і рівнем демократії є нижчим і дорівнює 0,79.

Очевидно, що до основних факторів сталого розвитку економіки слід віднести і величину ВВП на душу населення. Тому на наступному етапі пропонуємо дослідити модель 3 — залежність рівня ефективності ( $y$ ) від рівня корупції ( $x$ ), рівня демократії ( $z$ ) та ВВП на душу населення ( $v$ ):

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 z_i + \beta_3 v_i + w_i. \quad (1.2.3)$$

Отримані оцінки параметрів моделі (таб. 1.2.4) значущі з незначними стандартними помилками дають можливість побудувати модель, яка пояснює 92% варіації рівня ефективності, що говорить про адекватність моделі 3.

Табл. 1.2.4. Основні оцінки якості моделі 3

Regression Summary for Dependent Variable: effec (eff_cor_dem_						Summary Stat	
R= ,96127584 R <sup>2</sup> = ,92405124 Adjusted R <sup>2</sup> = ,92264478						Statistic	Value
F(3,162)=657,01 p<0,0000 Std. Error of estimate: ,27725						Multiple R	0,96127584
N=166						Multiple R <sup>2</sup>	0,924051241
	b*	Std Err. of b*	b	Std Err. of b	t(162)	p-value	Adjusted R <sup>2</sup>
Intercept			-0,708259	0,107598	-6,58247	0,000000	0,922644782
corup	0,665943	0,045727	0,654189	0,044920	14,56334	0,000000	F(3,162)
democ	0,223879	0,034571	0,102839	0,015880	6,47585	0,000000	657,00569
GDP per capita	0,160401	0,032849	0,000008	0,000002	4,88293	0,000002	p
							Std.Err. of Estimate
							0,2772532

Аналіз коефіцієнтів кореляції (таб. 1.2.5) дає можливість визначити, що все ж ефективність в більшій мірі залежить від рівня корупції (0,95), аніж від інших двох параметрів — рівня демократії та ВВП на душу населення (0,79 та 0,73 відповідно).

Табл. 1.2.5. Коефіцієнти кореляції між результативною та факторіальними ознаками моделі 3

Variable	Correlations (eff_cor_dem_GDP)			
	corup	democ	GDP per capita	effec
corup	1,000000	0,749614	0,717487	0,948851
democ	0,749614	1,000000	0,388730	0,785432
GDP per capita	0,717487	0,388730	1,000000	0,725235
effec	0,948851	0,785432	0,725235	1,000000

Проте між рівнем демократії та рівнем корупції, як і між ВВП на душу населення та рівнем корупції існують досить тісні зв'язки, що підтвердили і перевірка тестів на мультиколінеарність. Оскільки залежні змінні рівень корупції та рівень демократії, показники від яких рівень ефективності залежить досить сильно, то відмовлятися від жодної з цих змінних у моделі 3 не доцільно. Знизити явище мультикорінеарності можна побудувавши «рідж-регресію» (ridge regression), знайшовши оцінки параметрів як  $\hat{\beta} = (X'X + \lambda E_{n+1})^{-1} X'Y$  для  $\lambda$  наприклад 0,1.

Враховуючи різну розмірність пояснювальних змінних, побудуємо квазілінійну модель 4 — нелінійну модель [3], у якій рівень ефективності залежитиме від логарифма ВВП на душу населення, а від рівня корупції та рівня демократії ефективність і надалі залежитиме лінійно:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 z_i + \beta_3 \ln v_i + w_i. \quad (1.2.4)$$

## Моделі сталого розвитку

Оцінки параметрів моделі 4 (таб. 1.2.6) значущі, причому з побудованих моделей коефіцієнт детермінації моделі 4 найвищий  $R^2 = 0,94$ .

Табл. 1.2.6. Основні оцінки якості моделі 4

Regression Summary for Dependent Variable: effec (eff_cor_dem_GDP)							Statistic		Summary Statistic
R= ,96739918 R <sup>2</sup> = ,93586117 Adjusted R <sup>2</sup> = ,93467342 F(3,162)=787,92 p<0,0000 Std Error of estimate : ,25479							Value		
N=166	b*	Std Err. of b*	b	Std Err. of b	t(162)	p-value	Multiple R	0,967399179	
Intercept			-1,98185	0,222044	-8,92552	0,000000	Multiple R?	0,935861171	
corup	0,678712	0,035456	0,66673	0,034830	19,14225	0,000000	Adjusted R?	0,934673415	
democ	0,162432	0,030076	0,07461	0,013816	5,40072	0,000000	F(3,162)	787,923701	
lnGDP per capita	0,212190	0,027847	0,17240	0,022626	7,61987	0,000000	p	0	
							Std.Err. of Estimate	0,254786691	

Слід також відмітити відсутність автокореляції залишків, оскільки оцінка за критерієм Дарбіна-Уотсона (Darbin-Watson)  $DW = 1,92$ . Тому, врахувавши виконання і інших тестів, вважаємо, що модель 4 найкраще описують залежність рівня ефективності від пояснювальних змінних рівня корупції ( $x$ ), рівня демократії ( $z$ ) та ВВП на душу населення ( $y$ ).

Отже, врахувавши отримані оцінки побудованих моделей, зведемо їх у табл. 1.2.7, яка описує залежність рівня ефективності від відповідних факторів.

Табл. 1.2.7. Зведена таблиця основних оцінок

Параметри моделі	Модель 1	Модель 2	Модель 3	Модель 4
вільний член	0,035*	-0,406***	-0,71***	-1,98***
рівень корупції	0,932***	0,807***	0,65***	0,67***
рівень демократії		0,078***	0,1***	0,07***
ВВП на душу населення			8·10 <sup>-6</sup> ***	
Логарифм від ВВП на душу населення				0,17***
$R^2$	0,9	0,91	0,92	0,94
$p$	0,001	0,001	0,001	0,001
$F$	1481,250	853,92	657,01	787,92
$DW$		2,05	2,06	1,92
Спостережень	166	166	166	166
*значущий на рівні 10%, **значущий на рівні 5%, ***значущий на рівні 1%				



## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

Аналізуючи коефіцієнти ендогенних змінних кожної з моделей можна відмітити, що при сталому розвитку найбільший вплив на рівень ефективності має саме явище корупції. Щодо інших факторів слід відмітити, що саме вплив ВВП на душу населення на рівень ефективності функціонування органів влади більший порівняно з впливом демократії (модель 4). Проте, у більшості випадків високий рівень демократії є саме у країнах з високим ВВП на душу населення.

### ***1.2.2. Кластеризація та побудова їх регресійних моделей***

Побудова математичних моделей (1) за даними вибірки для кожної з досліджуваних країн показала, що можна говорити про достатню адекватність моделей для розвинутих країн:

United Kingdom —  $y = 0,802x + 0,230$ ,  $R^2 = 0,681$ ;

Andorra —  $y = 0,028x + 1,368$ ,  $R^2 = 0,606$ ;

Austria —  $y = 0,469x + 0,890$ ;  $R^2 = 0,613$ ;

Denmark —  $y = 1,677x - 1,87$ ,  $R^2 = 0,68$  тощо.

Для країн, які характеризуються невисоким доходом, побудувати адекватну залежність не вдалося. Наприклад:

Afghanistan —  $y = 0,835x - 0,100$ ,  $R^2 = 0,315$ ;

United Arab Emirates —  $y = 1,206x - 0,232$ ,  $R^2 = 0,361$ ;

Ukraine —  $y = 0,238x - 0,415$ ,  $R^2 = 0,062$ ;

India —  $y = 0,414x + 0,124$ ,  $R^2 = 0,094$  тощо.

Очевидно, що при покращенні ситуації із корупцією ефективність зростатиме, до того ж таке зростання близьке до прямо пропорційного. Проте аналіз отриманих рівнянь дав можливість зауважити наявність закономірностей у певних групах країн.

Пропонуємо провести кластеризацію країн вибірки. Методи кластеризації дають можливість отримати обмежену кількість груп (кластерів) на основі достатньо великої кількості параметрів. Якщо задано  $n$  спостережень  $X_1, X_2, \dots, X_n$  (країн), які в свою чергу характеризуються  $m$  ознаками (рівнем корупції, ефективності, демократії). При групуванні їх у  $k$  кластери враховуватимемо, що вони характеризуватимуться точкою, координати якої є середні значення координат точок, що ввійшли в даний кластер, віддаллю від центра кластера до найвіддаленішої точки від центра, середньоквадратичним відхиленням. Як вже зазначалось одна із характеристик кластера є максимальна віддаль між центром і точками кластера, тому при кластеризації групують об'єкти таким чином, щоб віддаль між кластерами була б більшою за макси-

## Моделі сталого розвитку

---

мальну віддаль у кластері. При цьому зазвичай використовують «евклідову віддаль»:

$$\rho(X_i, X_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^m (x_{il} - x_{jl})^2},$$

де  $x_{il}$  та  $x_{jl}$  — елементи  $X_i$  та  $X_j$  спостережень ( $i = \overline{1; n}$ ,  $j = \overline{1; n}$ ), що характеризуються  $l$  ознакою. Часто при побудові кластерів необхідно перейти до нормованого значення, яке дорівнює відношенню відхилення відповідних значень спостережень  $X_i$  від його середнього  $\overline{x_i}$  до його середньквдратичного  $\sigma(X_i)$ , а вже далі оцінювати евклідові віддалі. На основі ітераційного методу  $k$ -середніх, вибирають  $k$  центрів можливих кластерів, а далі розподіляють спостереження по найближчих кластерах, перераховують центри, обчислюють відповідні віддалі, і проводять ітерації до тих пір поки на двох останніх етапах кластери не змінюються. Одним із методів побудови кластерів є метод найближчого сусіда, при якому спостереження належатиме кластеру, якщо виконуватиметься критерій  $\min_{j, X_j \in K_r} \{\rho(X_i, X_j)\}$ . Ще одним методом, за

допомогою якого можна отримати певні кластери, є метод Варда, який базується на критерії  $\min_{j, X_j \in K_r} \{\rho(X_i, \overline{X_r})^2\}$ .

Розглядаючи 166 [6, 7] країн вибірки за допомогою програмного продукту Statistica, поділили країни на групи, близьких за рівнем демократії країн. Для цього використали методи кластерного аналізу, а саме ієрархічний метод та метод  $k$ -середніх. Побудова дендрограми дала змогу визначити оптимальну кількість кластерів — 4. Методом  $k$  середніх розбили об'єкти на кластери на основі дисперсійного аналізу, використовуючи статистику Фішера, так щоб варіація в середині кластера була малою, а міжкластерна варіація — великою:

**1 кластер («Lowermiddle democracy level»)**, 32 країни): Armenia, Burkina Faso, Bosniaand Herzegovina, Bhutan, Cameroon, Ethiopia, Fiji, Georgia, Haiti, Iraq, Jordan, Kenya, Kyrgyz Republic, Cambodia, Kuwait, Lebanon, Liberia, Morocco, Madagascar, Mozambique, Mauritania, Niger, Nigeria, Nicaragua, Nepal, Pakistan, Russian Federation, Sierra Leone, Tunisia, Turkey, Uganda;

**2 кластер («Higher middle democracy level»)**, 51 країна): Albania, Argentina, Benin, Bangladesh, Bulgaria, Bolivia, Brazil, Colombia,

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

Cape Verde, Dominica, Dominican Republic, Ecuador, Ghana, Guatemala, Guyana, Hong Kong SAR, China, Honduras, Croatia, Hungary, Indonesia, Jamaica, Sri Lanka, Lesotho, Latvia, Moldova, Mexico, Macedonia, FYR, Mali, Mongolia, Malawi, Malaysia, Namibia, Panama, Peru, Philippines, Papua New Guinea, Poland, Paraguay, Romania, Senegal, Singapore, El Salvador, Suriname, Slovak Republic, Thailand, Timor-Leste, Trinidad and Tobago, Tanzania, Ukraine, Serbia, Zambia;

**3 кластер** («**Lowest democracy level**», 44 країни): Afghanistan, Angola, United Arab Emirates, Azerbaijan, Burundi, Bahrain, Belarus, Central African Republic, China, Cote d'Ivoire, Congo, Rep., Comoros, Cuba, Djibouti, Algeria, Egypt Arab Rep., Eritrea, Gabon, Guinea, Gambia, The Guinea-Bissau, Equatorial Guinea, Iran Islamic Rep., Kazakhstan, Lao PDR, Libya, Myanmar, Oman, Korea Dem. Rep., Qatar, Rwanda, Saudi Arabia, Sudan, Swaziland, Syrian Arab Republic, Chad, Togo, Tajikistan, Turkmenistan, Uzbekistan, Vietnam, Yemen Rep., Congo, Zimbabwe;

**4 кластер** («**Highest democracy level**», 39 країн): Australia, Austria, Belgium, Botswana, Canada, Switzerland, Chile, Costa Rica, Cyprus, Czech Republic, Germany, Denmark, Spain, Estonia, Finland, France, United Kingdom, Greece, India, Ireland, Iceland, Israel, Italy, Japan, Korea, Rep., Lithuania, Luxembourg, Malta, Mauritius, Netherlands, Norway, New Zealand, Portugal, Slovenia, Sweden, Taiwan, China, Uruguay, United States, South Africa.

При побудові математичної моделі для кожного з кластерів, як було зазначено вище, якість моделі для 4 кластеру була найвищою:  $y = 0,682x + 0,409$ ,  $R^2 = 0,83$ , що вказує на можливість одержання прогнозних оцінок для країн даного кластеру. Даний факт можливо пояснити чіткими правилами та нормами функціонування основних інституцій даних країн. Проте для них спостерігається, як буде проаналізовано нижче, певна динаміка зниження оцінованих рівнів корупції та ефективності, що, можливо, пов'язано із певною міграційною політикою урядів даних країн. Дана гіпотеза може бути подальшим предметом дослідження даного факту. Повертаючись до побудованої моделі, зазначимо на високу достовірність сформульованих тверджень, що підтверджує критерій Фішера ( $F_{em} = 178,43$ ). Аналогічно отримані з достатнім рівнем якості моделі для 1 та 2 кластерів :

1 кластер —  $y = 0,76x - 0,116$ ,  $R^2 = 0,64$

2 кластер —  $y = 0,912x + 0,129$ ,  $R^2 = 0,78$ .

3 кластер —  $y = 0,923x - 0,097$ ,  $R^2 = 0,68$ .

## Моделі сталого розвитку

Щодо моделей 1 та 3 кластерів (група країн з нижче середнього і найнижчим рівнем демократії), на жаль, якість моделей не достатня. На нашу думку, це зумовлено неможливістю передбачити результати у випадку «гри без правил» і залежністю оцінки ефективності від інших не врахованих факторів, наприклад, рівня демократії у цих країнах, географічним місцем розташування, приналежністю цих країн у минулому певним штучно створеним союзам тощо.

Проте проглядається деякий парадокс, для країн 3 кластеру, які можна умовно назвати країни з доходом нижче середнього (lower middle income) і найнижчим рівнем демократії: кожна додаткова одиниця збільшення експертної оцінки відсутності явища корупції, тобто зменшення явища корупції, приводить до більшого зростання ефективності ніж у інших більш «успішних» кластерах, тобто країн з високим доходом та доходом вище середнього (High income, Upper middle income), оскільки  $0,923 = \max(a_1=0,76, a_2=0,912, a_3=0,923, a_4=0,682)$ .

Ми вважаємо, що даний факт пов'язаний із «втомою» громадян даних країн від нескінченних корумпованих дій та вірою у можливість і необхідність її побороти.

Розглянемо аналіз трендів оцінки корупції та відповідно ефективності для країн вибірки. Як видно із графіків середніх значень корупції та ефективності (рис. 1.2.3) у світі чітко прослідковується незначна динаміка росту, як і позитивної оцінки корупції (що відповідає зниженню цього явища), так і відповідно оцінки ефективності, що було підтверджено рівнянням залежності  $y = 0,932x + 0,035$ , де  $y$  — середнє значення оцінки рівня ефективності,  $x$  — середнє значення оцінки рівня корупції ( $0,932 > 0$ ).

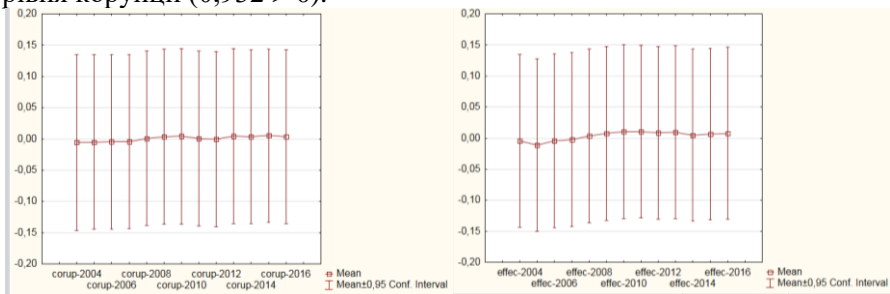


Рис. 1.2.3. Середні значення по об'єктах дослідження рівня корупції та рівня ефективності протягом 2004-2016 рр.

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

Щодо динаміки зміни рівнів корупції та ефективності для країн, які є предметом аналізу даної роботи, то для більшості країн спостерігається значна динаміка росту до 2008 року і незначне зниження даних показників після 2008-2009 років, що, на нашу думку, було зумовлено загальносвітовою кризою.

Аналіз динаміки основних показників (рис. 1.2.4), наприклад, розвинутих країн (кластер 4) показує, що починаючи з 2008 року спостерігається певне погіршення щодо стану корупції, аналогічна ж динаміка і при оцінці ефективності (для прикладу наведені декілька країн кластеру розвинутих країн). Очевидно, що світова криза призвела до певних песимістичних настроїв населення, до зубожіття незахищених верст, а також кризи на ринку фінансових операцій, яка викликана неможливістю повернення кредитів, зниження інвестиційного настрою і станом очікування подальшої ситуації на ринку, що в свою чергу призвело до певного замкненого процесу — зниження економічної діяльності приводить до зниження доходів, яке приводить до зменшення активності і т.д. Проте 2013-2014 роки (рис. 1.2.4) вселяє певну надію на поживлення економічної діяльності на світовій арені, що підтверджено як з ростом оцінки ефективності функціонування органів влади, так і зростанням оцінки зниження явища корупції.

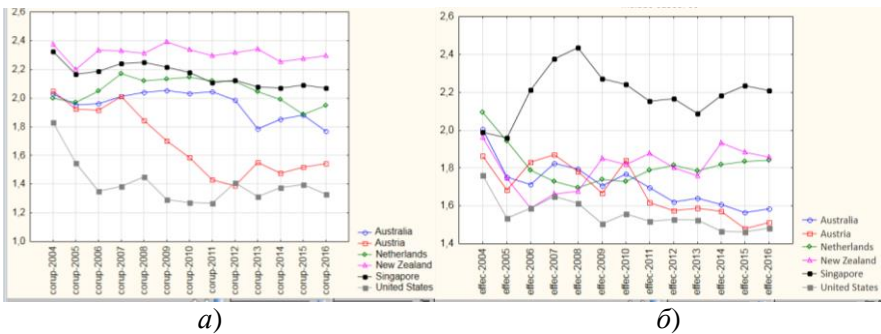


Рис. 1.2.4. Діаграма рівня корупції (а) та рівня ефективності управління (б) деяких розвинутих країн протягом 2004-2016 рр.

Проте Singapore (рис. 1.2.4) проявляє певну стабільність після 2008 року, що зумовлено особливістю цієї країни, як азіатського бізнес центру з чітко встановленими правилами ведення бізнесу і керування державою, введеними Ли Куан Ю. Крім того, часовий пояс, в якому знаходиться Сінгапур, дуже зручний, як зазначив, банкір Ван

## Моделі сталого розвитку

Онен «для того, щоб країна стала перевалочним пунктом на шляху фінансів з Сан-Франциска в Цюрих».

Хоча у цьому кластері є і виключення — Японія (рис. 1.2.5). Країна протягом усього періоду демонструє значне покращення як і оцінки корупції, так і оцінки ефективності.

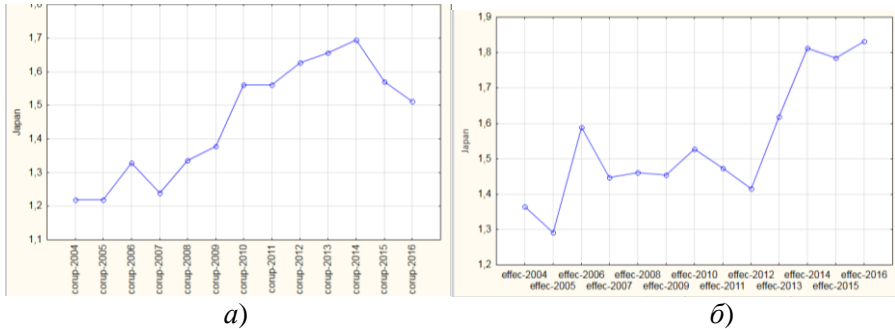


Рис. 1.2.5. Діаграма рівня корупції (а) та рівня ефективності управління (б) Японії протягом 2004-2016 рр.

На нашу думку, це пояснюється високим технічним розвитком країни, а також особливими екстремальними умовами існування, пов'язаними з відсутністю сировинної бази. Це зумовлює необхідність пошуку тактики управління і функціонування органів влади, які дозволяють уникнути додаткових ризиків. Тай усім відомий менталітет японського народу, який асоціюється з терміном «самурай», для яких честь і принципи були понад усе.

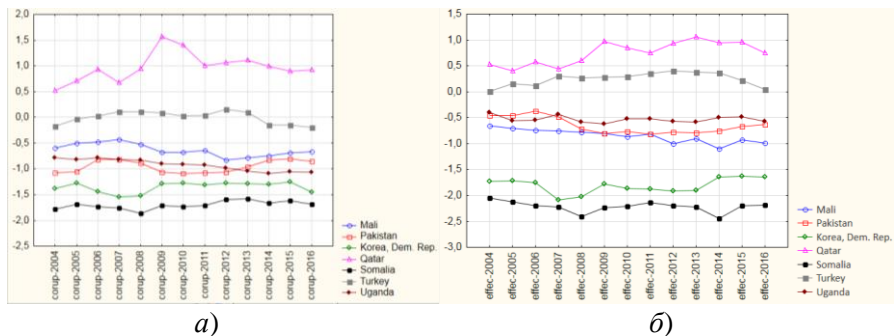


Рис. 1.2.6. Діаграма рівня корупції (а) та рівня ефективності управління (б) деяких країн 1 кластеру протягом 2004-2016 рр.

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

Країни 1, 2 та 3 кластерів демонструють чітку стабільність після 2008 року (рис. 1.2.6), що говорить на певну «підготовку» даних країн, на відміну від більш успішних країн 4 кластеру, для яких явище корупції мало незначний прояв у попередні роки.

Серед країн, які є об'єктами даної вибірки, викликає певний подив результати Великобританії (рис. 1.2.7), згідно яких оцінки обох параметрів знижувались, починаючи з 2006 року. Можливо, це було викликано урядовою кризою, оскільки перед виборами 2005 року прем'єр міністр Т. Блер заявив, що Великобританія не приєднається до євросони, оскільки це не відповідає національним інтересам, незважаючи на те, що при міністерстві фінансів на той момент вже був підрозділ, який готував перехід країни на євро і був розпущений після виборів 2010 р.

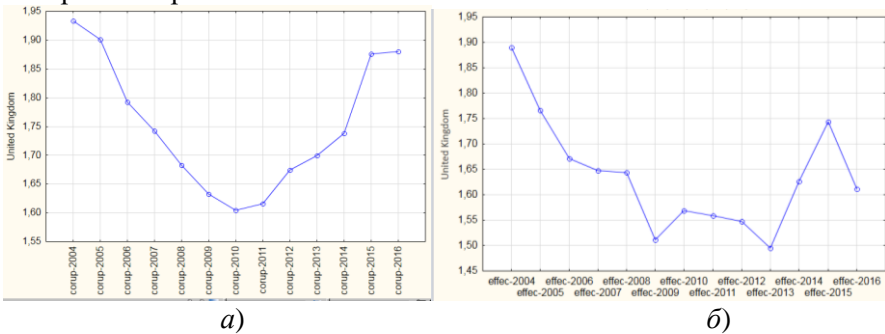


Рис. 1.2.7. Діаграма рівня корупції(а) та рівня ефективності управління (б) Великобританії протягом 2004-2016 рр.

Саме після 2010 року відбувається незначне зростання оцінок експертів щодо наявності явища корупції. Можливо це викликано прийняттям у 2010 році закону «Про хабарі». Що ж до оцінки ефективності, то, після певного зростання на 2009 рік і вже 2010 року вона продемонструвала негативну динаміку, що могло бути викликано урядовою кризою, оскільки за підсумками виборів жодна партія не здобула більшості в Палаті общин, а отже, не могла сформувати однопартійний уряд, що змусило провідні політичні сили формувати коаліцію. Як наслідок поразки лейбористів, лідер партії та прем'єр-міністр Великої Британії Гордон Браун пішов у відставку з керівних посад у партії та уряді. 11 травня 2010 року прем'єр-міністром країни став лідер консерваторів Девід Камерон. Окрім того ВВП країни у I кварталі 2009 року скоротився на 1,9 відсотка в порівнянні з попереднім кварталом, що стало рекордним падінням за

## Моделі сталого розвитку

---

останні 30 років. Так вже у 2013 році економічне зростання у Великобританії прискорювалось і з 2012 по 2014 рік і досягло 3,1%, що і демонструє оцінка ефективності влади (рис. 1.2.7). Зменшення темпів зростання британської економіки до 2,2% у 2015 році, а також голосування з приводу Brexit, привело до зниження оцінки ефективності.

Дана кластеризація країн дозволила висунути гіпотезу про ще один важливий чинник успішності країни — демократію. Слід зазначити, що країни 4 кластеру характеризуються найвищими показниками усереднених значень кожного з факторів: рівня ефективності видатків бюджету, рівня відсутності корупції (1,27 та 1,25 відповідно), та демократії 8,31, тобто країн з найвищим рівнем свободи. Серед країн даного кластеру більшість країн Європи, тому серед факторів для майбутніх досліджень може бути враховано географічне місце розташування. У країн 3 кластеру найнижчі показники усереднених значень досліджуваних характеристик рівня ефективності видатків бюджету та рівня відсутності корупції відповідно  $-0,85$ ,  $-0,79$ , при рівні демократії 2,73. Більшість країн цього кластеру це країни Африки і Близького сходу. Країни 1 кластеру характеризуються нижче середнього значеннями усереднених значень факторів ( $-0,58$ ,  $-0,61$ ) відповідно та рівнем демократії 4,51. Серед країн даного кластеру більшість країн Азії та Африки. Більшість країни 2 кластеру — це країни Центральної та Південної Америки, а також острівні країни. Усереднені значення факторів, які аналізуються в цьому дослідженні, по країнах даного кластеру відповідно рівні  $-0,09$ ,  $-0,24$ , тобто з рівнями ефективності та корупції близькими до нуля, тобто до середніх рівнів щодо експертних оцінок, та рівнем демократії 6,41, тобто з достатньо високим рівнем демократії. Проте географічний склад 1 та 2 кластерів є розмитим, але високим рівнем демократії, а країни 1 та 3 кластеру близькі за географічним місцем (Африка та Азія) та низьким рівнем демократії. Тому потребує перевірка гіпотези щодо впливу на ефективність видатків бюджету ще одного фактору — рівня демократії.

Очевидно, виникає запитання, чому для окремої країни побудувати якісне економетричне рівняння не вдається, а для всієї вибірки по усереднених оцінках отримана адекватна математична модель  $y = 0,932x + 0,035$  ( $R^2 = 0,9$ )? На основі центральної теореми Ляпунова закону великих чисел, можемо говорити про близький до нормального закону розподілу ймовірностей відповідних оцінок оскільки гістограми для оцінок корупції та ефективності для кожного з 2004 по 2016 рік від-



## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

повідують нормальному розподілу (наприклад, на рис. 1.2.8 за 2004 р.).

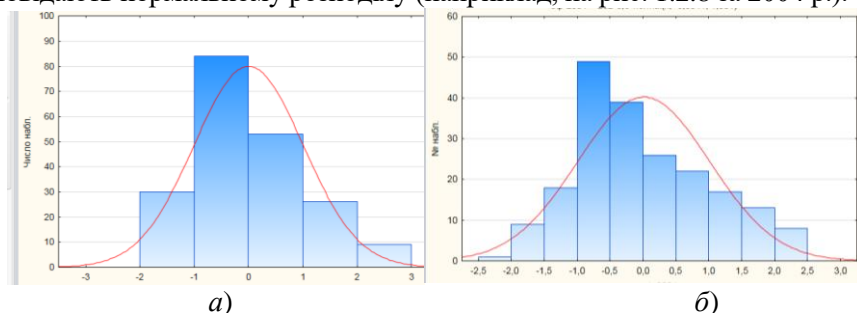


Рис. 1.2.8. Гістограма оцінок корупції (а) та ефективності управління (б) усіх 166 країн вибірки за 2004 рік

### **Різниця між математичною кластеризацією та поділом країн за рівнем демократії**

У попередніх дослідженнях були встановлені залежності суспільних оцінок корупції та ефективності видатків бюджету у країнах з різними рівнями демократії, які були поділені методом  $k$ -середніх з мінімізацією Евклідових віддалей на чотири групи. Проте аналітичним підрозділом журналу *The Economist* (*The Economist Intelligence Unit*) здійснений інший поділ країн по рівню демократії: «Fully free», «Flawed democracies», «Hybrid regime» та «Authoritarian». Яка ж кількісна та якісна різниця основних показників по кожній з груп використаних поділів?

Порівнюючи країни відповідних груп за математичним методом кластеризації та здійсненим аналітичним підрозділом журналу *The Economist*, виділимо спільні члени, мінімальне та максимальне значення рівнів демократії, корупції та ефективності видатків бюджету країн, а також країни, які увійшли лише в одну із груп.

Слід зазначити, що при кластеризації методом  $k$ -середніх у групу з найвищим рівнем демократії увійшли деякі країни, названі аналітичним підрозділом журналу *The Economist* як «Flawed democracies». Оскільки значне перевищення відстані між групами внутрігрупові віддалі між елементами у кластері при поділі по рівню демократії всієї вибірки для цих країн свідчить про якісну кластеризацію математичними методами, проте при цьому зменшені нижні межі кожного з показників. Тому у групу «Highest democracy level» (таб. 1.2.8) увійшли такі країни як Botswana, Greece, India, Italy, South Africa, оцінки рівнів корупції та ефективності яких є достатньо низькими проте рівень де-

## Моделі сталого розвитку

мократії високий. У той же час, Portugal з рівнем демократії 7,89 методом *k*-середніх була введена в групу з найвищим рівнем демократії, а аналітичним центром дану країну віднесено до групи «*Flawed democracies*», що зумовлено зниженням рівня довіри громадян Португалії до державних органів.

Табл. 1.2.8. Країни та основні показники груп з найвищим рівнем демократії.

Спільні члени поділів «Fully free» і «Highest democracy level»	Australia, Austria, Canada, Switz-?rland, Costa Rica, Germany, Denmark, Spain, Finland, United Kingdom, Ireland, Iceland, Luxembourg, Malta, Mauritius, Netherlands, Norway, New Zealand, Sweden, Uruguay	Рівень демократії  8,02 - 9,84	Рівень корупції  0,36 - 2,34	Рівень ефективності  0,31 - 2,08
Країни, що ввійшли лише в групу «Highest democracy level»	Belgium, Botswana, Chile, Cyprus,	Рівень демократії	Рівень корупції	Рівень ефективності
	CzechRepublic, Estonia, France, Greece, India,	7,4 -8,11	-0,4 - 1,5	-0,04 - 1,55
	Israel, Italy, Japan, Korea, Rep., Lithuania, Slovenia, Taiwan (China), United States, SouthAfrica	Група, в яку ввійшли країни: <i>Flawed democracies</i>		

Для наступної групи поділу на «*Flawed democracies*» і «*Higher middle democracy level*» слід відмітити суттєву різницю основних ознак (таб. 1.2.9).

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

*Табл. 1.2.9. Країни та основні показники груп з вище середнім рівнем демократії*

Спільні члени обох поділів « <i>Flawed democracies</i> » і « <i>Higher middle democracy level</i> »	Argentina, Bulgaria, Brazil, Colombia, Cape Verde, Dominican Republic, Ecuador, Ghana, Guyana, Hong Kong SAR (China), Croatia, Hungary, Indonesia, Jamaica, Sri Lanka, Lesotho, Latvia, Mexico, Mongolia, Malaysia, Namibia, Panama, Peru, Philippines, Papua New Guinea, Poland, Paraguay, Romania, Senegal, Singapore, Serbia, Suriname, Slovak Republic, Timor-Leste, Trinidad and Tobago	Рівень демократії	Рівень корупції	Рівень ефективності
		5,8 -7,32	-1,03 - 2,16	-1,09 - 2,19
Країни, що увійшли лише в групу « <i>Higher middle democracy level</i> »	Albania, Benin, Bangladesh, Bolivia, Dominica, Guatemala, Honduras, Moldova, Macedonia FYR, Mali, Malawi, El Salvador, Thailand, Tanzania, Ukraine, Serbia, Zambia	Рівень демократії	Рівень корупції	Рівень ефективності
		5,6 -6,52	-1,05 - 0,66	-0,86 - 0,39
		Група, в яку увійшли країни: « <i>Hybrid regime</i> »		

Такий великий розкид значень рівня корупції та рівня ефективності зумовлений тим, що цю групу увійшли Hong Kong SAR (China) та Singapore з високими оцінками даних показників при середніх рівнях демократії відповідно 6,23 та 6,02. Відомий феномен Singapore зумовлений

## Моделі сталого розвитку

тим, що Лі Куан Ю що створив спеціальний антикорупційний орган, який в народі називали «Бюро з розслідування заразної жадібності». Він не вірив у швидке економічне диво при демократичному режимі управління.

Окрім того, Tunisia з рівнем демократії 5,27 аналітичним центром віднесений до «Flawed democracies», у той час, як математичні методи віднесли до кластеру країн з нижче середнього рівнем демократії, який по усередненим кількісних ознаках відповідає групі «Hybrid regime» (таб. 1.2.10).

Таблиця 1.2.10. Країни та основні показники груп з нижче середнього рівнем демократії

Спільні члени обох поділів «Hybrid regime» і «Lowermiddle democracy level»	Armenia, Burkina Faso, Bosniaand Herzegovina, Bhutan, Fiji, Georgia, Haiti, Iraq, Kenya, Kyrgyz Republic, Lebanon, Liberia, Morocco, Madagascar, Nigeria, Nepal, Pakistan, Sierra Leone, Turkey, Uganda	Рівень демократії	Рівень корупції	Рівень ефективності
		3,92 - 5,39	-1,35 - 0,98	-1,65 - 0,39
Країни, що увійшли лише в групу «Lowermiddle democracy level»	Cameroon, Ethiopia, Jordan, Cambodia, Kuwait, Mozambique, Mauritania, Niger, Nicaragua, Russian Federation, Venezuela RB	Рівень демократії	Рівень корупції	Рівень ефективності
		3,7 - 5,41	-1,22 - 0,2	-1,15 - 0,16
	Група, в яку увійшли країни: «Authoritarian»			

Слід також відмітити, що у цю групу увійшла і Україна, усереднені оцінки рівня демократії, корупції та ефективності відповідно дорівнюють 6,01, -0,92 та -0,61, у той час, як при кластеризації методом

## ***Розділ 1. Моделювання економічних вимірів***

*k*-середніх вона належить до країн з вище середнього рівня демократії.

Слід зазначити, що для автократичних країн, тобто з найнижчим рівнем демократії різниця у поділі на кластери була лише для країни Côte d'Ivoire, Gambia, які ввійшли при кластеризації методом *k*-середніх в кластер «Lowest democracy level» (таб. 1.2.11), а у запропонованому журналом поділу країни за основними ознаками демократії у групу країн з гібридним режимом демократії «Hybrid regime».

*Таблиця 1.2.11. Країни та основні показники груп з нижче середнього рівнем демократії*

	Afghanistan, Angola, United Arab Emirates, Azerbaijan, Burundi, Bahrain, Belarus, Central African Republic, China, Congo Rep., Comoros, Cuba, Djibouti, Algeria, Egypt (ArabRep.), Eritrea, Gabon, Guinea, Guinea-Bissau, Equatorial Guinea, Iran, Islamic Rep., Kazakhstan, Lao PDR, Libya, Myanmar, Oman, Korea (Dem. Rep.), Qatar, Rwanda, Saudi Arabia, Sudan, Swaziland, Syrian Arab Republic, Chad, Togo, Tajikistan, Turkmenistan, Uzbekistan, Vietnam, Yemen Rep., Congo Dem. Rep., Zimbabwe	Рівень демократії	Рівень корупції	Рівень ефективності
Спільні члени обох поділів «Authoritarian» і «Lowest democracy level»		1,05 - 3,61	-1,49 - 1,07	-1,8 - 1,08

## Моделі сталого розвитку

Очевидно, що різниця між членами кожної з груп отриманих математичним методом поділу та поділу, здійсненим аналітичним підрозділом журналу The Economist, зумовлена впливом різних складових на експертну оцінку певних складових рівня демократії, що не враховано при кластеризації методом  $k$ -середніх.

Слід зазначити, що для груп класифікації журналу The Economist (The Economist Intelligence Unit) також побудовані відповідні рівняння регресій з результативною ознакою — ефективність витраток бюджету, а факторіальними ознаками — рівень корупції та рівень демократії. Основними оцінками якості моделей є коефіцієнт детермінації  $R^2$ ,  $p$ - та  $F$ -статистики.

Зауважимо, що якість нелінійних моделей залежності рівня ефективності надання суспільних благ від рівня корупції є низькою, тому не вважаємо за доцільне висвітлювати їх у цьому розділі.

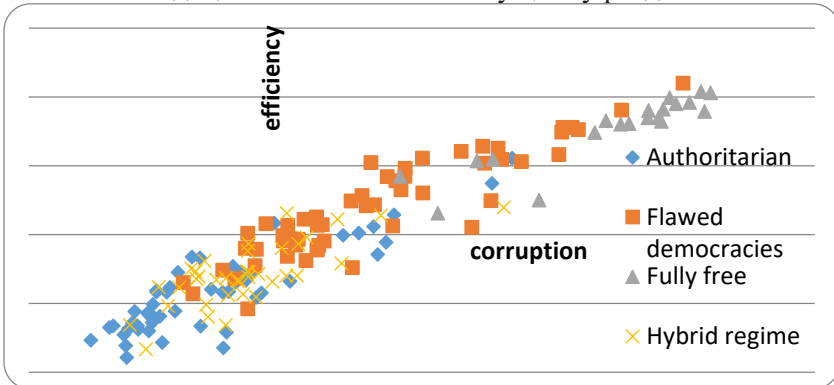


Рис. 1.2.9. Діаграма розсіювання залежності ефективності витраток бюджету від рівня корупції (країни з різними типами демократії)

Аналізуючи рис. 1.2.9 слід відмітити достатньо тісну лінійну залежність для країн усіх чотирьох типів режимів. Проте для країн з типами режимів Fully free та Flawed democracies точки щільно сконцентровані біля відповідних прямих регресій, у той час, як для країн з типами режимів Hybrid regime та Authoritarian варіанти більш розкидані щодо відповідних ліній регресій.

На основі поділу країн на чотири групи відповідно до типів режиму (types of regime), які об'єднані на основі близьких інтегральних оцінок виборчого процесу та плюралізму; громадянських свобод; функціонування уряду; політичної участі та політичної культури, отри-

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

мали моделі з достатньо високими коефіцієнтами детермінації, що вказує на можливість одержання прогнозних оцінок для країн кожної групи. Порівнюючи параметри відповідних моделей для різних груп країн (таб. 1.2.12), поділених математичним методом кластеризації та запропонованих журналом The Economist Intelligence Unit, можна стверджувати що, має місце щільна залежність ефективності витратів бюджету від рівня корупції.

*Таблиця 1.2.12. Результати залежності рівня ефективності від рівня корупції для країн 1-4 групи*

	Параметри моделі	$\beta_0$	$\beta_1$	$R^2$	$F$	Кількість спостережень
1 група	кластер «highest democracy level»	0,409***	0,682***	0,83	178,43	39
	Fully free	0,213*	0,771***	0,81	76,775	20
2 група	кластер «highermiddle democracy level»	0,129***	0,912***	0,78	169,34	51
	Flawed democracies	0,205***	0,909***	0,83	268,73	55
3 група	кластер «lowermiddle democracy level»	-0,116*	0,76***	0,64	53,83	32
	Hybrid regime	-0,097*	0,778***	0,57	46,02	37
4 група	кластер «lowest democracy level»	-0,097*	0,923***	0,68	151,67	44
	Authoritarian	0,075*	0,912***	0,78	108,48	53

\*значущий на рівні 10%, \*\*значущий на рівні 5%, \*\*\*значущий на рівні 1%

Джерело: Розраховано авторами.

Для усіх моделей  $p$ -статистика не перевищує 0,001.

Для країн 1 групи обох класифікацій кожна додаткова одиниця покращення рівня корупції призводить до повільнішого зростання ефективності надання суспільних благ від корупції, ніж у країн з нижчим рівнем демократії. У країнах цієї групи поважаються не лише основні політичні

## Моделі сталого розвитку

---

та громадянські свободи, але і, як правило, перебуває на високому рівні політична культура, що сприяє розквіту демократії. Функціонування уряду задовільне, а ЗМІ незалежні та різноманітні. Існує ефективна система контролю і противаг, судова влада незалежна і судові рішення виконуються. У функціонуванні демократій існують лише обмежені проблеми. Очевидно, в країнах з вищим рівнем демократії сприймають зменшення явища корупції, що відповідає зростанню експертної оцінки корупції, більш буденно аніж у країнах з нижчим рівнем свобод.

Країни 2 групи мають суттєві недоліки в інших аспектах демократії, включаючи проблеми в управлінні, недостатньо розвинену політичну культуру та низький рівень політичної участі. Утім у цих країнах відбуваються вільні та чесні вибори, і, навіть якщо є проблеми (наприклад, порушення свободи ЗМІ), дотримуються основні громадянські свободи. У країнах цієї групи спостерігається високе значення коефіцієнта ефективності надання суспільних благ зумовлене поліпшенням рівня корупції та одночасно велике значення коефіцієнта вільного члена. На нашу думку, це означає високу результативність заходів у цих країнах щодо подолання корупції для ефективності надання суспільних благ.

У той час, для країн 4 групи поліпшення оцінки корупції на одиницю призводить до зростання рівня ефективності надання суспільних благ на 18% швидше ніж у країнах 1 групи. У цих державах відсутній або сильно обмежений політичний плюралізм. У багатьох країнах цієї категорії відверта диктатура, деякі формальні інститути демократії можуть існувати, але вони мають мало значення. Існує зневага до зловживань та порушень громадянських свобод. ЗМІ, як правило, належать державі або контролюються групами, підключеними до правлячого режиму. Існує пригнічення критики уряду та поширена цензура. Результати дослідження країн з авторитарним режимом можемо пояснити з одного боку наявністю більшого потенціалу зростання ефективності надання суспільних благ та зменшення корупції, а з іншого – високим суспільним очікуванням зменшення явища корупції, які відображаються на рівні ефективності видатків бюджету.

Для країн 1 групи оцінка коефіцієнта вільного члена вказує на те, що при середньому рівні корупції (що відповідає експертній оцінці близькій до 0) суспільна думка щодо ефективності надання суспільних благ є вищою, ніж при такому ж рівні корупції в більш авторитарних країнах. Високі оцінки ефективності надання суспільних благ зумовлені, на нашу думку, наявністю позитивних наслідків впливу громадян на уряд (на що



## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

вказує вищий рівень свобод) для надання суспільних благ. У той же час збільшення експертної оцінки рівня корупції на одиницю, що відповідає зменшення даного явища, призводить до меншого зростання ефективності надання суспільних благ, ніж в менш демократичних країнах.

Величина коефіцієнта детермінації моделі, побудованої для країн третьої групи вказує, що залежність ефективності надання суспільних благ у цих країнах найменшою мірою пояснюється рівнем корупції, порівняно з країнами інших груп, коефіцієнти  $R^2$  яких вищі та близькі за значенням. Характерними рисами країн з цієї групи є те, що вибори мають суттєві порушення, які часто заважають їм бути вільними та чесними, а тиск уряду на опозиційні партії та кандидатів може бути загальним. Має тенденцію до поширення корупція, а верховенство права та громадянське суспільство — слабкі. Журналісти зазвичай переслідуються та на них вчиняється тиск. В умовах браку об'єктивної інформації та недосконалої політичної конкуренції суспільство схильне пояснювати низьку ефективність надання суспільних благ іншими чинниками, ніж корупція [1].

Оскільки, як показали вище побудовані моделі, залежність ефективності витрат бюджету від рівня корупції різна для груп з різним рівнем демократії, виникає питання, вплив яких складових рівня демократії суттєвіший. The Economist Intelligence Unit виділив п'ять основних складових рівня демократії: виборчий процес і плюралізм (Electoral process and pluralism), функціонування уряду (Functioning of government), політична участь (Political participation), політична культура (Political culture) та громадянські свободи (Civil liberties). За даними для 165 країн по п'яти факторах, аналізуючи регресійні ( $\beta$ ) коефіцієнти та частинні коефіцієнти кореляції, побудованих моделей, визначили вагу кожного з факторів. Фактори виборчий процес і плюралізм (Electoral process and pluralism) (0,32) та громадянські свободи (Civil liberties) (0,24) є найбільш важливими та статистично значимими предикторами для оцінки ефективності надання суспільних благ. Для інших складових: функціонування уряду (Functioning of government), політична участь (Political participation), політична культура (Political culture), ці показники відповідно рівні 0,23, 0,17 та 0,15. У той же час, часткова (Partial correlation) та напівчасткова (Semi-partial correlation) кореляції для фактору виборчий процес і плюралізм (Electoral process and pluralism) є найбільшими (відповідно 0,99999 та 0,123), тому вплив саме виборчого процесу і плюралізму (Electoral process and pluralism) найбільший, хоча по даних критеріях важливу роль

## Моделі сталого розвитку

у становленні демократії відіграє і функціонування уряду (Functioning of government) (0,9999 та 0,109), у той час як громадянські свободи (Civil liberties) мають нижчі значення даних оцінок (0,9998 та 0,079).

Очевидно, що середні значення основних показників досліджуваних залежностей зменшуються по мірі зменшення рівня демократії. Так для 1 групи країн (Fully free) при середньому значенні рівня демократії 8,821 середнє значення рівня корупції 1,706 відповідає середньому значенню якості надання суспільних благ 1,527. Для інших груп країн ці показники відповідно становлять: 2 група (Flawed democracies) — (6,992; 0,209; 0,395); 3 група (Hybrid regime) — (5,063; -0,611; -0,572); 4 група (Authoritarian) — (3,015; -0,779; -0,785).

Оскільки усереднені значення ознак для кожної з груп суттєво відрізняються, то оцінимо сила впливу, якого з факторів (рівня корупції чи рівня демократії) на ефективність є значний. Для цього побудуємо моделі множинної регресії для кожної з груп країн (табл. 1.2.13), рівняння регресії яких матимуть вигляд:

$$y_{рег} = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 z,$$

де  $x$  — оцінка рівня корупції,  $z$  — оцінка рівня демократії.

Таблиця 1.2.13. Результати множинної регресії для країн з різними типами демократії

Параметри моделі	1 група (Fully free)	2 група (Flawed democracies)	3 група (Hybrid regime)	4 група (Authoritarian)
$\alpha_0$ (вільний член)	-0,78	-0,783*	0,617**	-0,206
$\alpha_1$ (рівень корупції)	0,672***	0,838***	0,748***	0,898***
$\alpha_2$ (рівень демократії)	0,131	0,143**	0,11*	0,04
$R^2$	0,82	0,85	0,61	0,78
$p$	< 0,001	< 0,001	< 0,001	< 0,001
$F$	38,02	145,44	26,51	88,937
Спостереження	20	55	37	53

\*значущий на рівні 10%, \*\*значущий на рівні 5%, \*\*\*значущий на рівні 1%

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

Крім того, виникає необхідність перевірки гіпотези, щодо адекватності таких моделей для кожної з груп країн (табл. 1.2.13).

Аналізуючи коефіцієнти факторіальних змінних кожної з моделей можна відмітити найбільший вплив саме рівня корупції на рівень ефективності видатків бюджету, причому дані оцінки є незміщені, ефективні та спроможні. Слід також відмітити достатньо високу якість моделей саме для груп країн з високим рівнем демократії, що вказує на те, що незважаючи на значний вплив рівня корупції на ефективність надання суспільних благ, цей вплив є лише в високо демократичних країнах, що в свою чергу сприяє зменшенню явища корупції.

Очевидно, що глобальний сталий розвиток визначається впливом на ефективність функціонування органів влади явища корупцію та демократії, які є різними у країнах з різними індексами глобальної конкурентоспроможності (Global Competitiveness Index). Основними складовими глобальної конкурентоспроможності є: якість початкової освіти (Quality of primary education), відсоток тих, хто здобуває початкову освіту (Primary education enrollment), відсоток тих, хто здобуває середню освіту (Secondary education enrollment), відсоток тих, хто вищу освіту (Tertiary education enrollment), якість системи освіти (Quality of the education system), якість управління шкіл (Quality of management schools), обсяг підготовки персоналу (Extent of staff training), індивідуальне використання Інтернету (Individuals using Internet) та ВВП (GDP). На основі факторних навантажень (Factor Loadings), що є кореляціями між відповідними змінними та чинниками, можна стверджувати, що досліджуваний фактор найтісніше пов'язаний з corruption, democracy, Quality of primary education, Secondary education enrollment, Tertiary education enrollment, Quality of the education system та Individuals using Internet (0,85; 0,71; 0,84; 0,86; 0,73; 0,74; 0,78).

Досліджуючи вплив саме Інтернету (Individuals using Internet), а цей показник, очевидно, пов'язаний із рівнем демократії, можна стверджувати, що залежність ефективності видатків бюджету від рівня корупції з коефіцієнтом детермінації  $R^2 = 0,93$  є в країнах з індивідуальним використанням Інтернету від 75% до 100%, що вказує на високу якість моделі та на те, що 93% варіації ефективності видатків бюджету пояснюється саме варіацією рівня корупції і лише 7% пояснюється іншими неврахованими факторами. Із зменшенням відсотку індивідуального використання Інтернету якість моделей знижуються ( $R^2$  зменшується до 0,59), що в свою чергу пов'язано з рівнем демократії, корупції та ефективністю видатків бюджету.

### 1.3. Математичне моделювання деяких соціальних аспектів сталого розвитку

#### 1.3.1. Моделі ризику дитячої бідності

Визначення стратегічних завдань сталого розвитку за тематичною спрямованістю «розвиток дітей та молоді» відбувалося шляхом відкритого процесу обговорення й експертного опитування. Отримані результати дозволили висунути гіпотезу, що при сталому розвитку окрім зазначених економічних та політичних факторів слід було б розглянути і соціальні фактори, серед яких особливе місце, на нашу думку, посідає освіта.

Забезпечення якісної освіти та мінімізація ризиків дитячої бідності є актуальним завданням урядів в контексті реалізації цілей сталого розвитку. Важливе значення в реалізації цих завдань мають фінансові аспекти. Саме добре розроблена політика фінансування шкіл має вирішальне значення для досягнення цілей якості, справедливості та ефективності шкільної освіти. Переконані, що серед усіх рівнів освіти початкова освіта відіграє ключову роль у формуванні знань індивіда. Влада, фінансуючи заклади освіти, забезпечує реалізацію цілей сталого розвитку. Процес децентралізації публічних фінансів мав наслідком закріплення повноважень щодо надання освіти та соціальної підтримки сімей за місцевими урядами. Отже, можна встановити залежність між реалізацією цілей сталого розвитку від соціальних видатків бюджету.

У свою чергу вплив соціально-економічних факторів на ризик бідності дітей є суттєвим. Дослідження цих залежностей не можна вирішити виключно простим описом закономірностей. Економетричні дослідження окремо просторових даних чи часових рядів, описують поведінку лише усереднених об'єктів. Такі моделі часто виявляються обмеженими для дослідження економічних явищ. Цю проблему можна вирішити, а також дослідити неоднорідність факторів, використовуючи панельні дані, які є пролонговані просторові вибірки, тобто кожен окремий об'єкт спостерігається впродовж певного часового проміжку. Панельні дані включають як просторові дані так і часові ряди, поєднуючи при цьому в собі переваги обох типів даних.

Панельні дані дозволяють:

- використовувати велику кількість спостережень (тому число ступенів свободи збільшується, а це зменшує мультиколінеарність факторів, що дозволяє отримувати більш ефективні оцінки);

## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

- аналізувати широкий спектр економічних питань;
- дослідити індивідуальний розвиток всіх об'єктів вибірки в часі;
- уникнути зсуву усереднених регресорів;
- уникнути помилок специфікацій.
- врахувати варіацію поперечного перерізу (не спостерігається в даних часових рядів);
- врахувати варіацію часових рядів (не спостерігається в даних поперечного перерізу);
- дослідити динаміку економічної поведінки;
- визначити часові ефекти.

Об'єктами дослідження були 28 країн, для яких вказані дані різних факторів (табл. 1.3.1). Відсутні дані замінюються середнім арифметичним між попереднім і наступним значенням вибірки. Часовий проміжок з 2008 року по 2018 рік.

*Табл. 1.3.1. Опис показників вхідних даних<sup>1</sup>*

Змінна	Економічний зміст	Одиниці
$y$	Діти, яким загрожує бідність або соціальна ізоляція	% однієї вікової групи від усього населення
$x_1$	Витрати місцевих бюджетів на дошкільну та початкову освіту	% ВВП
$x_2$	Витрати інших бюджетів на дошкільну та початкову освіту	% ВВП
$x_3$	Витрати місцевих бюджетів на середню освіту	% ВВП
$x_4$	Витрати інших бюджетів на середню освіту	% ВВП
$x_5$	Витрати місцевих бюджетів на сім'ю та дітей	% ВВП
$x_6$	Витрати інших бюджетів на сім'ю та дітей	% ВВП

Для досягнення мети статті використано дані European Statistical Office про виконання завдань сталого розвитку та інформацію про

<sup>1</sup> Усі дані використані з ресурсу Eurostat [7]:  
<https://ec.europa.eu/eurostat/data/database>

## Моделі сталого розвитку

бюджетні видатки. Діти, яким загрожує бідність або соціальна ізоляція, визначена як частка дітей (0-17), які перебувають у зоні ризику бідності або мають серйозні матеріальні проблеми, від населення в тій же віковій групі [8].

Описова статистика змінних (табл. 1.3.2). вказує на те, що розподіл змінних дещо відмінний від нормального, присутня асиметричність розподілу — значення медіан та середнього арифметичного відрізняються, коефіцієнти асиметрії відмінні від 0.

Табл. 1.3.2. Описові характеристики регресорів

	у	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
Середнє	26,291	1,13	0,57	0,84	0,92	0,51	1,37
Медіана	24,7	0,86	0,1	0,9	0,9	0,19	1,3
Мінімум	11,9	0	0	0	0	0	0,2
Максиму	52,5	4,29	2,1	2,7	2,4	4,62	3,6
Ст. відхилення	9,15	0,97	0,65	0,68	0,76	0,85	0,71
К-т варіації	0,35	0,86	1,15	0,81	0,82	1,66	0,51
Асиметрія	0,78	0,93	0,73	0,35	0,23	2,9	0,71
Експес	0,32	0,36	-0,99	-0,92	-1,46	8,65	0,26

Аналіз характеристик (табл. 1.3.2) показав, що усереднений показник видатків місцевих бюджетів на початкову освіту ( $x_1$ ) та іншого рівня видатків на сім'ю та дітей ( $x_5$ ) та середню освіту ( $x_4$ ) є найбільшими.

Панельні дані представляють собою двовимірний масив, у якого один із вимірів – «просторовий», в нашому випадку це країни ( $1 < i < 28$ ), інший – часовий (2008 <  $t$  < 2018, тобто за 11 років). Таким чином, панельні дані мають два індекси ( $i, t$ ). Загальна модель панельних даних з фіксованими ефектами описуються рівнянням [4]:

$$Y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + u_{it},$$

де  $\alpha_i$  — коефіцієнт вектора об'єднуючих змінних  $X_{it}$  у період  $t$  для просторової одиниці  $i$ , помилки  $u_{it}$  представляють собою незалежні, однаково розподілені випадкові величини (як за країнами, так і за часом).

Моделі з фіксованими ефектами (*fixed effects model*) дозволяють позбутися впливу неспостережуваних змінних і отримати незміщені оцінки параметрів. У нашому випадку, доцільним є використання моделі панельних даних з фіксованими ефектами, оскільки досліджуваними об'єктами є різні країни, кожна з яких володіє своїми індивідуальними особливостями, проте є об'єктами «одного типу», і не можуть розглядатися як випадкові варіанти.

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

Таб.1.3.3. Модель 1 «Фіксовані ефекти».  
(308 спостережень, 28 просторових об'єктів).  
Залежна змінна:  $y$ . R-квадрат 0,898186

Змінні	коефіцієнт	ст. похибка	t-статистика	p-значення
$\alpha$	26,6716	3,57259	7,466	4,96e-08***
$x_1$	-3,59740	2,23111	-1,612	0,1185
$x_2$	3,68096	3,24542	1,134	0,2667
$x_3$	5,17821	3,05423	1,695	0,1015
$x_4$	-0,994344	1,17323	-0,8475	0,4042
$x_5$	-4,67400	2,46510	-1,896	0,0687*
$x_6$	0,412988	1,56011	0,2647	0,7932

Коефіцієнт детермініції (0, 898) вказує на високу якість моделі (таб. 1.3.3), проте лише коефіцієнти при  $x_5$  та константі є статистично значущими.

Враховуючи індивідуальні особливості, виділяють латентні фактори щодо моменту часу і економічних одиниць. При цьому модель матиме вигляд:

$$Y_{it} = \alpha X_{it} + d_t + f_i + \varepsilon_{it}, \quad (i = 1, \dots, 28; t = 1, \dots, 11)$$

де  $\alpha$  — коефіцієнт вектора об'єднуючих змінних  $X_{it}$  у період  $t$  для просторової одиниці  $i$ , тобто структура змінної  $X = (x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,11}, x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,11}, \dots, x_{28,1}, x_{28,2}, \dots, x_{28,11})$ ,  $f_i$  виражають індивідуальні ефекти економічних одиниць, не залежних від часу;  $d_t$  — ефекти впливу часу, але постійні для країн; помилки  $\varepsilon_{it}$  представляють собою незалежні, однаково розподілені випадкові величини (як за країнами, так і за часом). Фіктивні змінні для кожної економічної одиниці  $i$  є бінарними величинами, тобто

$$z_{ij}^f = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

Фіктивні змінні для кожної часової ефекту  $t$ :

$$z_{ir}^d = \begin{cases} 1, & t = r, \\ 0, & t \neq r. \end{cases}$$

Отже, у нашому випадку модель панельних даних з врахуванням індивідуальних ефектів матиме вигляд:

$$Y_{it} = \alpha X_{it} + \sum_{r=1}^T z_{ir}^d d_t + \sum_{j=1}^N z_{ij}^f f_j + \varepsilon_{it}, \quad (T = 11, N = 28).$$

## Моделі сталого розвитку

Модель з фіксованими ефектами використовують, щоб врахувати неспостережувані фактори, які відрізняються для різних моментів часу. Модель з фіксованими ефектами – це модель лінійної регресії, в якій вільні члени змінюються за економічними одиницями  $i$ . У цій моделі робляться припущення, як і у звичайній лінійній регресії:

1. Фактори  $X_{it}$  незалежні від  $\varepsilon_{it}$  для всіх  $i$  та  $t$ .
2. Помилки  $\varepsilon_{it}$  – незалежні та однаково розподілені випадкові величини, з нульовим математичним сподіванням і дисперсією.

Побудуємо моделі панельних даних — модель з фіксованими індивідуальними ефектами (таб. 1.3.4), що являє собою вихідну регресійну модель, переписану в термінах відхилень від середніх по часу значень змінних. Оцінимо регресійну модель з фіксованими ефектами для вказаних змінних. У побудованій моделі внаслідок колінеарності виключено 29 уявних фіксованих невідомих  $f_i$  ( $i = 1, \dots, 28$ ) — ефект окремої країни та  $d_{11}$  — латентний ефект 2018 р.

Таб. 1.3.4. «Фіксовані індивідуальними ефектами».  
(308 спостережень, 28 просторових об'єктів).  
Залежна змінна:  $y$ . R-квадрат 0,922051

Змінні	коефіцієнт	ст. похибка	t-статистика	p-значення
Const	25,7464	2,89833	8,883	1,69e-09***
$x_1$	-2,15173	1,93862	-1,110	0,027**
$x_2$	1,90895	3,64768	0,5233	0,06*
$x_3$	2,57900	2,71047	0,9515	0,03498**
$x_4$	-1,46182	1,08206	-1,351	0,018**
$x_5$	-4,38016	1,62268	-2,699	0,0118**
$x_6$	0,206480	1,68863	0,1223	0,9036
dt_1	1,81011	1,05917	1,709	0,0989*
dt_2	2,99709	1,22090	2,455	0,0208**
dt_3	3,80599	1,25200	3,040	0,0052***
dt_4	4,16238	1,29138	3,223	0,0033***
dt_5	4,75397	1,17220	4,056	0,0004***
dt_6	4,81804	1,19510	4,031	0,0004***
dt_7	4,01781	1,01280	3,967	0,0005***
dt_8	3,44617	0,731493	4,711	6,62e-05***
dt_9	2,66153	0,761211	3,496	0,0016***
dt_10	1,07603	0,490467	2,194	0,0370**



## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

$R^2$  (within)=0,922051 вказує на те, що отримана модель описує більше ніж 92% результативної ознаки за умови врахування індивідуальних фіксованих часових ефектів. Так як всі показники моделі варіюються в часі, то вдалося отримати оцінку коефіцієнтів кожного з них. Тобто вплив факторів на результативну ознаку є інваріантним в часі. Коефіцієнти при усіх показниках окрім  $x_6$  є статистично значущими. За результатами моделі з фіксованими ефектами, дані показники чинять вплив на рівень ризику дитячої бідності. Показники  $x_1$  (витрати місцевих бюджетів на дошкільну та початкову освіту),  $x_4$  (витрати інших бюджетів на середню освіту) та  $x_5$  (витрати місцевих бюджетів на сім'ю та дітей) мають обернений вплив на рівень ризику дитячої бідності, тобто при збільшенні видатків місцевих бюджетів на початкову освіту та соціальних виплат на сімю та дітей, а також інших бюджетів на середню освіту ризик дитячої бідності знижуватиметься. Тобто фінансування на місцевому рівні саме початкової освіти та витрати на сім'ю та дітей приводить до очікуваного зниження ризику бідності, оскільки кошти цілеспрямовано і швидко направляються на вирішення проблем. У той же час фінансування середньої освіти коштом державного бюджету дає можливість вирішувати системні проблеми освіти, що в подальшому також сприяє зниженню дитячої бідності. Інші фактори впливають на результативну змінну з додатнім ефектом.

Критерій Фішера вказує на те, що в усіх моделях коефіцієнти відрізняються від нуля. Критерій Фішера для ефектів, також показує їхню відмінність від нуля.  $t$ -критерій вище 1,96 (для 95% довіри) для всіх статистично значущих коефіцієнтів, вказує на релевантність відповідних змінних.

Слід зазначити, що модель з фіксованими ефектами передбачає також визначення впливу конкретних часових точок. Побудовані моделі можуть бути розширені введенням фіктивних змінних для кожної мітки часу, що дасть можливість оцінити вплив кожного часового періоду на рівень ризику дитячої бідності різних країн, та оцінити впливовість процесів притаманних окремим часовим періодам. Оскільки значення  $d_6$  та  $d_5$  найбільші та додатні, то можна стверджувати, що у 2012 та 2013 роках вплив часового фактора був найбільший, причому ріст рівня дитячої бідності у ці роки був більшим у країнах, ніж в інші роки.

## Моделі сталого розвитку

### 1.3.2. Моделі підліткової неуспішності

Метою дослідження є визначення впливу на неуспішність підлітків видатків на початкову ( $x_1$ ), середню ( $x_2$ ), на сім'ю та дітей ( $x_3$ ) та оцінкою ефективності управління ( $x_4$ ), яка тісно пов'язана з рівнем корупції в органах влади. Доцільним, також, є дослідження внеску кожного з факторів окремо.

Об'єктами дослідження виступають також 28 країн, для яких вказані дані різних факторів. Відсутні дані за певний період замінюються середнім арифметичним між попереднім і наступним значенням вибірки. Дані вказані для 7 часових періодів (2000 р., 2003 р., 2006 р., 2009 р., 2012 р., 2015 р. та 2018 р.).

Табл. 1.3.5. Опис показників вхідних даних [4]

Змінна	Економічний зміст	Одиниці
$y$	Відставання 15-річних підлітків (UrSt)	% 15-річних учнів
$x_1$	Видатки на дошкільну та початкову освіту (PPEd)	% ВВП
$x_2$	Видатки на середню освіту (SEd)	% ВВП
$x_3$	Видатки на сім'ю та дітей (FC)	% ВВП
$x_4$	Оцінка ефективності управління (GE)	коливається приблизно від -2,5 (слабкий) до 2,5 (сильний)

Для дослідження використано (таб. 1.3.5) дані Європейського статистичного бюро (European Statistical Office) щодо досягнення цілей сталого розвитку, дані про бюджетні видатки та бази даних the World Bank the Worldwide Governance Indicators (WGI) [7, 8]. У якості показників результативної змінної використано дані про рівень відставання у читанні, математиці та природознавстві. Дані про відставання вимірюють частку 15-річних учнів, які не досягли 2-го рівня («базовий рівень навичок») за шкалою PISA (the Programme for International Student Assessment) для трьох основних шкільних предметів читання, математики та природничих наук. Дані отримані із Програми міжнародного оцінювання учнів (PISA), яка є трирічним міжнародним опитуванням, метою якого є оцінка систем освіти шляхом перевірки навичок та знань 15-річних учнів.

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

У процесі дослідження передбачено підтвердити наукову гіпотезу про те, що відставання в освіті залежить від зазначених факторів, причому основний вплив належить саме продуктивності управління органів влади.

Попередній аналіз числових характеристик досліджуваних регресорів (рис. 1.3.1) показав різке зниження підліткової неуспішності у 2012 році і стрімкий ріст у 2018 році. Щодо видатків на початкову, середню освіту та на сімю та дітей по усіх них було суттєве підвищення у 2009 році. Щодо рівня продуктивності органів влади, яке експертами було трактовано, як рівень корупції, то найменший рівень корупції (найвища продуктивність влади) спостерігався у 2003 році та підвищення рівня корупції у 2018 році.

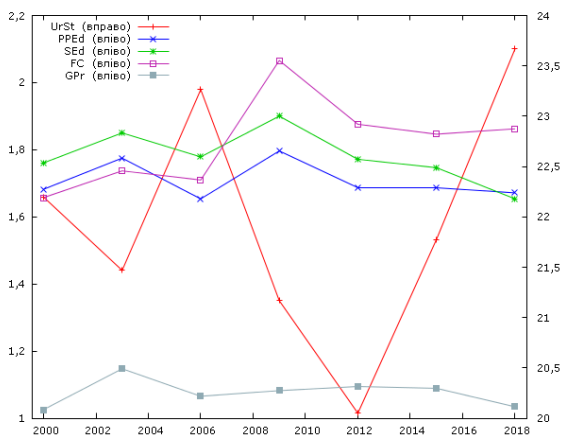


Рис. 1.3.1. Динаміка основних регресорів

Аналіз залежностей підліткової неуспішності від кожного із виділених факторів (рис.1.3.2) дозволяє зробити висновок про найсуттєвіший вплив на результативну ознаку має саме продуктивність органів управління та видатків на початкову освіту, причому саме залежність підліткового відставання від ефективності управління носить обернену близьку до лінійної залежності (рис. 1.3.2. з). Аналогічний обернений характер впливу мають і публічні видатки на дошкільну та початкову освіти, проте ця залежність близька до гіперболічної, а це означає, що незважаючи на суттєве зростання цих видатків, на жаль, уникнути певного зниження рівня підліткової неуспішності не вдасться (рис. 1.3.2 а). Щодо характеру залежності підліткової неуспішності від публічних видатків на середню освіту, а також видатків на сім'ю

## Моделі сталого розвитку

та дітей, то він дещо розмитий, має певні викиди, проте також є оберненим рис. 1.3.2 б, в).

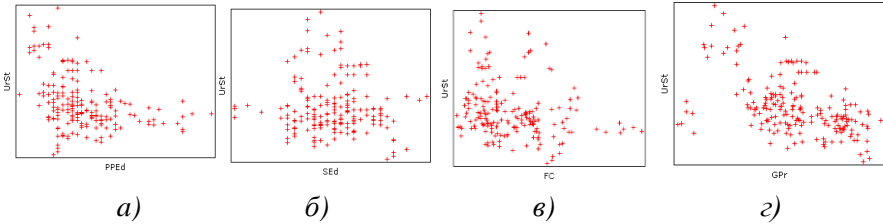


Рис. 1.3.2. Діаграма розсіювання величини підліткової неуспішності ( $y$ ) від :

- а) публічних видатків на початкову освіту ( $x_1$ );
- б) публічних видатків на середню освіту ( $x_2$ );
- в) публічних видатків на сім'ю та дітей ( $x_3$ );
- г) ефективності уряду ( $x_4$ )

Слід нагадати, що економетричні дослідження окремо просторових даних чи часових рядів, описують поведінку лише усереднених об'єктів. Такі моделі часто виявляються обмеженими для дослідження економічних явищ. Цю проблему можна уникнути, а також дослідити неоднорідність факторів, використовуючи панельні дані, які є пролонговані просторові вибірки, тобто кожен окремий об'єкт спостерігається впродовж певного часового проміжку. Панельні дані представляють собою двовимірний масив, у якого один із вимірів — «просторовий» (cross-sectional data), в нашому випадку це країни ( $1 < i < 28$ ), інший — часовий (time-series data), які є даними типу часових рядів за 7 періодів. Таким чином, панельні дані мають два індекси ( $i, t$ ). Завдяки особливій будові панельні дані дозволяють будувати змістовніші моделі. Зокрема, виникає змога враховувати та аналізувати індивідуальні відмінності між економічними одиницями, що неможливо зробити в рамках регресійних моделей побудованих на усереднених даних. Панельні дані поєднують в собі переваги обох типів даних.

Загальна модель панельних даних описуються рівнянням:

$$y_i = \alpha + \beta_1 x_{1it} + \beta_2 x_{2it} + \beta_3 x_{3it} + \beta_4 x_{4it} + \varepsilon_{it}, \quad (1.3.1)$$

де величина  $\alpha$ ,  $\beta_j$  — параметри моделі (1.3.1) для  $j$  фактора ( $x_{1it}$ ,  $x_{2it}$ ,  $x_{3it}$ ,  $x_{4it}$ ), значення кожного з факторів у період  $t$  для просторової одиниці  $i$ , помилки  $\varepsilon_{it}$  представляють собою незалежні, однаково розподілені випадкові величини (як за країнами, так і за часом). Фактично (1.3.1) є регре-

## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів

сійною моделлю на множині панельних даних, побудова якої не відрізняється від побудови класичних багатофакторних регресійних моделей.

Табл. 1.3.6. Модель 1  
«Залежність відставання 15-річних підлітків»,  
R-квадрат 0,783

Змінні	коефіцієнт	ст. похибка	t-статистика	p-значення
const	27,19	2,51	12,76	2,32e-027***
$x_1$	-3,06	0,92	-3,32	0,001***
$x_2$	-1,89	1,03	-1,83	0,06*
$x_3$	1,23	065	1,87	0,06*
$x_4$	-4,41	091	-4,802	3,17e-06***

При побудові моделі 1 (таб. 1.3.6) [4] використано 196 спостережень (28 просторових об'єктів, довжина часового ряду 7). Коефіцієнт детермініції (0,78) вказує на достатню якість моделі. Усі параметри є статистично значущими причому три параметри статистично значущі на рівні довіри 99%.

$$y = 27,19 - 3,06x_1 - 1,89x_2 + 1,23x_3 - 4,41x_4$$

Згідно моделі 1 найбільший вплив на неуспішність підлітків ( $y$ ) має саме продуктивність владних інституцій, які експертами характеризується як рівень корупції (зменшення рівня корупції на одиницю приведе до зменшення підліткової неуспішності на 4,41% при незмінних значеннях інших факторів) та  $x_1$  (збільшення витрат на початкову освіту на 1% приведе до зменшення рівня неуспішності на 3,06%). Вплив витрат на середню освіту нижчий  $x_2$  (-1,89), що говорить про суттєвіший вплив на майбутнє підлітків саме початкової освіти. При збільшенні витрат на початкову та середню освіту, а також зменшенню рівня корупції, яке відповідає збільшенню експертних оцінок фактора  $x_4$ , приводить до зменшенню підліткової неуспішності. Коефіцієнт фактора  $x_3$  вказує на додатну залежність, тобто збільшення на 1% видатків на сім'ю та дітей приводить згідно одержаної моделі до росту неуспішності на 1,23%. Це дозволяє стверджувати, що витрати на освіту, як і зменшення рівня корупції, приводить до більш успішної особи, аніж витрати на утримання сімей та дітей. Що ще раз підтверджує давню приказку «Хочеш допомогти голодному дай йому вудку, а не рибу».

Особливістю моделей панельних даних є ще й у тому, що випадкову величину  $\varepsilon_{it}$  можна розбити на декілька складових, наприклад на

## Моделі сталого розвитку

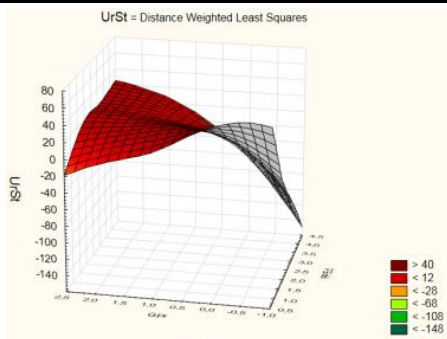
$\alpha_i$  — індивідуальні специфічні ефекти та збурення  $u_{it}$ . Тому можна розглядати моделі з фіксованим ефектом або з випадковим ефектом, які різняться лише припущенням, що у випадку моделі з випадковим ефектом  $\alpha_i$  є випадковими величинами. Побудуємо моделі панельних даних — модель з фіксованими індивідуальними ефектами, що являє собою вихідну регресійну модель, переписану в термінах відхилень від середніх по часу значень змінних. Оцінимо регресійну модель з фіксованими ефектами для вказаних змінних. В силу кореляції 29 даммі-змінних (індивідуальних ефектів країн та 2018 року) їх було виключено з моделі. Отримані параметри  $\beta_i$  моделі 2 аналогічні і не значно відрізнялись від коефіцієнтів моделі 1, тому вкажемо лише значення даммі - змінних для років, які відображають вплив ефекту факторів, загальних для усієї країни, що змінюються з кожним роком. Як можна бачити з таблиці 1.3.7, всі латентні змінні мають обернену залежність з результативною ознакою  $y$ , тобто спостерігалось зменшення підліткової неуспішності впродовж усього терміну спостережень, причому у 2012 році. порівняно з іншими роками, результативна змінна зменшилась найсуттєвіше — на 3,45%, а найменший вплив фасового фактору був у 2006 році (зменшення лише на 0,34%).

Табл. 1.3.7. Значення часових змінних моделі 2  
«Залежність відставання 15-річних підлітків  
з врахуванням індивідуальних ефектів»

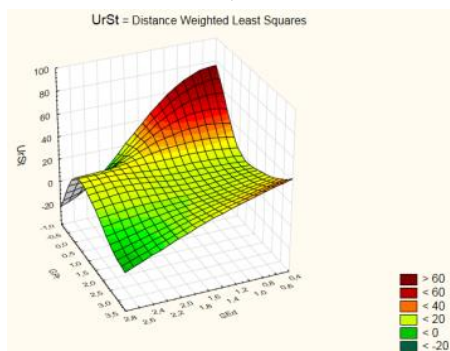
Змінні	$d_{t1}$	$d_{t2}$	$d_{t3}$	$d_{t4}$	$d_{t5}$	$d_{t6}$
рік	2000	2003	2006	2009	2012	2015
коефіцієнт	-1,65	-1,93	-0,34	-2,64	-3,45	-1,76

Дослідження впливу просторових даних зазначених факторів, а саме видатків на певний вид освіти та рівня корупції на рівень неуспішності підлітків (рис. 1.3.3) дозволив висунути гіпотезу про необхідність кластеризації країн, а також дослідження залежності результативної ознаки від визначених факторів у кожному з них

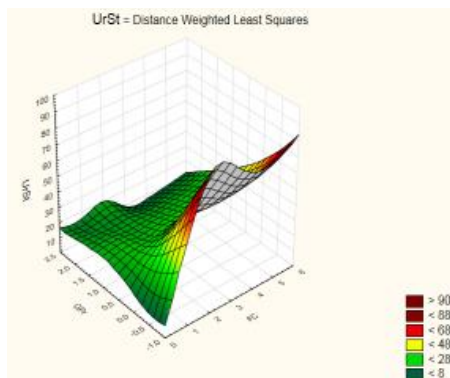
## Розділ 1. Моделювання економічних вимірів



а)



б)



в)

Рис. 1.3.3. Залежність підліткової неуспішності ( $y$ ) від  
а)  $x_1$  та  $x_4$ ; б)  $x_2$  та  $x_4$ ; в)  $x_3$  та  $x_4$

## Моделі сталого розвитку

Ієрархічна кластеризація на основі дендрограми (рис.1.3.4) побудованої на основі обчислення певної метрики, що характеризує ступінь подібності окремих одиниць сукупності. Такою метрикою може бути відстань між ними — евклідова відстань. Схожі за відстанями об'єкти вважаються належними до одного кластеру. У нашому випадку доцільно поділити 28 країн на 3 кластери.

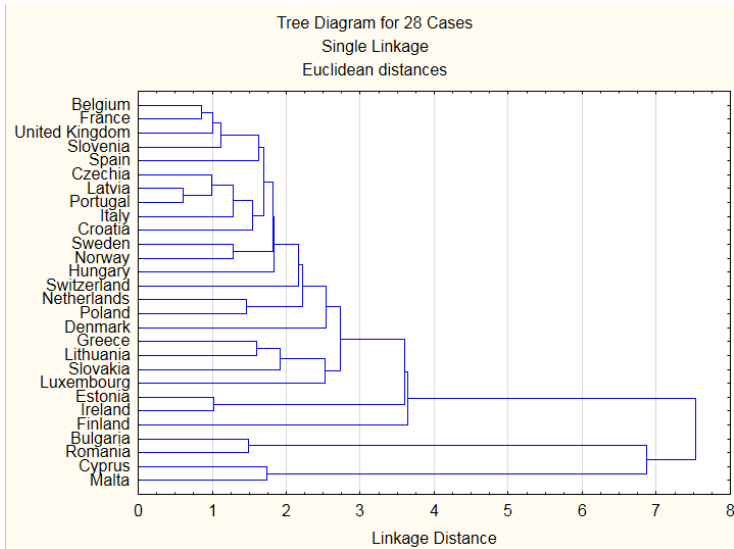


Рис. 1.3.4. Дендрограма поділу на кластери за евклідовими відстанями

На основі методу  $k$ -середніх ( $k$ -means clustering) за допомогою ПП STATISTICA був здійснений поділ на 3 кластери (таб. 1.3.8). Однорідність  $x_1$  утворених кластерів досягнуто завдяки мінімізації внутрішньогрупових дисперсій.

Табл. 1.3.8. Поділ на кластери 28 країн вибірки

Кластер	Країни
1 (12 країн)	Belgium, Denmark, Estonia, Ireland, Netherlands, Poland, Slovenia, Finland, Sweden, United Kingdom, Norway, Switzerland
2 (12 країн)	Czechia, Greece, Spain, France, Croatia, Italy, Latvia, Lithuania, Luxembourg, Hungary, Portugal, Slovakia
3 (4 країни)	Bulgaria, Cyprus, Malta, Romania



## *Розділ 1. Моделювання економічних вимірів*

Для кожної кластерної групи побудовано моделі (1.3.1) з фіксованими індивідуальними ефектами (табл. 1.3.8).

*Табл. 1.3.8. Результати моделей з фіксованими ефектами для кожного з кластерів*

Параметри моделі	1 кластер	2 кластер	3 кластер
const	5,8	31,16***	31,59***
$PPEd(x_1)$	-1,14*	-2,09**	4,49
$SEd(x_2)$	0,87	0,17	8,34
$FC(x_3)$	-0,51	-0,49	-2,07
$GPr(x_4)$	-1,22*	-3,99***	-11,31
$d_{t1}(2000)$	-2,1*	-1,31	-5,63
$d_{t2}(2003)$	-3,72***	-1,68	-3,79
$d_{t3}(2006)$	-2,1*	-0,14	-0,22
$d_{t4}(2009)$	-2,47*	-2,2*	-5,49*
$d_{t5}(2012)$	-3,42***	-3,61***	-5,91*
$d_{t6}(2015)$	-2,13*	-0,59	-4,24
$R^2$	0,66	0,82	0,79
Спостереження	12	12	4
*значущий на рівні 10%, **значущий на рівні 5%, ***значущий на рівні 1%			

Аналізуючи коефіцієнти факторіальних змінних кожної з моделей можна відмітити найбільший вплив саме рівня корупції на рівень підліткової неуспішності для країн усіх кластерів, причому саме для країн 3 кластеру (Bulgaria, Cyprus, Malta, Romania) цей вплив найбільш суттєвий, а саме збільшення продуктивності влади, що відповідає зменшенню рівня корупції, на 1% приведе до зниження рівня неуспішності підлітків на 11,31% [4]. Слід також відмітити, що у кожній кластерній групі видатки на сім'ю та дітей сприяють зменшенню відставання підлітків, а для країн 3 кластеру це особливо важливо. Водночас у третій групі видатки на середню і початкову освіту не сприяють

## Моделі сталого розвитку

---

зниженню рівня підліткової неуспішності, що говорить про суттєвішу залежність від виплат менш розвинутих країн. Слід також відмітити, що для усіх кластерів часові ефекти носять обернену залежність, у той же час саме у 2012 році зниження підліткової неуспішності було найсуттєвішим. На нашу думку, це пов'язано з рядом революцій і протестів у країнах світу та фінансовою кризою у Греції, що привело до певних депресивних ознак у світовій економіці.

Можна говорити про досить високий рівень впливу зазначених факторів на результативну ознаку, оскільки на рівень відставання, очевидно, впливають не лише суми виплат на початкову, середню освіти, на сім'ю та дітей, ефективність влади, а й інших чинників, наприклад, соціальні, психологічні, виміряти які кількісними одиницями не завжди вдається. Щодо досліджуваної моделі можна стверджувати, що близько 20% рівня неуспішності викликане нефінансовими показниками і, можливо, є певними суб'єктивними рівня психологічного стану підлітка. Оскільки константа вказує на величину результативного показника при нульових значеннях факторів, можна припустити, що близько 30% рівня неуспішності викликане, як уже було зазначено, іншими неврахованими факторами.

Очевидно, що рівень неспішності в певному сенсі дотичний до рівня ризику дитячої бідності. Отож, говорячи про сталий розвиток не можливо уникнути питання підліткової успішності (неуспішності), яка, як і ризик дитячої бідності, залежить від основних чинників функціонування влади — відсутність явища корупції, задоволення потреб відповідних сфер життєдіяльності суспільства, шляхом оптимального розподілу коштів бюджетів різного рівня.

## РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ ОЦІНЮВАННЯ МІЖНАРОДНОЇ ТОРГІВЛІ

### 2.1. Моделі аналізу та прогнозування динаміки основних показників міжнародної торгівлі

Сьогодні стостереігаємо динамічні трансформації, серйозні якісні зміни в окремих країнах та їх угрупованнях, що безпосередньо впливає на стрімкий розвиток світової економіки. З іншого боку процес глобалізації, його напрями й наслідки певним чином позначаються на економіках кожної окремої країни. Таким чином, для ведення ефективної політики та прийняття дієвих управлінських рішень як на національному, так і на глобальному рівнях потрібно попередньо здійснити якісну оцінку поточного стану досліджуваного соціально-економічного процесу і адекватний прогноз його подальшого перебігу.

Щодо міжнародної торгівлі, як і будь-якого соціально-економічного процесу, її оцінювання також можна здійснювати використовуючи різноманітні методичні прийоми, а саме: системний, графічний, динамічний, компаративний та статистичний аналіз, групування, узагальнення, математичне моделювання, комп'ютерне програмування тощо. Тобто, при оцінюванні даного процесу розраховують аналітичні показники (абсолютні або/і відносні величини) та описові статистики, будують діаграми і графіки, складають аналітичні таблиці, будують динамічні ряди даних та ін.

Отже, актуальним залишається питання здійснення якісного аналізу поточного стану основних показників міжнародної торгівлі та завчасного планування їх динаміки у майбутніх періодах, що дасть змогу раціонально використати отриману інформацію особам, що приймають управлінські рішення і, підвищивши свою поінформованість, здійснити ряд високоефективних заходів у сфері зовнішньої торгівлі країни.

Окрім того, при дослідженні міжнародної торгівлі із застосуванням статистичного інструментарію, до складу якого входять вищезазначені методичні прийоми, не слід забувати про те, що кожна країна має свій національний досвід митної оцінки товарів. Показники митної статистики дозволяють забезпечити підготовку різноманітних аналітичних досліджень для одержання даних, на основі яких ведеться регіональна статистика, аналізуються експортно-імпортні операції за певними категоріями учасників зовнішньоекономічних зв'язків тощо.

## Моделі сталого розвитку

Важливий крок у стандартизації митного підходу до оцінки було зроблено в 1947 році завдяки прийняттю статті VII Генеральної угоди з тарифів і торгівлі (далі ГАТТ). Сторони, між якими було укладено ГАТТ, погодились засновувати митну оцінку імпортованих товарів на їх фактичній ціні та визнавати дійсність цього підходу щодо всіх продуктів, з яких стягується мито або інші збори і на які поширюється обмеження на імпорт та експорт на основі вартості. У 1953 році було розроблено Брюссельське визначення вартості з метою подальшої стандартизації митної оцінки. У 1981 році було прийнято інший підхід в межах структури ГАТТ, відомий як Угода про впровадження статті VII ГАТТ (1981), або Угода про оцінку ГАТТ 1981 року. У 1995 році було здійснено подальшу розробку, за допомогою якої було укладено угоду про принципи оцінки, відому як Угода про впровадження статті VII Генеральної угоди з тарифів і торгівлі 1994 року. Вона набула чинності з 1 січня 1995р. Це одна з багатосторонніх угод про торгівлю товарами, додана до Маракешької угоди про створення Світової організації торгівлі (далі СОТ), і є обов'язковою для всіх членів СОТ. Структура Угоди СОТ про оцінку ідентична структурі Угоди ГАТТ 1981 року [1]. Сьогодні метод оцінювання, прийнятий у Угоді СОТ, застосовується до всіх товарних потоків і його рекомендовано прийняти як основу для оцінювання країнами своєї зовнішньої торгівлі.

З часу укладення Генеральної угоди з тарифів та торгівлі обсяги світового товарного експорту збільшились у 307 разів, при цьому кожне десятиліття даний показник зростає як мінімум вдвічі, а протягом 1963 – 1983 рр. — зафіксовано його потроєння [2, 3, 4] (табл. 2.1.1).

Табл. 2.1.1. Динаміка світового товарного експорту, 1948-2019 рр.  
(млрд. дол. США)

	1948	1963	1983	1993	2003	2013
Весь світ	59	157	1838	3675	7375	18877
Темпи зростання	-	2,7	11,8	2,0	2,0	2,6
	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Весь світ	18862	16405	15952	17429	19169	18591
Темпи зростання	1,0	0,9	1,0	1,1	1,1	1,0

Серед інтеграційних угруповань Європейський Союз (далі — ЄС) став найбільшим експортером за останні 20 років — понад 33% світового експорту, в той час як питома вага НАФТА складає близько 14%,

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

АСЕАН — 7%, ГСС — 6%, МЕРКОСУР — 1,7%, АС — 0,7% [3]. Зокрема, питома вага ЄС в світовому експорті товарів до 2003 р. зростала: в 1963р. вона становила 27,5%; в 1983 — 38,6%; в 1993 — 38,6%; в 2003 — 42,7%; в 2007 — 39,1% [2]. Останнє десятиліття даний показник коливається в межах 34 – 31% (табл. 2.1.2) [2; 3; 4].

*Табл. 2.1.2. Питома вага товарного експорту ЄС в світовому товарному експорті, 2010-2020 рр. (%)*

	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Питома вага експорту ЄС	33,71	32,82	31,00	31,77	31,92	32,17
	2016	2017	2018	2019	2020	
Питома вага експорту ЄС	32,77	33,78	32,19	32,15	32,50	

Вищенаведені дані дають тільки загальну характеристику поточних позицій ЄС в системі міжнародної торгівлі. Більш детальне дослідження міжнародної торгівлі ЄС дасть можливість виявити в ній певні, доволі актуальні тренди.

Найбільш відомими і поширеними показниками в системі абсолютних показників міжнародної торгівлі загальний експорт / імпорт товарів та загальний експорт / імпорт послуг. Зазначимо, що абсолютна величина як самостійна функція не дає повної уяви про досліджуване явище чи процес, не розкриває його структури, не характеризує розвиток в часі та співвідношення з іншими абсолютними показниками. Такі аналітичні функції виконують відносні показники, до яких відноситься відносна величина динаміки. Даний показник характеризує зміну рівня однойменного явища в часі. Відносні величини динаміки визначаються співвідношенням значень показника за два періоди чи моменти часу. При цьому базою порівняння може бути або попередній, або більш віддалений у часі рівень [5].

Відносні величини динаміки виражені у формі коефіцієнтів або у відсотковому вигляді, називаються темпами зростання та відносяться до аналітичних показників рядів динаміки. До останніх також відносять: абсолютні прирости, темпи приросту, абсолютне значення 1% приросту.

Аналіз динаміки експорту товарів країн-членів ЄС за 2002–2020 рр. проведемо на основі вищезазначених показників. Результати розрахунків зведемо в табл. 2.1.3.

## Моделі сталого розвитку

Табл. 2.1.3. Динаміка експорту товарів країн-членів ЄС (млрд. євро)

Рік	Експорт товарів, млрд. євро	Абсолютний приріст, млрд. євро		Темп зростання, %		Темп приросту, %		Абсолютне значення 1% приросту, млрд. євро
		базисний	ланцюговий	базисний	ланцюговий	базисний	ланцюговий	
2002	2609	-	-	100	-	-	-	-
2003	2588	-21	-21	99,20	99,20	-0,80	-0,80	26,09
2004	2999	390	411	114,95	115,88	14,95	15,88	25,88
2005	3243	634	244	124,30	108,14	24,30	8,14	29,99
2006	3622	1013	379	138,83	111,69	38,83	11,69	32,43
2007	3906	1297	284	149,71	107,84	49,71	7,84	36,22
2008	4049	1440	143	155,19	103,66	55,19	3,66	39,06
2009	3308	699	-741	126,79	81,70	26,79	-18,30	40,49
2010	3911	1302	603	149,90	118,23	49,90	18,23	33,08
2011	4378	1769	467	167,80	111,94	67,80	11,94	39,11
2012	4524	1915	146	173,40	103,33	73,40	3,33	43,78
2013	4575	1966	51	175,35	101,13	75,35	1,13	45,24
2014	4636	2027	61	177,69	101,33	77,69	1,33	45,75
2015	4859	2250	223	186,24	104,81	86,24	4,81	46,36
2016	4861	2252	2	186,32	100,04	86,32	0,04	48,59
2017	5230	2621	369	200,46	107,59	100,46	7,59	48,61
2018	5486	2877	256	210,27	104,89	110,27	4,89	52,30
2019	5623	3014	137	215,52	102,50	115,52	2,50	54,86
2020	4778	2169	-845	183,14	84,97	83,14	-15,03	56,23

Аналіз отриманих даних, наведених в табл.2.1.3 дають можливість зробити наступні висновки:

- базисний абсолютний приріст після різкого зменшення в 2003 році (-21 млрд.євро) протягом досліджуваного періоду мав тенденцію до зростання. Проте ця тенденція не була прямолінійною: після прискорення динаміки протягом 2004 – 2008 рр. спостерігається її уповільнення в 2009 році, після чого протягом 2007 – 2019 рр. відбувається стабільне абсолютне прискорення;
- ланцюгові абсолютні прирости також не демонструють стабільної тенденції, спостерігаються певні флуктуації: негативний

## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

---

приріст в 2003 році (–21 млрд.євро) змінюється різким зростанням в 2004 році — 411 млрд.євро (це може бути пов'язане із включенням до ЄС нових 10 членів); до 2009 р. — нестабільний період із зростанням на початку 2006р. та зменшенням в 2009р.; 2010 р. — зростання показника; 2011 – 2013 рр. — чергове сповільнення; 2014 – 2015 рр. — зростання і т.д., а в 2020 р. зафіксоване найбільше від'ємне значення даного показника: –845 млрд.євро);

- абсолютне значення одного відсотка приросту з 2012 року має стійку тенденцію до зростання.

Отже, як бачимо з наведених даних, країни-члени ЄС збільшують обсяги товарного експорту. Так, загальний обсяг товарного експорту членів ЄС зріс майже в 2 рази: з 2209 млрд. євро в 2002 році до 4778 млрд. євро в 2020, незважаючи на вихід Великобританії з даного економічного угруповання. Зазначимо також, що обсяги експорту ЄС перед глобальною фінансово-економічною кризою 2009 р. (4049 млрд. євро) вдалося перевищити тільки в 2011 р. (4378 млрд. євро). Крім цього слід виділити період стагнації з 2012 рр., що знайшло своє відображення в невисоких темпах зростання досліджуваного показника.

Більш детальний аналіз показників динаміки експорту товарів з ЄС засвідчує, що цей показник помітно зростає особливо в періоди збільшення його країн-членів, зокрема в 2004 році (на 411 млрд.євро, за даними наведеними в табл.2.1.3). Саме в цьому році розширення чисельного складу даного угруповання було доволі значним: були включені такі країни, як Латвія, Литва, Естонія, Мальта, Польща, Словаччина, Словенія, Чехія, Угорщина та Кіпр. Тому розглянемо динаміку експорту товарів країн-членів ЄС в розрізі двох груп: «старих» європейців (далі — група I, прим. автора) та «нових» європейців (далі — група II, прим. автора).

До групи I входять такі країни, як Австрія, Бельгія, Великобританія, Данія, Ірландія, Німеччина, Іспанія, Італія, Люксембург, Нідерланди, Франція, Греція, Португалія, Швеція та Фінляндія.

До групи II: Латвія, Литва, Естонія, Мальта, Польща, Словаччина, Словенія, Чехія, Угорщина, Кіпр, Болгарія та Румунія.

Як засвідчують дані табл. 2.1.4, роль нових країн-членів ЄС в зростанні обсягів експорту товарів зростає: їх питома вага в загальному обсязі зросла від 7% в 2004р. до 16,6% в 2020 р. За цей же період експорт товарів країн II країни зріс в 3,7 рази, для країн I групи цей показник становив тільки 1,4 рази. Нові країни-члени ЄС в перші роки

## Моделі сталого розвитку

входження до складу цього економічного угруповання нарощували експорт більш швидкими темпами, ніж «старі»: в 2005 р. їх експорт зріс на 16,4%, в 2006 р. — на 21,5; в 2007 р. — на 31,8%. Також слід зазначити, що в період стагнації (2012 – 2016 рр.), коли обсяги експорту країн I групи зростали незначними темпами (103,1; 100,9; 100,8; 104,6; 99,6), країни нові члени-ЄС мали більш високі значення темпів зростання (104,7; 105,3; 104,9; 106,2; 103,1).

Табл. 2.1.4. Обсяги експорту товарів, групами країн-членів ЄС

Рік	Обсяг експорту, млрд. євро		Питома вага, %		Базисні темпи зростання		Ланцюгові темпи зростання	
	I група	II група	I група	II група	I група	II група	I група	II група
2004	2784	214	92,9	7,1	100	100	-	-
2005	2994	249	92,3	7,7	107,51	116,41	107,51	116,41
2006	3320	303	91,6	8,4	119,21	141,37	110,89	121,45
2007	3507	399	89,8	10,2	125,95	186,35	105,65	131,82
2008	3594	445	89,0	11,0	129,01	207,71	102,48	111,46
2009	2936	365	88,9	11,1	105,43	170,33	81,69	82,01
2010	3450	453	88,4	11,6	123,88	211,46	117,50	124,15
2011	3841	527	87,9	12,1	137,93	246,11	111,35	116,38
2012	3959	552	87,8	12,2	142,18	257,71	103,08	104,72
2013	3994	581	87,3	12,7	143,44	271,26	100,89	105,26
2014	4027	610	86,8	13,2	144,60	284,75	100,81	104,97
2015	4212	647	86,7	13,3	151,26	302,25	104,61	106,15
2016	4193	668	86,3	13,7	150,58	311,73	99,55	103,14
2017	4491	734	85,9	14,1	161,28	345,01	107,10	110,68
2018	4696	791	85,6	14,4	168,63	369,15	104,56	107,00
2019	4799	825	85,3	14,7	172,32	384,98	102,19	104,29
2020	3986	792	83,4	16,6	143,14	369,75	83,06	96,04

Серед нових країн-членів ЄС найбільшими експортерами товарів є Чехія, Угорщина та Польща. Питома вага експорту цих країн в загальному обсязі країн даної групи в 2004 році становила 75%, в 2020 році цей показник дещо зменшився і становив 64%.

Серед «старих» країн-членів ЄС найбільшими експортерами товарів були Бельгія, Німеччина, Нідерланди, Італія, Франція та Великобританія. Їх питома вага в загальному обсязі експорту країн даної групи протягом досліджуваного періоду становила близько 80%, і тільки в 2020 році зменшилася до 76%, що пов'язане із виходом Великобританії з членів ЄС.



## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

Аналіз динаміки експорту товарів країн-членів ЄС за 2002 – 2020 рр. проведемо на основі вищезазначених показників. Результати розрахунків зведемо в табл. 2.1.5

*Табл. 2.1.5. Динаміка імпорту товарів країн-членів ЄС (млрд. євро)*

Рік	Імпорт товарів, млрд. євро	Абсолютний приріст, млрд.євро		Темп зростання, %		Темп приросту, %		Абсолютне значення 1% приросту, млрд. євро
		базис-ний	ланцюговий	базис-ний	ланцюговий	базис-ний	ланцюговий	
2002	2525	-	-	100	-	-	-	-
2003	2528	3	3	100,12	100,12	0,12	0,12	25,25
2004	2986	461	458	118,26	118,12	18,26	18,12	25,28
2005	3285	760	299	130,10	110,01	30,10	10,01	29,86
2006	3729	1204	444	147,68	113,52	47,68	13,52	32,85
2007	4046	1521	317	160,24	108,50	60,24	8,50	37,29
2008	4230	1705	184	167,52	104,55	67,52	4,55	40,46
2009	3369	844	-861	133,43	79,65	33,43	-20,35	42,30
2010	4001	1476	632	158,46	118,76	58,46	18,76	33,69
2011	4469	1944	468	177,00	111,70	76,99	11,70	40,01
2012	4553	2028	84	180,32	101,88	80,31	1,88	44,69
2013	4459	1934	-94	176,59	97,93	76,59	-2,06	45,53
2014	4546	2021	87	180,04	101,95	80,04	1,95	44,59
2015	4721	2196	175	186,97	103,85	86,97	3,85	45,46
2016	4752	2227	31	188,20	100,66	88,20	0,66	47,21
2017	5139	2614	387	203,53	108,14	103,52	8,14	47,52
2018	5441	2916	302	215,49	105,88	115,49	5,88	51,39
2019	5571	3046	130	220,63	102,39	120,63	2,39	54,41
2020	4499	1974	-1072	178,18	80,76	78,18	-19,24	55,71

Аналіз отриманих даних, наведених в табл. 2.1.5 дають можливість зробити наступні висновки:

- базисні абсолютні прирости зростають протягом 2003 – 2008 рр. Після незначного зменшення у 2009 р. спостерігається чітка тенденція до зростання. Зменшення даного показника у 2020 р. зумовлене виходом з ЄС Великобританії;
- ланцюгові абсолютні прирости також не демонструють стабільної тенденції а ні до зростання, а ні до спадання, спостерігаються постійні флуктуації. Найбільші негативні прирости зафіксовано в

## Моделі сталого розвитку

2009 році (–861 млрд.євро) та в 2020р. (–1072 млрд.євро);

- базисні темпи зростання дають можливість стверджувати, що за досліджуваний період обсяг імпорту країнами членами-ЄС зріс майже в 2 рази;

- абсолютне значення одного відсотка приросту з 2012 року має стійку тенденцію до зростання до 2001 р., після цього спостерігаються певні флуктуації, а з 2014р. спостерігається певна тенденція до зростання.

Щоб зробити висновки, стосовно динаміки обсягу імпорту в розрізі вищезазначених груп країн членів-ЄС, проаналізуємо табл. 2.1.6.

Табл. 2.1.6. *Обсяги імпорту товарів, групами країн-членів ЄС*

Рік	Обсяг імпорту, млрд.євро		Питома вага, %		Базисні темпи зростання		Ланцюгові тем- пи зростання	
	I група	II група	I група	II група	I група	II група	I група	II група
2004	2741	242	91,89	8,11	100,0	100,0	-	-
2005	3008	274	91,65	8,35	109,74	113,22	109,74	113,22
2006	3392	334	91,04	8,96	123,75	138,02	112,77	121,90
2007	3578	464	88,52	11,48	130,54	191,74	105,48	138,92
2008	3706	521	87,67	12,33	135,21	215,29	103,58	112,28
2009	2980	386	88,53	11,47	108,72	159,50	80,41	74,09
2010	3519	478	88,04	11,96	128,38	197,52	118,09	123,83
2011	3916	549	87,70	12,30	142,87	226,86	111,28	114,85
2012	3985	562	87,64	12,36	145,38	232,23	101,76	102,37
2013	3871	583	86,91	13,09	141,23	240,91	97,14	103,74
2014	3929	612	86,52	13,48	143,34	252,89	101,50	104,97
2015	4069	646	86,30	13,70	148,45	266,94	103,56	105,56
2016	4085	661	86,07	13,93	149,03	273,14	100,39	102,32
2017	4389	745	85,49	14,51	160,12	307,85	107,44	112,71
2018	4623	813	85,04	14,96	168,66	335,95	105,33	109,13
2019	4722	873	84,40	15,60	172,27	360,74	102,14	107,38
2020	3706	789	82,45	17,55	135,21	326,03	78,48	90,38

Як засвідчують дані табл. 2.1.6, роль нових країн-членів ЄС в зростанні обсягів імпорту товарів зростає: їх питома вага в загальному обсязі зросла від 8% в 2004р. до 17,6% в 2020 р. За цей же період імпорт товарів країн II країни зріс в 3рази, для країн I групи цей показник становив тільки 1,35 рази. Нові країни-члени ЄС в перші роки входження до складу цього економічного угруповання нарощували імпорт більш швидкими темпами, ніж «старі»: в 2005 р. їх експорт зріс на 13,2%, в 2006 р. — на 21,9; в 2007 р. — на 38,9%. Також слід зазна-

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

чити, що в період стагнації (2012 – 2016 рр.), коли обсяги експорту країн I групи зростали незначними темпами (101,8; 97,14; 101,5; 103,6; 100,39), країни нові члени-ЄС мали більш високі значення темпів зростання (102,4; 103,7; 104,9; 105,6; 102,3).

Таким чином, проведений аналіз дав змогу визначити основні тренди експортно-імпортної політики країн-членів ЄС.

Прогнозування цих показників на майбутнє, можливе на основі апарату математичних методів.

Оскільки до уваги береться характер перебігу міжнародної торгівлі, для її дослідження часто застосовують теорію часових рядів [6], особливістю прогнозування яких є аналіз спостережних даних без додаткової інформації та без врахування впливу зовнішніх факторів.

Часовий ряд можна означити як сукупність значень будь-якого показника за декілька послідовних періодів часу [7]. Окремі спостереження часового ряду називають його рівнями. Кожному рівню часового ряду ставиться у відповідність певний моменту часу. Залежно від кількості показників, значення яких відповідають кожному моменту часу, часові ряди бувають одновимірні та багатовимірні. Основним завданням статистичного аналізу часових рядів є побудова математичної моделі, за допомогою якої можна пояснити та спрогнозувати поведінку ряду на майбутні періоди.

Для того, щоб часовий ряд був правильно сформований однією із важливіших умов є порівнянність його рівнів. Тобто рівні ряду повинні відображати сутність і мету досліджуваного процесу та бути однорідними за економічним змістом. Особливо важливим для компаративного аналізу є представлення статистичних даних у вигляді часових рядів для досягнення порівнянності одних даних з іншими. Адже дані, що отримуються із різних спостережень при зіставленні можуть відрізнятися методологічно [8]. Саме тому особливо проблематичним при міжнародних порівняннях є вибір методики розрахунку порівнюваних рівнів ряду.

Окрім того, існує проблема вимірюваності показників міжнародної торгівлі [8]. При аналізі часових рядів слід враховувати, що обсяги товарних операцій можуть бути виміряні у вартісних, натуральних та трудових одиницях. Дана невідповідність в одиницях вимірювання є причиною суттєвих труднощів при вимірюванні основних показників зовнішньої торгівлі країни.

Оскільки метою прикладного статистичного аналізу часових рядів є побудова моделі ряду, за допомогою якої можна пояснити пове-

## Моделі сталого розвитку

---

дінку ряду і здійснити прогноз на майбутні періоди, тому для практичної реалізації проведення аналізу часових рядів важливим є врахування структури ряду та його імовірнісних характеристик.

Аналіз часового ряду починається із побудови та дослідження його графіка. При проведенні вибіркового дослідження достатньо інформативними є найпростіші числові характеристики описової статистики (середня арифметична, середнє арифметичне відхилення, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, розмах варіації, медіана, коефіцієнти асиметрії та ексцесу), крім того графічне зображення ряду є допоміжним при проведенні аналізу вибірки даних. Проте при аналізі часових рядів графічне представлення табличної інформації дозволяє зробити багато висновків тоді, як описові статистики не дають розуміння характеру процесу. Після побудови графіка та проведення попереднього аналізу у часовому ряді виокремлюють та вилучають детерміновані складові. Далі дослідження випадкової складової проводять за допомогою побудови аналітичної функції, що характеризує залежність рівнів ряду від часу. Даний спосіб моделювання тенденції часового ряду є найпоширенішим і носить назву аналітичне вирівнювання тимчасового ряду. Коли здійснена побудова загальної моделі ряду, проводиться перевірка її адекватності, після чого відбувається прогнозування майбутньої поведінки ряду.

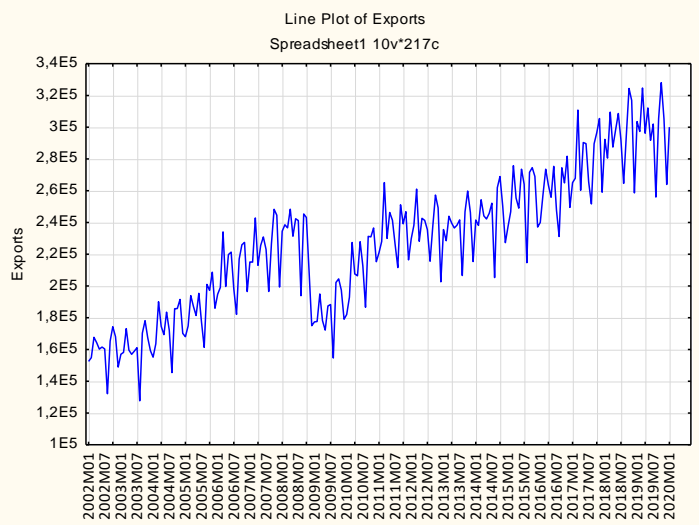
При проведенні прогнозів використовують статистичні методи, на основі яких обирають відповідну математичну модель, що виражає існуючі взаємозв'язки і закономірності досліджуваного процесу та буде інструментом прогнозування. Моделі із використанням часових рядів на сьогоднішній день є найефективнішими.

Розглянемо динаміку основних показників міжнародної торгівлі на прикладі країн ЄС. Для цього зобразимо графічно динамічні зміни показників експорту і імпорту товарних потоків країн ЄС протягом 18 років (з січня 2002 року по січень 2020 року) (рис. 2.1.1 (а, б)).

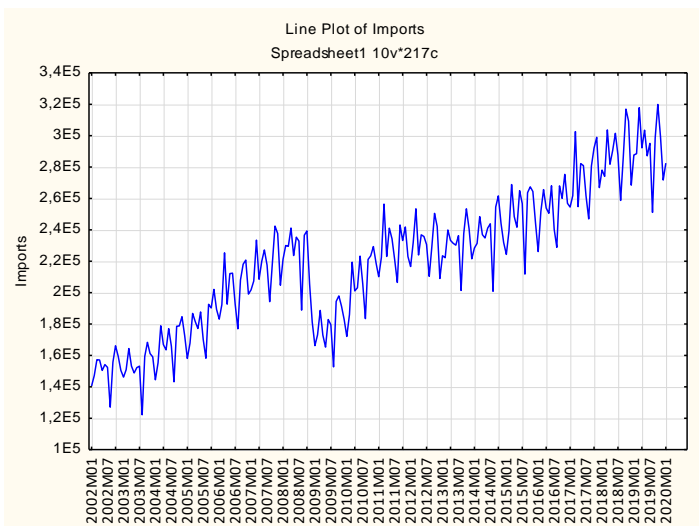
За даними рис. 2.1.1 можна висновувати, що існує сезонна залежність обсягів експорту та імпорту товарів країн ЄС.

Наступним кроком статистичного аналізу є графічне зображення табличних даних для отримання приблизного розподілу числових значень. З цією метою будемо гістограми цих двох рядів (рис. 2.1.2).

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

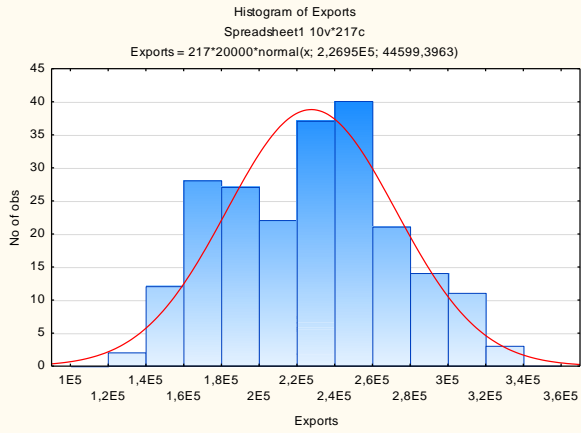


a)

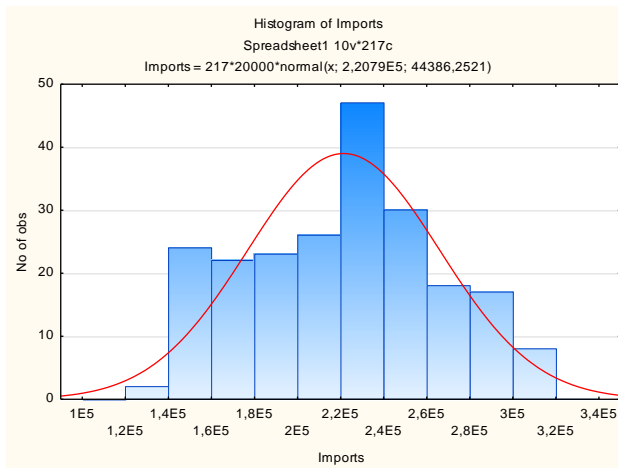


б)

Рис. 2.1.1. Лінійний графік торговельних операцій товарів країн ЄС (січень 2002 р.– січень 2020 р.): а) експорту; б) імпорту



a)

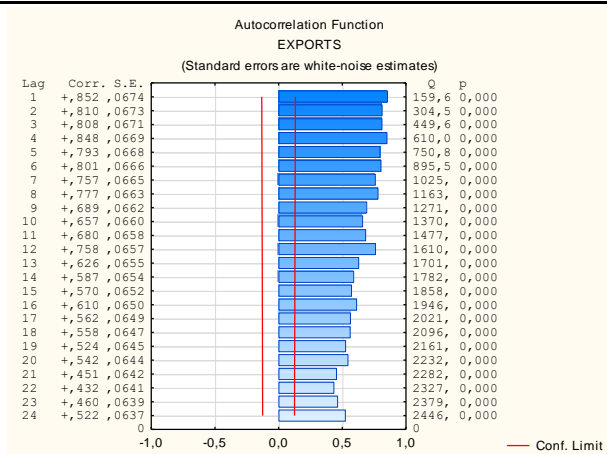


б)

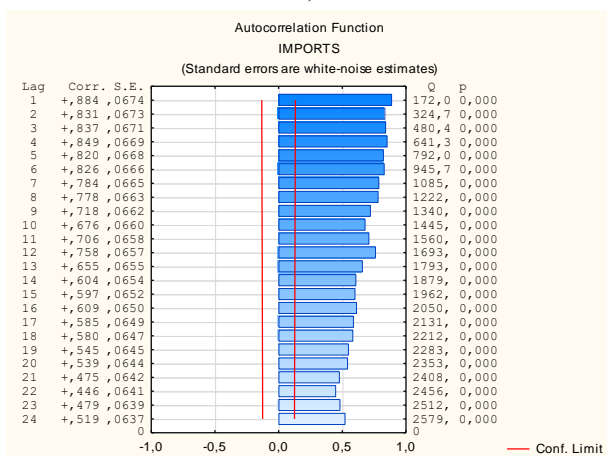
Рис. 2.1.2. Гістограма обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС (січень 2002 р.–січень 2020 р.): а) експорту; б) імпорту

Бачимо, що ряди не є нормально розподіленим, тому надалі необхідно встановити залежності для цих рядів. Для визначення характеру не випадкової складової будемо автокореляційні функції та функції часткової автокореляції вихідних даних для перших 205 значень обсягів експорту та імпорту товарів країн ЄС відповідно (рис. 2.1.3–2.1.4).

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі



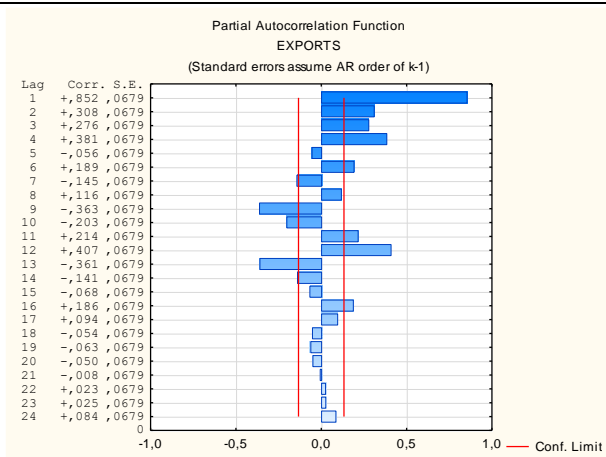
а)



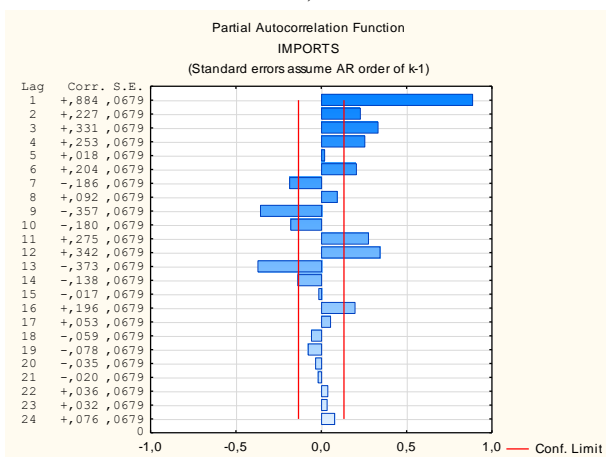
б)

Рис. 2.1.3. Функція автокореляції обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС (січень 2002 р.–січень 2019 р.): а) експорту; б) імпорту

Вигляд функції автокореляції та функції часткової автокореляції дає уявлення про наявність певних закономірностей в ряді даних. Тому їх побудова та дослідження є часто застосовуваним етапом аналізу певного процесу у статистиці при обробці та оцінюванні даних, що формують часовий ряд.



a)



b)

Рис. 2.1.4. Функція часткової автокореляції обсягів експорту (а) та імпорту (б) товарів країн ЄС (січень 2002 р.–січень 2019 р.)

Зважаючи на характеристики автокореляційних функцій та функцій часткової автокореляції показників обсягів експорту та імпорту товарів країн ЄС (рис. 2.1.3–2.1.4), маємо підстави стверджувати, що для моделювання динаміки цих показників можуть бути використані авторегресійні моделі. Останні широко застосовуються для опису стаціонарних випадкових процесів. Характерним для стаціонарних часових рядів є те,



## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

що їх імовірнісні властивості не змінюються в динаміці, тобто функції розподілу стаціонарних динамічних рядів залишаються не змінними.

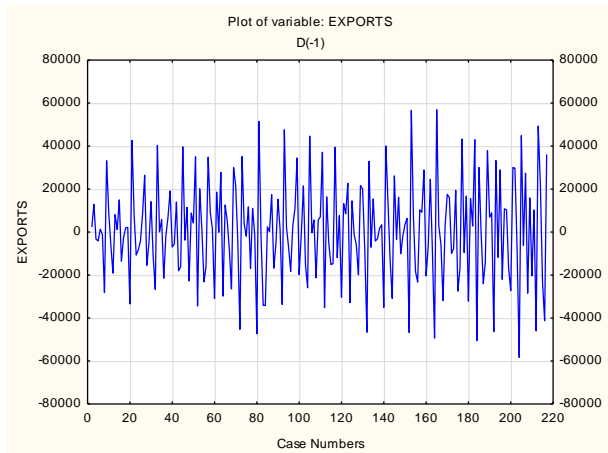
Перетворимо вихідні досліджувані ряди у ряди виду:

$$D(x(t)) = x(t) - x(t - 1). \quad (2.1.1)$$

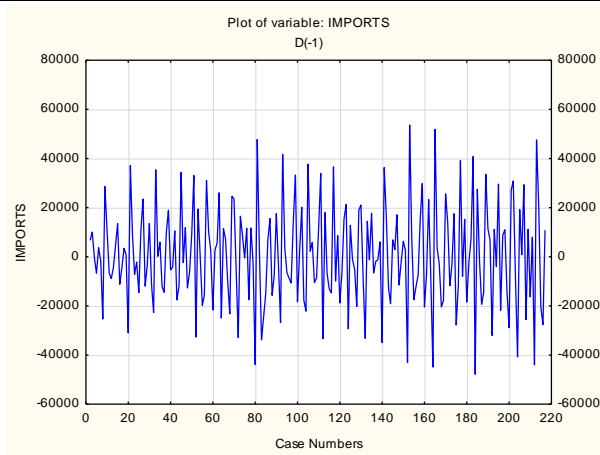
Саме така трансформація часових рядів є передумовою подальшої побудови прогнозних моделей, що адекватно відображають динаміку досліджуваних показників у часі, а отже, й отримання якісних результатів моделювання. Адже для прийняття рішень щодо формування політики у сфері торгівлі в кожен конкретний момент часу важливе значення має ступінь поінформованості особи, яка приймає рішення стосовно важливих тенденцій у сфері торгівлі кожної країни та їх угруповань.

Таким чином, отримуємо перетворені ряди статистичних значень обсягів експорту та імпорту товарів країн ЄС, графічне відображення яких представимо на рис. 2.1.5.

Відповідні графічні зображення автокореляційних функцій та функцій часткової автокореляції цих рядів — на рис. 2.1.6–2.1.7.



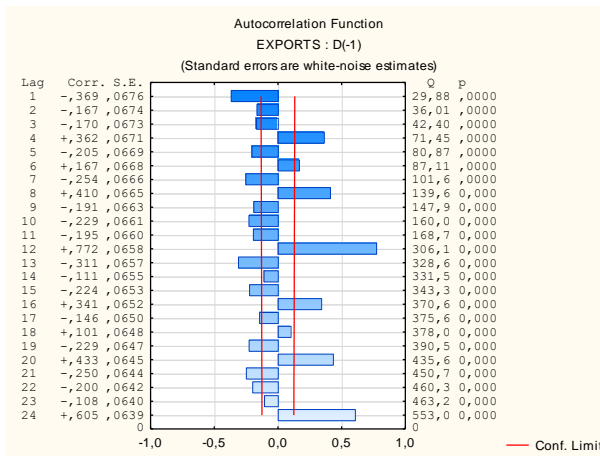
a)



б)

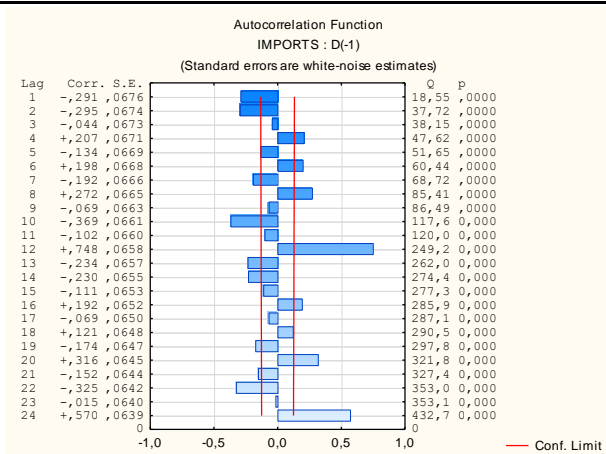
Рис. 2.1.5 Динаміка обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС (січень 2002 р.–січень 2019 р.) (трансформований ряд): а) експорту; б) імпорту

За допомогою функцій автокореляції (рис. 2.1.6) можна з'ясувати, що на перших лагах не спостерігається значуща кореляція, проте для значення лагів, кратних сезонності, вона значуща лише для першого досліджуваного періоду.



а)

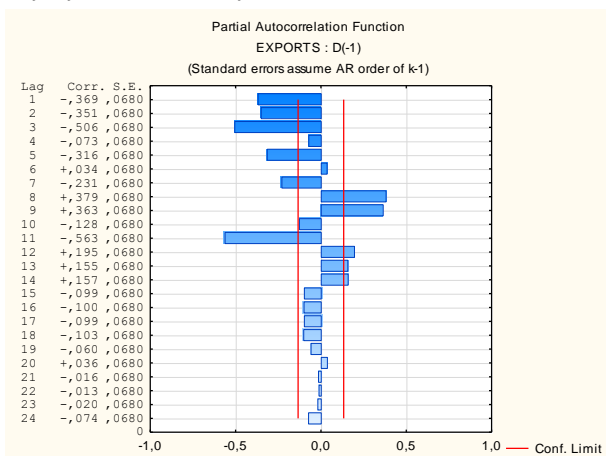
## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі



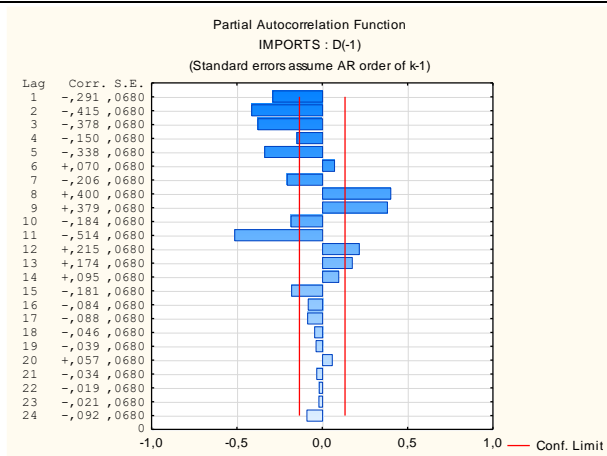
б)

*Рис. 2.1.6. Функція автокореляції обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС (січень 2002 р.–січень 2019 р.) (трансформований ряд): а) експорту; б) імпорту*

Аналогічно, якщо розглянути функцію часткової автокореляції (рис. 2.1.7), бачимо, що кореляційна залежність впродовж певного проміжку часу суттєво зменшується.



а)



б)

Рис. 2.1.7. Функція часткової автокореляції обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС (січень 2002 р.–січень 2019 р.) (трансформований ряд): а) експорту; б) імпорту

На основі значень функції автокореляції і функції часткової автокореляції визначаємо параметри для побудови прогнозних моделей динаміки обсягів експорту та імпорту товарів країн ЄС.

Для моделювання застосуємо модуль Time series analysis/Forecasting пакета STATISTICA 10 та статистичні дані Eurostat [9] обсягів експорту та імпорту товарів (млн. євро) країн ЄС за кожен місяць з січня 2002 р. по січень 2019 р. [10]. Таким чином, маємо два ряди, кожен з яких має 205 спостережних даних, що є достатнім для побудови адекватної прогнозної моделі.

Так як ми досліджуємо два основних показники торгівлі, то в результаті моделювання ми отримаємо дві прогнозні моделі: для обсягів експорту та імпорту країн ЄС відповідно.

Для цього використовуємо метод аналізу часових рядів із розривами, що реалізований у пакеті STATISTICA 10 (Interrupted Time Series Analysis ARIMA). Таким чином, нами отримано дві ARIMA–моделі для прогнозування показників торговельних потоків міжнародної торгівлі ЄС.

Оскільки для моделювання ми використовували статистичні дані із січня 2002 р. по січень 2019 р., то в результаті отримано прогнозні значення для обсягів експорту та імпорту на період із лютого 2019 р. по січень 2020 р. відповідно. Табличне представлення числових про-

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

гнозних даних разом із значеннями, що утворюють інтервал довіри та значеннями стандартної похибки моделей зображено на рис. 2.1.8.

CaseNo.	Forecasts; Model:(0,1,0)(1,0,0) Seasonal lag: 12 (Spread) Input: EXPORTS Start of origin: 1 End of origin: 205				
	Forecast	Low er 90,0000%	Upper 90,0000%	Std.Err.	Observed
206	293490,3	271224,6	315755,9	13478,22	297304,6
207	318140,1	286651,8	349628,5	19061,07	324676,8
208	299391,0	260825,8	337956,2	23344,95	296220,7
209	308604,3	264073,0	353135,5	26956,43	312121,4
210	317401,1	267613,7	367188,6	30138,21	291726,8
211	303162,1	248622,7	357701,5	33014,75	301994,0
212	279926,4	221017,1	338835,7	35660,01	256032,8
213	305515,0	242538,3	368491,8	38122,15	305349,9
214	330843,1	264046,2	397640,0	40434,65	328049,9
215	324491,0	254080,9	394901,1	42621,86	305148,1
216	274809,9	200963,2	348656,7	44702,18	263909,5
217	313052,4	235922,0	390182,8	46689,91	300049,3

а)

CaseNo.	Forecasts; Model:(0,1,0)(1,0,0) Seasonal lag: 12 (Spread) Input: IMPORTS Start of origin: 1 End of origin: 205				
	Forecast	Low er 90,0000%	Upper 90,0000%	Std.Err.	Observed
206	284401,0	263821,6	304980,4	12457,47	288500,2
207	308721,5	279617,9	337825,2	17617,52	317841,3
208	290752,6	255108,1	326397,2	21576,97	292253,0
209	297913,4	256754,7	339072,2	24914,94	303488,7
210	306950,3	260933,4	352967,2	27855,75	287157,9
211	295548,0	245139,0	345957,0	30514,44	295126,2
212	271798,1	217350,1	326246,0	32959,36	251133,7
213	294225,1	236017,8	352432,4	35235,04	298692,5
214	319631,8	257893,6	381369,9	37372,40	319878,4
215	313330,6	248252,8	378408,3	39393,97	299320,8
216	279813,0	211558,9	348067,1	41316,75	271715,8
217	295596,9	224307,8	366885,9	43153,94	282516,3

б)

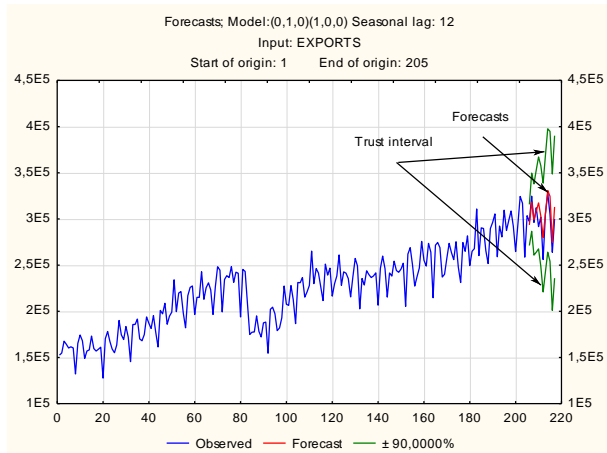
*Рис. 2.1.8. Результати моделювання динаміки обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС на період з 02.2019 р. по 01.2020 р.:*

*а) експорту; б) імпорту*

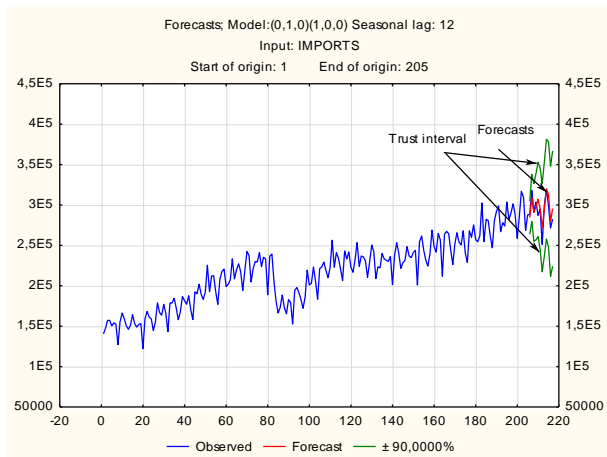
Окрім того, результати моделювання динаміки обсягів експорту та імпорту товарів країн ЄС на період із лютого 2019 р. по січень

## Моделі сталого розвитку

2020 р. можна представити графічно (рис. 2.1.9), завдяки чому чітко видно тенденцію подальшого розвитку міжнародної торгівлі країн ЄС.



а)



б)

Рис. 2.1.9. Графік моделювання динаміки обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС на період з 02.2019 р. по 01.2020 р.: а) експорту; б) імпорту

Порівняємо отримані прогностні дані і фактичні дані за період із лютого 2019 р. по січень 2020 р. (табл. 2.1.7–2.1.8).

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

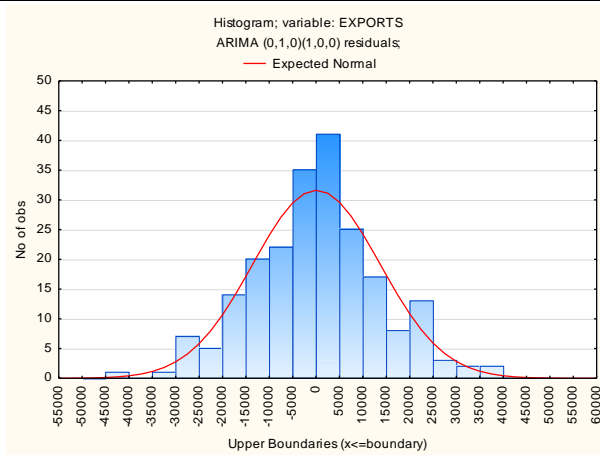
*Табл. 2.1.7. Порівняння отриманих прогнозних значень обсягів експорту товарів країн ЄС на 2017 р. із фактичними*

	Прогнозні значення	Експорт	Похибка
2019M02	288 500,2	293490,3	0,01700246
2019M03	317 841,3	318140,1	0,000939309
2019M04	292 253,0	299391,0	0,023841599
2019M05	303 488,7	308604,3	0,016576468
2019M06	287 157,9	317401,1	0,095283963
2019M07	295 126,2	303162,1	0,026506919
2019M08	251 133,7	279926,4	0,102858084
2019M09	298 692,5	305515,0	0,022331297
2019M10	319 878,4	330843,1	0,033141652
2019M11	299 320,8	324491,0	0,077568289
2019M12	271 715,8	274809,9	0,011259136
2020M01	282 516,3	313052,4	0,097543018

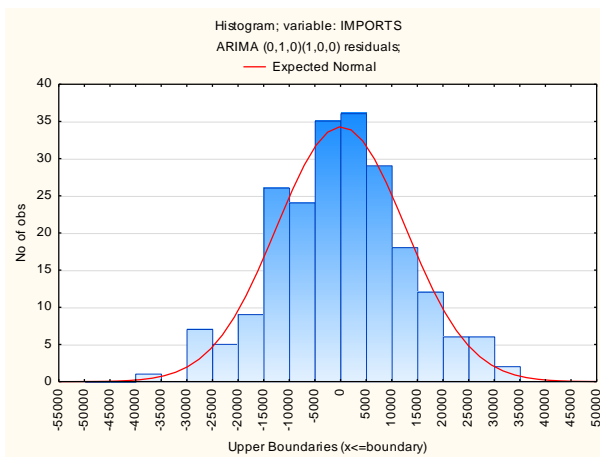
*Табл. 2.1.8. Порівняння отриманих прогнозних значень обсягів імпорту товарів країн ЄС на 2017 р. із фактичними*

	Прогнозні значення	Імпорт	Похибка
2019M02	288 500,2	297 304,6	0,029614073
2019M03	317 841,3	324 676,8	0,021053244
2019M04	292 253,0	296 220,7	0,013394405
2019M05	303 488,7	312 121,4	0,027658148
2019M06	287 157,9	291 726,8	0,015661571
2019M07	295 126,2	301 994,0	0,022741511
2019M08	251 133,7	256 032,8	0,019134658
2019M09	298 692,5	305 349,9	0,021802529
2019M10	319 878,4	328 049,9	0,02490932
2019M11	299 320,8	305 148,1	0,019096629
2019M12	271 715,8	263 909,5	0,029579458
2020M01	282 516,3	300 049,3	0,058433731

За результатами аналізу, середня похибка різниці між одержаними прогнозними значеннями і фактичними вказує на високу якість побудованих моделей. Окрім того, адекватність моделей підтверджена аналізом залишків моделей (рис. 2.1.10), розподіл яких відповідно апроксимується нормальним розподілом.



a)

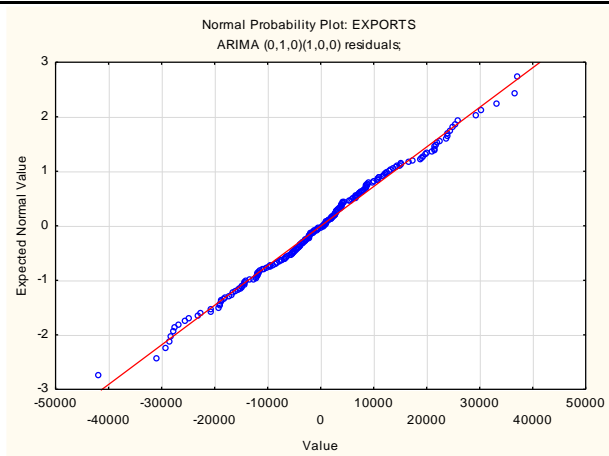


б)

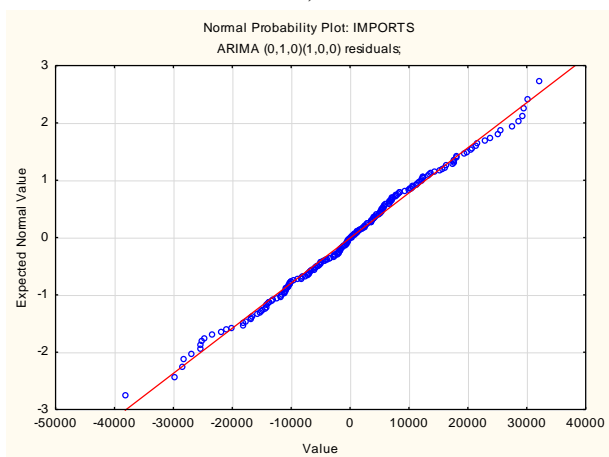
Рис. 2.1.10. Гістограма залишків прогнозної моделі обсягів торговельних операцій: а) експорту; б) імпорту

Окрім гістограми залишків прогнозних моделей зобразимо також нормальний імовірнісний графік залишків прогнозних моделей (рис. 2.1.11). Для підтвердження нормальності розподілу, точки залишків повинні досить чітко формувати пряму лінію нормального розподілу графіка.





а)



б)

Рис. 2.1.11. Апроксимація розподілу залишків прогнозної моделі обсягів торговельних операцій: а) експорту; б) імпорту

Після перевірки на адекватність за допомогою побудованих ARIMA-моделей можна отримати прогнозні значення на майбутні періоди. Довготривалий прогноз може не виправдати себе, тому розраховуємо лише на рік наперед (з лютого 2020 р. по січень 2021 р.), враховуючи, спостережні дані по січень 2020 р. включно (рис. 2.1.12).

## Моделі сталого розвитку

Forecasts; Model:(0,1,0)(1,0,0) Seasonal lag: 12 (Spreadsheet 1)				
Input: EXPORTS				
Start of origin: 1 End of origin: 217				
CaseNo.	Forecast	Lower 90,0000%	Upper 90,0000%	Std.Err.
2020M02	294749,6	272237,4	317261,7	13627,44
2020M03	318069,7	286232,7	349906,7	19272,11
2020M04	293826,1	254833,9	332818,3	23603,42
2020M05	307373,0	262348,7	352397,2	27254,88
2020M06	289997,5	239658,8	340336,2	30471,88
2020M07	298744,8	243601,5	353888,0	33380,27
2020M08	259587,5	200025,9	319149,0	36054,82
2020M09	301603,9	237929,9	365277,8	38544,22
2020M10	320943,5	253407,0	388479,9	40882,32
2020M11	301432,0	230242,3	372621,6	43093,75
2020M12	266298,1	191633,8	340962,5	45197,11
2021M01	297088,0	219103,6	375072,3	47206,84

a)

Forecasts; Model:(0,1,0)(1,0,0) Seasonal lag: 12 (Spreadsheet 1)				
Input: IMPORTS				
Start of origin: 1 End of origin: 217				
CaseNo.	Forecast	Lower 90,0000%	Upper 90,0000%	Std.Err.
2020M02	283187,0	262424,9	303949,2	12568,12
2020M03	307316,5	277954,4	336678,7	17774,01
2020M04	286273,3	250312,1	322234,4	21768,62
2020M05	295513,2	253988,9	337037,6	25136,24
2020M06	282083,2	235657,5	328508,8	28103,17
2020M07	288636,1	237779,4	339492,9	30785,48
2020M08	252457,6	197526,1	307389,2	33252,12
2020M09	291569,0	232844,6	350293,3	35548,01
2020M10	308991,8	246705,2	371278,3	37704,36
2020M11	292085,7	226429,9	357741,4	39743,88
2020M12	269383,9	200523,5	338244,3	41683,74
2021M01	278266,0	206343,7	350188,3	43537,24

b)

Рис. 2.1.12. Результати моделювання динаміки обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС (лютий 2020 р.–січень 2021 р.):

a) експорту; б) імпорту

Отже, застосувавши до міжнародної торгівлі теорію часових рядів, доходимо висновку, що на основі статистичного аналізу можна побудувати математичні моделі, які дадуть змогу пояснити поведінку

## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

рядів статистичних даних основних показників торгівлі і здійснити прогноз на майбутні періоди.

При цьому дослідження міжнародної торгівлі передбачає реалізацію таких етапів для кожного із показників: аналіз динаміки показника на кожному з часових інтервалів досліджуваного періоду; побудова моделі, що адекватно відображає динаміку показника в часі; прогнозування на основі отриманої моделі.

Таким чином, отримані засобами пакета STATISTICA 10 ARIMA-моделі динаміки з інтервенціями (перерваного часового ряду) можна використовувати як інструмент прогнозування основних тенденцій динаміки обсягів експортних й імпортних потоків країн.

Отже, математичні моделі, побудовані на основі теорії часових рядів дають змогу за статистичним рядом даних пояснити поведінку цього ряду і здійснити прогноз на майбутні періоди. При цьому дослідження міжнародної торгівлі передбачає реалізацію таких етапів для кожного із показників: аналіз динаміки визначеного показника на кожному з часових інтервалів досліджуваного періоду; побудова моделі, що адекватно відображає динаміку цього показника у часі; прогнозування на основі отриманої моделі. Таку динамічну модель можна використовувати як інструмент прогнозування основних тенденцій динаміки обсягів експортних та імпортних потоків країн, що є важливим етапом ефективного прийняття рішень у сфері торгівлі.

### **2.2. Моделювання оцінок міжнародної торгівлі країн із застосуванням нейромережних технологій**

Вибір напрямку стратегічного планування та розробка сценаріїв розвитку торговельних відносин зумовлюють необхідність ефективного прогнозування основних показників міжнародної торгівлі. У попередньому параграфі ми розглянули можливість застосування ARIMA-моделі динаміки з інтервенціями для прогнозування основних показників міжнародної торгівлі.

Ця модель є найпопулярнішою для прогнозування часових рядів і має дуже чітке математичне та статистичне обґрунтування, що робить її однією з найбільш науково обґрунтованих і виділяє з-поміж інших моделей для прогнозування тенденцій у часових рядах. Побудова моделей ARIMA базується на припущенні, що часовий ряд генерується нескінченно відповідно до деяких функцій, параметри яких нам потрібно визначити та оцінити, тобто основа підходу до побудови ARIMA-моделі базується на гіпотезі стабільності процесу.

## Моделі сталого розвитку

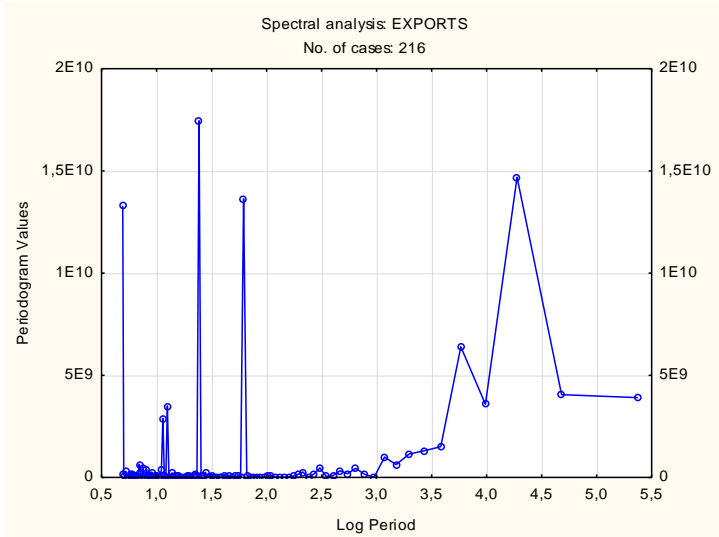
---

Проте, із стрімким розвитком комп'ютерних інформаційних технологій на альтернативу традиційним математичним методам приходять більш сучасні методи моделювання економічних процесів. Один із цих методів передбачає застосування нейромережних технологій [11; 12]. Штучні нейронні мережі були запропоновані як інструмент прогнозування часових рядів і набули величезної популярності за останні декілька років. Основним завданням нейронних мереж є побудова моделі для імітації інтелекту людського мозку за допомогою машини. Нейронні технології намагаються розпізнати закономірності у вхідних даних, отримати висновки з досвіду, а потім надати узагальнені результати на основі своїх попередніх знань. Нейронні мережі є самоадаптивними. Немає необхідності вказувати конкретну модель або робити апіорні припущення щодо статистичного розподілу даних, бажана модель формується адаптивно і базується на ознаках, представлених на основі даних. Моделювання нейронних мереж за своєю суттю є нелінійним, що робить його більш практичним та точним при моделюванні даних, на відміну від традиційних лінійних підходів, таких як методи ARIMA. Крім того, вони моделюють ситуацію навіть, коли вхідні дані є неправильними, неповними або розмитими. Це призвело до вибору нейромережних технологій як ще одного інструменту для моделювання і прогнозування міжнародної торгівлі країн. Для прикладу скористаємося аналізом статистичних даних основних показників торгівлі країн ЄС [12] із попереднього параграфа та побудуємо прогнозу модель за допомогою нейромережних технологій.

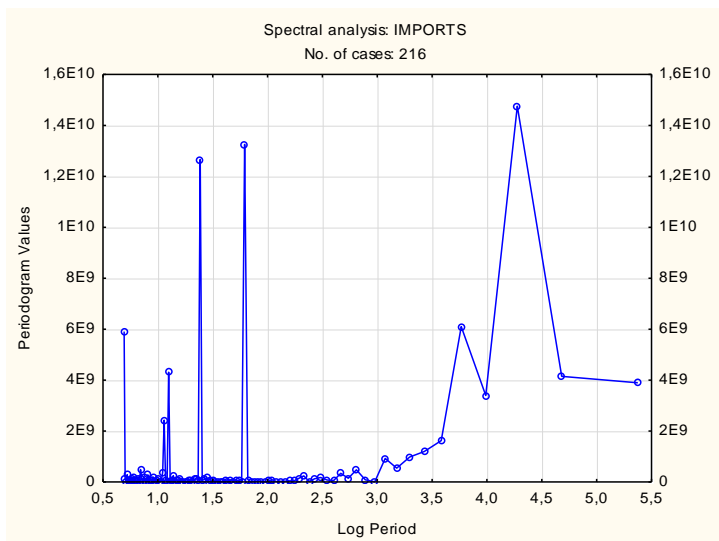
Для моделювання використаємо статистичні дані Eurostat [9] про обсяги експорту й імпорту товарів (млн. євро) країн ЄС за кожен місяць із січня 2002 р. по січень 2020 р. Основні тенденції динаміки обсягів експорту й імпорту товарів країн ЄС протягом досліджуваного періоду зображено на рис. 2.1.1 у попередньому параграфі. Загалом, підсумовуємо, що для основних показників торгівлі ЄС простежується зростаючий лінійний тренд і певна періодичність.

Як зазначалося вище, зважаючи на характер перебігу міжнародної торгівлі [11; 6], дослідження цього процесу можна провести із використанням теорії часових рядів. Для визначення періодичності часового ряду застосуємо модуль Time series analysis/Forecasting пакета STATISTICA 10 та спектральний аналіз Фур'є (рис. 2.2.1). За даними рис. 2.2.1 можна визначити, що досліджувані часові ряди мають періодичність 4. Це значення використаємо при налаштуванні нейронної мережі.

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі



a)



б)

Рис. 2.2.1. Періодограма спектрального аналізу Фур'є обсягів експорту (а) та імпорту (б) товарів країн ЄС (січень 2002 р.–січень 2020 р.)

## Моделі сталого розвитку

---

Для побудови нейромережної прогнозної моделі застосуємо модуль Statistics/Neural networks пакету STATISTICA 10. Адекватність моделі досліджуватимемо за допомогою крос-перевірки. Для тренування нейронної мережі вибираємо дані з січня 2002 р. по січень 2019 р., а перевірку виконаємо для значень обсягів торговельних операцій з лютого 2019 р. по січень 2020 р. У пакеті STATISTICA 10 вбудований модуль Neural networks, що передбачає застосування технологій штучного інтелекту до побудови прогнозних моделей. У цьому модулі запропоновано два типи нейронних мереж у якості інструментів прогнозування: MLP (багатошаровий перцептрон) і RBF (радіально-базисні функції).

Мережа типу радіальної базисної функції (RBF) має проміжний шар, що складається із радіальних елементів, кожен з яких відтворює гауссову поверхню. Так як ці функції нелінійні, тому для моделювання довільної функції не потрібно брати більше одного проміжного шару, необхідно взяти лише достатню кількість радіальних елементів. Мережа RBF має вихідний шар, що складається з елементів із лінійними функціями активації.

Мережі радіальної базисної функції (RBF) мають ряд переваг перед мережами багатошарового перцептрону (MLP). Вони моделюють будь-яку нелінійну функцію за допомогою лише одного проміжного шару, і таким чином, нам не потрібно вирішувати скільки шарів матиме модель. А також параметри лінійної комбінації у вихідному шарі можна оптимізувати за допомогою методів лінійного моделювання, що дають швидкий результат і не виникає труднощів із локальними мінімумами, що є недоліком при навчанні MLP. Тому мережа RBF навчається на порядок швидше MLP.

Проте, для застосування методів лінійної оптимізації у вихідному шарі мережі RBF, потрібно визначити кількість радіальних елементів та положення їх центрів і величини відхилень. Ці алгоритми є менш придатними для знаходження субоптимальних рішень. Окрім того, відмінності в роботі цих двох типів мереж пов'язані з різним поданням простору моделі: «груповим» в RBF і «площинним» в MLP.

Сьогодні архітектура мережі MLP використовується частіше, ніж мережі RBF. І основною причиною є те, що мережа радіально-базисних функцій (RBF) є занадто нелінійною і при її тренуванні не відбувається зменшення розмірності, натомість, при моделюванні із допомогою мережі багатошарового перцептрона (MLP) кожен нейрон

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

має обмежене поле сприйняття і в кожному шарі їх значно меншає. Елементи організовані в пошарову топологію з прямою передачею сигналу і таку мережу легко можна інтерпретувати як модель «вхід–вихід», в якій ваги і порогові значення є вільними параметрами моделі. Мережа MLP може моделювати функцію будь-якого ступеня складності, окрім того, складність функції визначають кількість шарів і кількість елементів в кожному шарі. При тренуванні нейромережі багатшарового перцептронну (MLP) спочатку визначається кількість шарів і елементів в кожному з них, а вагам і порогам випадковим чином присвоюються невеликі за величиною початкові значення. Таким чином, вони практично не пов'язані один з одним. У процесі навчання значення ваг збільшуються. На основі значень ваг і порогів мінімізується помилка прогнозу, що видається мережею.

Враховуючи переваги і недоліки двох типів нейронних мереж вбудованих в програмний продукт STATISTICA 10, для побудови прогнозної моделі обсягів імпорту та експорту товарів країн ЄС нами було обрано мережу MLP.

Отже, на основі результатів аналізу отримано 5 нейронних мереж (рис. 2.2.2) для обсягів експорту й імпорту відповідно.

Summary of active networks (Spreadsheet1)											
Index	Net. name	Training perf.	Test perf.	Validation perf.	Training error	Test error	Validation error	Training algorithm	Error function	Hidden activation	Output activation
1	MLP 12-8-1	0.909707	0.922942	0.794499	103420353	145894943	99642780	BFGS 27	SOS	Tanh	Tanh
2	MLP 12-7-1	0.909776	0.922163	0.794305	103239221	149563869	95420331	BFGS 32	SOS	Tanh	Logistic
3	MLP 12-5-1	0.920407	0.934868	0.800367	88479168	120812221	95381249	BFGS 71	SOS	Logistic	Logistic
4	MLP 12-4-1	0.906961	0.911397	0.797814	107160211	169250164	92591228	BFGS 52	SOS	Logistic	Tanh
5	MLP 12-3-1	0.918424	0.923835	0.801091	91257060	143197760	91353249	BFGS 37	SOS	Tanh	Identity

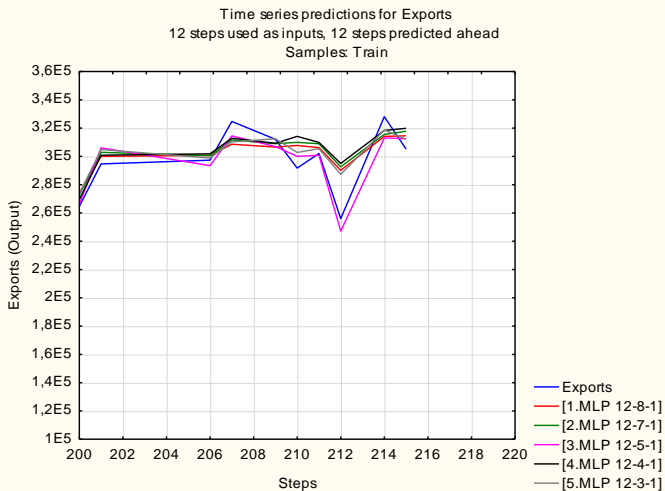
a)

Summary of active networks (Spreadsheet1)											
Index	Net. name	Training perf.	Test perf.	Validation perf.	Training error	Test error	Validation error	Training algorithm	Error function	Hidden activation	Output activation
1	MLP 12-8-1	0.929763	0.923251	0.796179	71173991	138191178	96018703	BFGS 50	SOS	Tanh	Logistic
2	MLP 12-6-1	0.929096	0.936079	0.809200	71833948	116374996	77540210	BFGS 91	SOS	Logistic	Identity
3	MLP 12-2-1	0.871696	0.885890	0.787064	147590870	203699581	95413338	BFGS 12	SOS	Logistic	Identity
4	MLP 12-7-1	0.874388	0.886802	0.787644	144667005	200991675	93786099	BFGS 8	SOS	Identity	Identity
5	MLP 12-3-1	0.867821	0.896135	0.786020	153039274	184494868	99432819	BFGS 8	SOS	Identity	Exponential

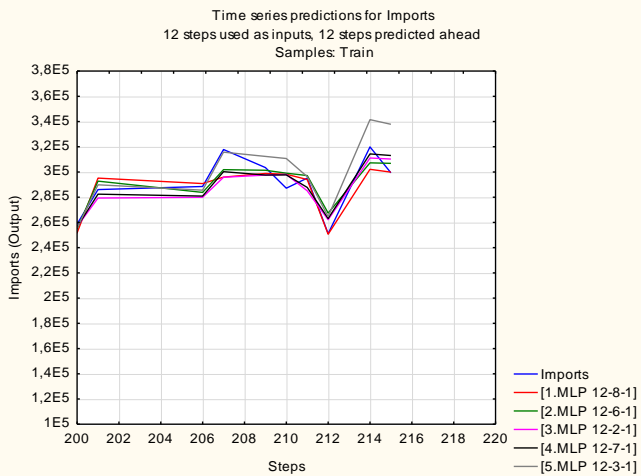
б)

*Рис. 2.2.2. Результати моделювання обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС: а) експорту; б) імпорту*

Серед п'яти нейронних мереж для обсягів експорту й імпорту вибираємо по одній, що найбільш оптимально описують прогнозні ряди. Цей вибір здійснимо на основі графіків прогнозних значень моделей (рис. 2.2.3).



a)



б)

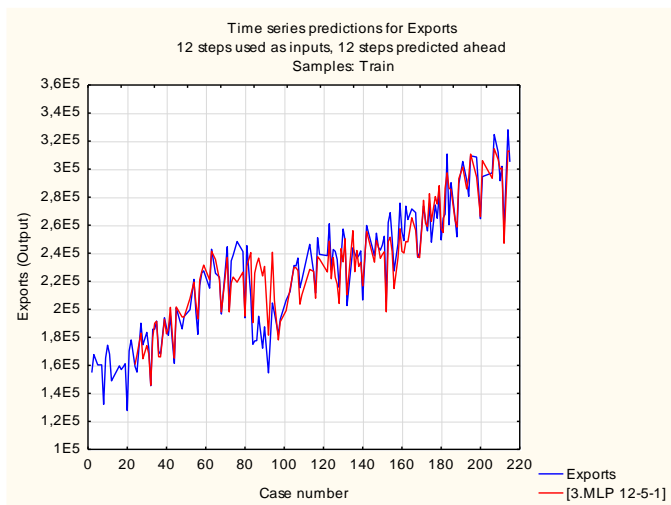
Рис. 2.2.3. Графік прогностичних значень нейромережних моделей:  
а) експорту; б) імпорту

За даними графіків (рис. 2.2.3) зроблено висновок, що найбільш оптимальний ряд для обсягів експорту, прогнозований моделлю MLP 12-6-1 та для обсягів імпорту — моделлю MLP 12-8-1. Візуальне підт-

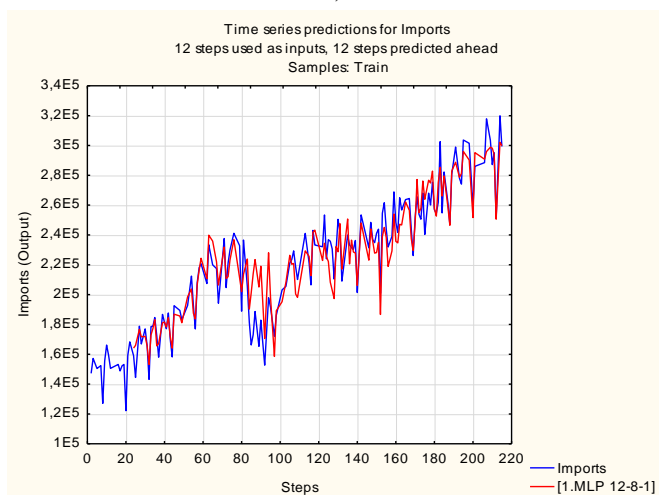


## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

вердження вибору обраних моделей зображено на графіках проєкції часових рядів (рис. 2.2.4). Так, побудована мережа оптимально відображає реальні статистичні дані.



a)

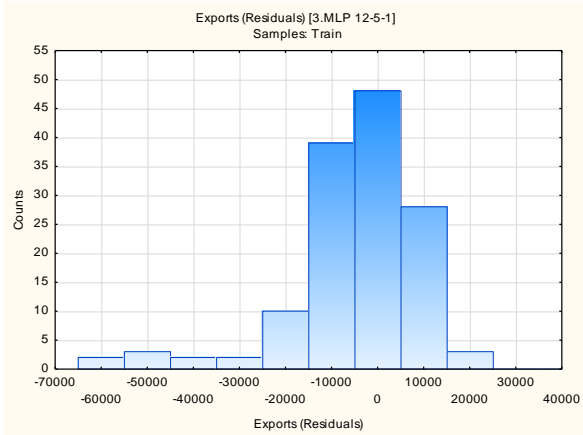


б)

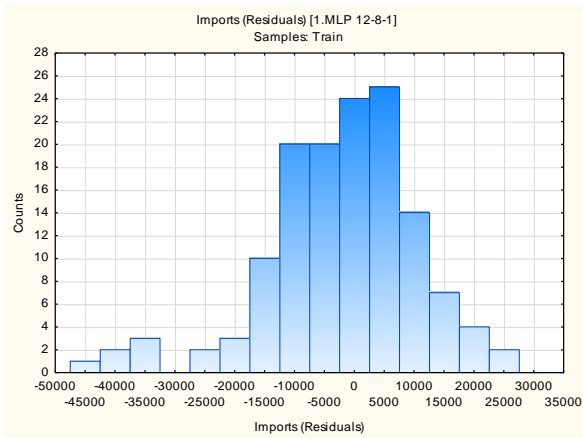
Рис. 2.2.4. Проєкція часового ряду: а) обсягів експорту; б) обсягів імпорту

## Моделі сталого розвитку

Для підтвердження правильності отриманих при моделюванні результатів необхідно здійснити перевірку адекватності моделей. Відповідно перевірку також можна виконати на основі аналізу залишків моделей. Якщо моделі адекватні, то ряди залишків моделей матимуть нормальний розподіл. Для графічного аналізу залишків побудуємо гістограму залишків моделей (рис. 2.2.5) та нормальний імовірнісний графік залишків для наших моделей (рис. 2.2.6).



а)

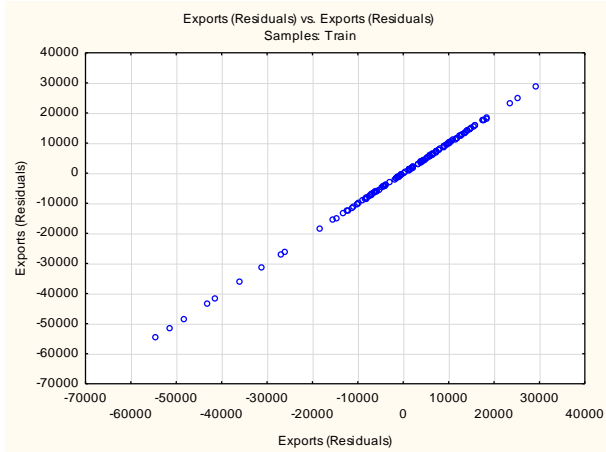


б)

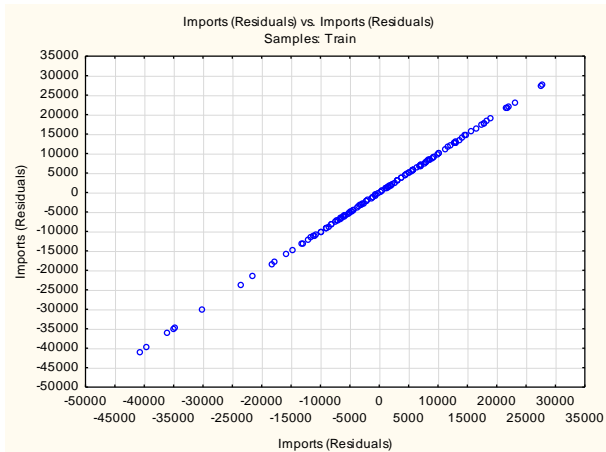
Рис. 2.2.5. Гістограма залишків прогнозних моделей: а) обсягів експорту; б) обсягів імпорту

## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

Дані рис. 2.2.5 підтверджують, що залишки двох прогнозних моделей розподілені за нормальним законом розподілу. Також відомо, що за більшого наближення розподілу до нормального значення залишків формують пряму лінію. За рис. 2.2.6 визначаємо, що ряд залишків моделі нормально розподілений. Отже, можна стверджувати про достатню адекватність побудованої моделі.



a)



б)

*Рис. 2.2.6. Нормальний імовірнісний графік залишків прогнозних моделей: а) обсягів експорту; б) обсягів імпорту*

## Моделі сталого розвитку

Крім графічного підтвердження адекватності моделі, проведемо крос-перевірку. Для цього розглянемо таблицю із реальними статистичними даними та прогнозними (рис. 2.2.7), а також відобразимо у іншій таблиці дані про похибку прогнозних значень.

Case name	Time series projection for Exports (Spre 12 steps used as inputs, 12 steps predi All samples		
	Exports Target	Exports(Output) MLP 12-5-1	Error
2019M02	297304.6	293462.7	0,012923
2019M03	324676.8	314489.4	0,031377
2019M04	296220.7	297135.0	0,003087
2019M05	312121.4	306941.2	0,016597
2019M06	291726.8	300027.5	0,028454
2019M07	301994.0	300791.7	0,003981
2019M08	256032.8	247109.7	0,034851
2019M09	305349.9	304607.9	0,00243
2019M10	328049.9	313023.4	0,045805
2019M11	305148.1	312508.1	0,02412
2019M12	263909.5	230127.9	0,128004
2020M01	300049.3	288410.1	0,038791

a)

Case name	Time series projection for Imports (Spre: 12 steps used as inputs, 12 steps predi All samples		
	Imports Target	Imports(Output) MLP 12-8-1	Error
2019M02	288500.2	290794.0	0,007951
2019M03	317841.3	295919.6	0,068971
2019M04	292253.0	284468.7	0,026635
2019M05	303488.7	298806.1	0,015429
2019M06	287157.9	298200.0	0,038453
2019M07	295126.2	294018.3	0,003754
2019M08	251133.7	250611.4	0,00208
2019M09	298692.5	294794.8	0,013049
2019M10	319878.4	302131.7	0,055479
2019M11	299320.8	299894.5	0,001917
2019M12	271715.8	267852.3	0,014219
2020M01	282516.3	294355.4	0,041906

б)

Рис. 2.2.7. Таблиця значень реальних даних, прогнозних та значення похибки: а) обсягів експорту; б) обсягів імпорту

Оскільки крос-перевірку виконуємо для останніх дванадцяти значень із таблиці, тобто для лютого 2019 р. по січень 2020 р., розрахуємо середнє значення похибки для цих значень (рис.2.2.8). Отже, прогнозна модель має похибку 3,1% для експорту та 2,4% для імпорту, що відповідає нормі.

Case name	Time series 12 steps All samples
	Error
MEAN case 206-217	0,031

a)

Case name	Time series 12 steps All samples
	Error
MEAN case 206-217	0,024

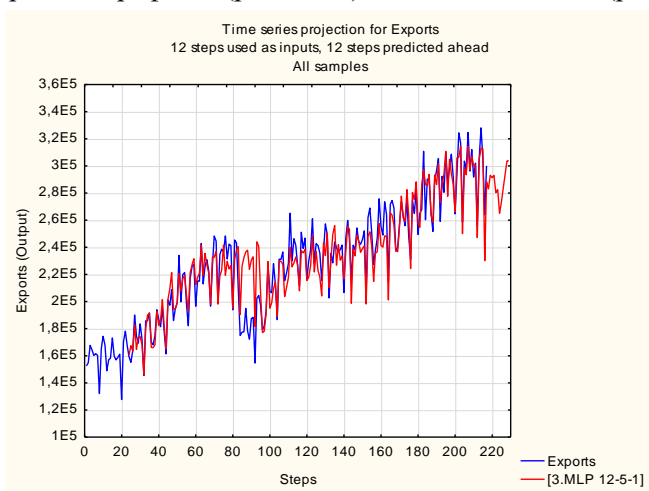
б)

Рис. 2.2.8. Середнє значення похибки прогновної моделі: а) обсягів експорту; б) обсягів імпорту

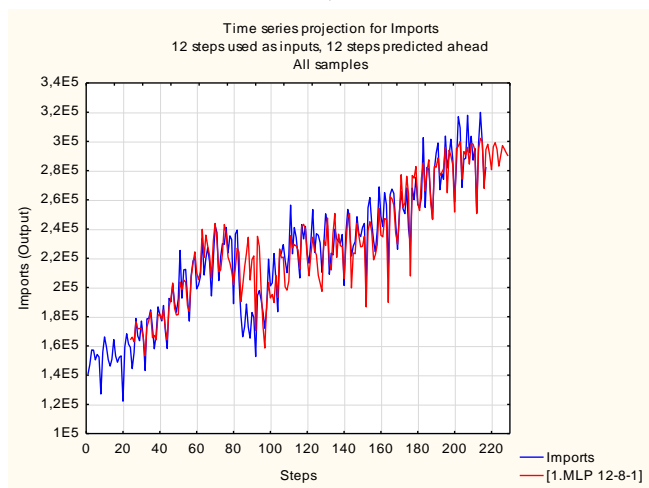
Після перевірки побудованої нейромережної моделі на адекватність можна використовувати її як інструмент прогнозування обсягів експорту й імпорту країн на майбутні періоди.

## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

Розрахуємо прогнозні значення для обсягів експорту й імпорту товарів країн ЄС на період із лютого 2020 р. до січня 2021 р. Одержані дані відобразимо графічно (рис. 2.2.9) і подамо в таблиці (рис. 2.2.10).



a)



б)

*Рис. 2.2.9. Графік прогнозних значень обсягів торговельних операцій товарів країн ЄС (лютий 2020 р.–січень 2021 р.): а) обсягів експорту; б) обсягів імпорту*

## Моделі сталого розвитку

Case name	Time series projection for Exports 12 steps used as inputs, 12 steps used as outputs All samples	
	Exports Target	Exports(Output) MLP 12-5-1
2019M10	328049,9	313023,4
2019M11	305148,1	312508,1
2019M12	263909,5	230127,9
2020M01	300049,3	288410,1
2020M02		283054,7
2020M03		293126,8
2020M04		291317,9
2020M05		293054,7
2020M06		280275,1
2020M07		282469,1
2020M08		265088,4
2020M09		273439,5
2020M10		283476,9
2020M11		293759,2
2020M12		303627,4
2021M01		303726,1

a)

б)

Рис. 2.2.10. Прогнозні значення обсягів експорту (а) та імпорту (б) товарів країн ЄС (лютий 2020 р.–січень 2021 р.)

Таким чином, на основі статистичних даних обсягів імпорту товарів країн ЄС за попередні періоди, застосувавши нейромережні технології, отримано прогнозні значення цього показника торгівлі на майбутнє.

Отже, на основі проведеного дослідження доходимо висновку, що для результативного оцінювання і прогнозування показників міжнародної торгівлі можна застосовувати теорію часових рядів і нейромережні технології. Принцип роботи нейромережних технологій полягає у вмінні навчатися на певних прикладах. Більше того, нейронна мережа здатна змінювати свою поведінку залежно від змін зовнішніх факторів та, врахувавши приховані закономірності великої множини даних. За допомогою побудованої таким чином прогнозної моделі отримано передбачені значення обсягів експорту й імпорту товарів країн ЄС на майбутні періоди.

Таким чином, отриману засобами пакету STATISTICA 10 модуля Neural networks прогнозну модель динаміки часового ряду можна та-

## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

---

кож використовувати як інструмент прогнозування основних тенденцій зміни обсягів експортних й імпортних потоків країн.

Використовуючи нейромережні технології, аналогічні моделі можна побудувати для дослідження динаміки інших показників міжнародної торгівлі.

### **2.3. Оцінювання структурної динаміки міжнародної торгівлі**

При оцінюванні будь-якої предметної галузі постає завдання ідентифікації основних тенденцій протікання досліджуваного процесу в динаміці. Особливо важливим при проведенні статистичного аналізу є оцінка структурних трансформацій цього процесу, тобто розрахунок зміни часток компонентів структури. Зважаючи на зростання ролі міжнародної торгівлі в економічному розвитку, актуальним є аналіз структурної динаміки міжнародної торгівлі. Виявлення взаємозв'язків між структурними елементами міжнародної торгівлі дозволить передбачити, які зміни відбуватимуться у структурній динаміці наявних товарних груп. А отже, попередити настання структурної рецесії і, навіть, структурної кризи. Оскільки однією із проблем оцінювання економічних процесів є їх динамічність, мінливість параметрів і структурних взаємозв'язків [8], тому саме структурно-динамічний аналіз міжнародної торгівлі дасть змогу оптимізувати процес оцінювання торгівлі. Під структурою торгівлі будемо розуміти пропорції груп товарів і послуг. Так як структура будь-якої економічної системи, і торгівлі також, зазнає певних змін з плином часу, то і пропорції груп товарів і послуг теж носять динамічний характер.

У розвинутих країнах державна політика спрямовується на перерозподіл її ресурсного потенціалу для стимулювання економічного зростання. Загально відомо, що прогресивні структурні зміни приводять до економічного зростання, а регресивні спричиняють сповільнення економічного зростання і економічний спад. Саме тому нині постає важливе питання оцінювання структурної динаміки протікання економічних процесів [11; 13].

При проведенні статистичного аналізу особливе місце займає оцінка структурних змін певного процесу, тобто змін у частковому співвідношенні між компонентами структури (одні збільшуються, інші зменшуються, а є й такі, частки яких залишаються незмінними). В економіці аналіз зростання та структурних змін прийнято називати структурно-динамічним аналізом [14].

## Моделі сталого розвитку

---

Для якісної оцінки структурних змін потрібно забезпечити комплексний аналіз їх параметрів, тому що подальше розуміння трансформаційних перетворень торгівлі напряму залежить від рівня аналітичного відображення статистики основних показників. Це дасть змогу запропонувати ефективні сценарії формування основних тенденцій протікання торгівлі. Структурні зрушення характеризуються динамічністю розвитку, що виражені їх кількісними показниками. Тобто здійснити оцінку динамічних зрушень у сфері торгівлі можливо за допомогою розрахунків часток структурних компонент протягом досліджуваного періоду. Відмінності між елементами структури розглядається з позиції зміни частки одної компоненти стосовно іншої.

Сьогодні існує багато наукових об'єднань, що займаються застосуванням різних методик при проведенні структурно-динамічного аналізу в економіці. Проте, у науковій літературі досить рідко можна побачити праці, присвячені опису та систематизації таких методик, що сповільнює розробку інструментарію для проведення ефективного структурного аналізу та формування розуміння ваги структурних характеристик в сукупності інших. Існує потреба уточнення множини показників, які використовуються при ідентифікації структури на різних рівнях.

Так як торгівля є соціально-економічним процесом, застосуємо структурно-динамічний аналіз для оцінки змін у структурі торгівлі за певний проміжок часу. Розглядаємо поділ торгівлі товарами країн ЄС протягом 2002–2019 рр. на 7 товарних груп так, як це відображено у статистичних даних:

- 1) харчові продукти, напої та тютюнові вироби;
- 2) сировина;
- 3) мінеральне паливо, змащувальні матеріали і супутні матеріали;
- 4) хімічні речовини та пов'язані з ними продукти;
- 5) інші промислові товари;
- 6) техніка та транспортне обладнання;
- 7) товари та операції, не класифіковані в SITC.

Насамперед розрахуємо частки кожної із товарних груп (%) у загальній структурі торгівлі відповідно за обсягами експорту та імпорту країн ЄС протягом 2002–2019 рр. (табл. 2.3.1, табл. 2.3.2).



## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

*Табл. 2.3.1. Частки товарних груп (%) у загальній структурі торгівлі за обсягами експорту країн ЄС протягом 2002-2019 рр.*

<b>Товарні групи</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
Харчові продукти, напої та тютюнові вироби	7,64	7,79	7,43	7,35	7,10	7,32	7,67	8,84	8,27
Сировина	2,63	2,67	2,80	2,81	3,00	3,09	3,10	2,92	3,35
Мінеральне паливо, змащувальні матеріали і супутні матеріали	3,65	3,87	4,06	5,36	5,89	5,64	7,17	5,78	6,50
Хімічні речовини та пов'язані з ними продукти	14,41	14,69	14,78	14,98	14,84	15,17	15,00	17,03	16,55
Інші промислові товари	27,31	27,11	27,23	26,84	27,01	27,34	26,47	25,93	25,63
Техніка та транспортне обладнання	42,42	41,77	41,63	40,89	40,60	39,97	38,62	37,60	37,39
Товари та операції, не класифіковані в SITC	1,94	2,10	2,07	1,78	1,57	1,47	1,97	1,90	2,31
Загальний	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>
Харчові продукти, напої та тютюнові вироби	8,18	8,44	8,77	8,83	8,82	9,06	8,90	8,60	8,83
Сировина	3,52	3,42	3,27	3,15	2,97	2,90	3,06	3,03	2,91
Мінеральне паливо, змащувальні матеріали і супутні матеріали	7,46	8,48	8,01	7,19	5,41	4,51	5,28	5,93	5,48
Хімічні речовини та пов'язані з ними продукти	16,05	16,24	16,06	16,23	16,64	16,57	16,43	16,78	17,06
Інші промислові товари	25,67	24,92	24,70	25,19	25,28	25,52	25,57	25,48	25,34
Техніка та транспортне обладнання	36,79	36,53	36,30	37,20	38,63	39,50	39,02	38,49	38,59
Товари та операції, не класифіковані в SITC	2,33	1,97	2,89	2,20	2,26	1,93	1,73	1,69	1,79
Загальний	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

## Моделі сталого розвитку

Табл. 2.3.2. Частки товарних груп (%) у загальній структурі торгівлі за обсягами імпорту країн ЄС протягом 2002-2019 рр.

Товарні групи	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Харчові продукти, напої та тютюнові вироби	7,87	7,97	7,67	7,45	7,06	7,31	7,50	8,91	8,09
Сировина	3,65	3,61	3,75	3,69	3,91	4,06	4,07	3,52	4,18
Мінеральне паливо, змашувальні матеріали і супутні матеріали	8,02	8,45	9,16	12,20	13,20	12,25	15,52	12,84	14,01
Хімічні речовини та пов'язані з ними продукти	12,50	12,65	12,73	12,84	12,50	12,86	12,62	14,20	13,79
Інші промислові товари	26,85	26,66	26,61	25,99	26,13	27,07	25,71	25,47	25,31
Техніка та транспортне обладнання	38,30	38,04	37,87	36,19	35,05	35,11	32,89	32,82	32,70
Товари та операції, не класифіковані в SITC	2,81	2,62	2,21	1,64	2,15	1,34	1,68	2,24	1,92
Загальний	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>
Харчові продукти, напої та тютюнові вироби	7,96	8,15	8,63	8,68	8,89	9,05	8,83	8,47	8,53
Сировина	4,46	4,17	4,11	3,96	3,77	3,63	3,78	3,74	3,60
Мінеральне паливо, змашувальні матеріали і супутні матеріали	16,23	17,70	16,88	14,69	10,76	8,71	10,02	11,45	10,45
Хімічні речовини та пов'язані з ними продукти	13,50	13,62	13,87	14,12	14,51	14,35	14,28	14,28	14,29
Інші промислові товари	25,18	24,01	24,38	25,21	26,08	26,33	26,13	25,86	25,52
Техніка та транспортне обладнання	30,81	30,07	30,70	31,93	34,54	35,69	35,25	34,80	35,47
Товари та операції, не класифіковані в SITC	1,86	2,28	1,44	1,42	1,44	2,23	1,71	1,41	2,15
Загальний	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

Для наочності зобразимо зміну часток кожної із товарних груп протягом досліджуваного періоду (рис. 2.3.1, рис. 2.3.2).

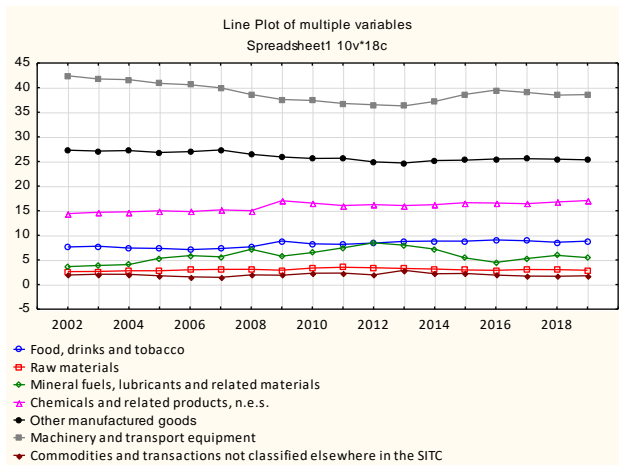


Рис. 2.3.1. Динаміка зміни часток (%) товарних груп у загальній структурі торгівлі за обсягами експорту протягом 2002–2019 рр.

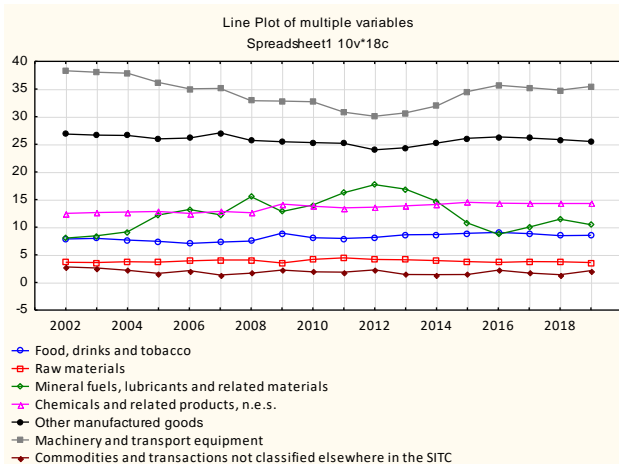


Рис. 2.3.2. Динаміка зміни часток (%) товарних груп у загальній структурі торгівлі за обсягами імпорту протягом 2002–2019 рр.

При проведенні статистичної оцінки міжнародної торгівлі ЄС важливим є дослідження структурних змін обсягів експорту та імпорту, тобто співвідношення часток змін структурних компонент.

## Моделі сталого розвитку

Для проведення структурно-динамічного аналізу використовують різні методики та показники оцінювання структурних зрушень протягом досліджуваного періоду. Наприклад, застосовують індекс відмінностей, лінійний і квадратичний коефіцієнти абсолютних структурних зрушень (Казинця), інтегральний коефіцієнт структурних зрушень К. Гатєва, інтегральний коефіцієнт структурних відмінностей А. Салаї, індекс В. М. Рябцева та ін.

Кожен із перерахованих показників має свої переваги і недоліки. Застосуємо їх до оцінювання структурних трансформацій у міжнародній торгівлі ЄС.

У нас виділено сім товарних груп у торгівлі ЄС протягом 2002–2019 рр. згідно статистичних даних Eurostat [9].

Користуючись різними методиками, розрахуємо показники структурних зрушень для проведення ефективного структурно-динамічного аналізу міжнародної торгівлі ЄС та формування розуміння ваги структурних характеристик в сукупності інших.

Одним із вищезгаданих показників є індекс відмінностей, що належить до найпростіших узагальнюючих показників абсолютного значення структурних зрушень і, на відміну від більшості інших, є обмеженим знизу та зверху.

Цей показник розраховують за формулою [15]:

$$I_{відм.} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |d_{1i} - d_{0i}|, \quad (2.3.1)$$

де  $d_{0i}$ ,  $d_{1i}$  — частки  $i$ -го елемента однієї сукупності різних періодів;  $n$  — кількість елементів у досліджуваній структурі.

Перевагою цього індекса є його незалежність від кількості компонент структури. Він набуває значень від 0 до 1 і має свою шкалу градацій структурних відмінностей.

- 0,00–0,10 — подібність структур;
- 0,11–0,20 — подібність структур з певними відмінностями;
- 0,21–0,25 — наявність незначних відмінностей;
- 0,26–0,30 — перехід від незначних відмінностей до істотних;
- 0,31–0,35 — велика різниця між структурними компонентами;
- 0,36–0,40 — перехід від суттєвої різниці до значної;
- 0,41–0,50 — значна відмінність між елементами структури;
- 0,51–0,60 — перехід від значної різниці до явної;
- 0,61–0,70 — явна відмінність;
- 0,71–0,80 — перехід від явної відмінності до протилежності структур;

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

– 0,81–1,00 — протилежність структур.

Користуючись статистичними даними Eurostat для оцінки структурних змін у міжнародній торгівлі ЄС, що відбулися у 2019 р. порівняно із 2002 р., розрахуємо індекси відмінностей — для експорту  $I_{відм.} = 0,06$  і для імпорту товарів ЄС —  $I_{відм.} = 0,05$ . За інтерпретацією результатів згідно шкали — спостерігаємо подібність структур.

Проте, на нашу думку, для аналізу структурних трансформацій у міжнародній торгівлі ЄС варто розглянути значення індекса відмінностей протягом досліджуваного періоду у кожному наступному році порівняно з попереднім (табл. 2.3.3, табл. 2.3.4).

*Табл. 2.3.3. Значення індекса відмінностей для оцінювання структурної динаміки експорту товарів протягом 2002–2019 рр.*

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
$I_{відм.}$	0,0085	0,0053	0,0151	0,0088	0,0097	0,0238	0,0320	0,0155	0,0119
	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	
$I_{відм.}$	0,0146	0,0125	0,0162	0,0198	0,0136	0,0098	0,0100	0,0072	

*Табл. 2.3.4. Значення індекса відмінностей для оцінювання структурної динаміки імпорту товарів протягом 2002–2019 рр.*

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
$I_{відм.}$	0,0068	0,0094	0,0315	0,0187	0,0176	0,0381	0,0355	0,0182	0,0250
	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	
$I_{відм.}$	0,0220	0,0172	0,0236	0,0411	0,0235	0,0146	0,0143	0,0147	

Окрім індекса відмінностей, у міжнародній статистичній практиці частіше оцінюють структурні трансформації за допомогою [15]:

1) лінійного коефіцієнта абсолютних структурних зрушень (Казинця)

$$S_d = \frac{\sum_{i=1}^n |d_{1i} - d_{0i}|}{n}, \quad (2.3.2)$$

2) квадратичного коефіцієнта абсолютних структурних зрушень (Казинця):

$$S_\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_{1i} - d_{0i})^2}{n}}, \quad (2.3.3)$$

## Моделі сталого розвитку

де  $d_{0i}$ ,  $d_{1i}$  — частки  $i$ -го елемента однієї сукупності в періоді, що розглядається в попередньому періоді;  $n$  — кількість елементів у досліджуваній структурі.

Лінійний і квадратичний коефіцієнти абсолютних структурних зрушень показують середнє відхилення у відсотках порівнюваних часток структурних компонент. Якщо зрушення відсутні, ці показники дорівнюють 0. Коефіцієнти Казинця не мають верхньої межі, тому структурні змінні будуть тим більшими, чим вищі значення коефіцієнтів. Користуючись статистичними даними, розрахуємо коефіцієнти Казинця для оцінки структурних змін у торгівлі товарами країн ЄС, що відбулися у 2019 р. порівняно із 2002 р. — для експорту  $S_d = 0,017$ ,  $S_\sigma = 0,02$  і для імпорту товарів ЄС  $S_d = 0,014$ ,  $S_\sigma = 0,017$ . А також обчислимо значення індексів протягом досліджуваного періоду у кожному наступному році порівняно з попереднім (табл. 2.3.5, табл. 2.3.6).

Табл. 2.3.5. Значення індексів Казинця для оцінювання структурної динаміки експорту товарів протягом 2002–2019 рр.

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
$S_d$	0,0024	0,0015	0,0043	0,0025	0,0028	0,0068	0,0091	0,0044	0,0034
$S_\sigma$	0,0030	0,0018	0,0060	0,0028	0,0033	0,0087	0,0112	0,0047	0,0048
	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	
$S_d$	0,0042	0,0036	0,0046	0,0057	0,0039	0,0028	0,0029	0,0020	
$S_\sigma$	0,0052	0,0044	0,0057	0,0088	0,0051	0,0037	0,0037	0,0024	

Табл. 2.3.6. Значення індексів Казинця для оцінювання структурної динаміки імпорту товарів протягом 2002–2019 рр.

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
$S_d$	0,0020	0,0027	0,0090	0,0053	0,0050	0,0109	0,0101	0,0052	0,0072
$S_\sigma$	0,0023	0,0034	0,0135	0,0064	0,0062	0,0159	0,0133	0,0063	0,0112
	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	
$S_d$	0,0063	0,0049	0,0067	0,0118	0,0067	0,0042	0,0041	0,0042	
$S_\sigma$	0,0079	0,0056	0,0100	0,0182	0,0095	0,0057	0,0060	0,0055	

Ефективне оцінювання вагомості структурних трансформацій здійснюють за допомогою відносних показників — інтегральних індексів Гатєва і Салаї, які успішно використовують у міжнародній аналі-

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

тиці. Ці коефіцієнти обчислюються для встановлення не лише відмінності двох сукупностей, але і для оцінювання зміни структури в динаміці. У цьому разі вищезазначені коефіцієнти трактуються як узагальнюючі показники структурних змін в динаміці [15].

Для оцінки структурно-динамічних змін торгівлі розглянемо також інтегральні індекси Гатєва і Салаї.

Інтегральний коефіцієнт структурних зрушень К. Гатєва приймає значення з проміжку (0;1) і його обчислюють за формулою:

$$K_{Gam} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (d_{1i} - d_{0i})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{1i}^2 + \sum_{i=1}^n d_{0i}^2}}, \quad (2.3.4)$$

де  $d_{0i}$ ,  $d_{1i}$  — частки  $i$ -го елемента однієї сукупності в періоді, що розглядається і в попередньому періоді;  $n$  — кількість елементів у досліджуваній структурі.

Інтегральний коефіцієнт структурних відмінностей Салаї теж приймає значення в межах від 0 до 1 і розраховується за формулою:

$$I_C = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{d_{1i} - d_{0i}}{d_{1i} + d_{0i}} \right)^2}{n}}, \quad (2.3.5)$$

де  $d_{0i}$ ,  $d_{1i}$  — частки  $i$ -го елемента однієї сукупності в періоді, що розглядається і в попередньому періоді;  $n$  — кількість елементів у досліджуваній структурі.

За статистичними даними Eurostat розраховуємо для експорту  $K_{Gam} = 0,075$ ,  $I_C = 0,093$  і для імпорту  $K_{Gam} = 0,064$ ,  $I_C = 0,079$  з метою оцінки структурних змін у міжнародній торгівлі ЄС, що відбулися у 2019 р. порівняно із 2002 р.

Окрім індексів Гатєва і Салаї, розглядають також інтегральний коефіцієнт структурних відмінностей В. М. Рябцева [16]. Наближення значення показника до 1 вказує на сильну відмінність в структурі:

$$I_P = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_{1i} - d_{0i})^2}{\sum_{i=1}^n (d_{1i} + d_{0i})^2}}, \quad (2.3.6)$$

## Моделі сталого розвитку

---

де  $d_{0i}$ ,  $d_{1i}$  — частки  $i$ -го елемента однієї сукупності в періоді, що розглядається і в попередньому періоді;  $n$  — кількість елементів у досліджуваній структурі.

Для індексу Рябцева існує шкала оцінювання отриманих результатів :

- 0,000–0,030 — тотожність структур;
- 0,031–0,070 — дуже низький рівень відмінностей структур;
- 0,071–0,150 — низький рівень відмінностей структур;
- 0,151–0,300 — істотний рівень відмінностей структур;
- 0,301–0,500 — значний рівень відмінностей структур;
- 0,501–0,700 — дуже значний рівень відмінностей структур;
- 0,701–0,900 — протилежний тип структур;
- 0,901 та вище — повна протилежність структур.

Структурні зміни торгівлі товарами ЄС, що відбулися у 2019 р. порівняно із 2002 р. характеризують значення індексів Рябцева — для експорту  $I_p = 0,05$  і для імпорту товарів  $I_p = 0,045$ . За шкалою оцінювання отриманих результатів у нашому випадку спостерігаємо дуже низький рівень відмінностей структур.

На відміну від індекса Салаї індекс Рябцева застосовують для ширшого асортименту сукупностей статистичних даних і значною перевагою цього коефіцієнта є шкала інтерпретації результатів, розроблена В. М. Рябцевим, що дозволяє робити висновки за готовою шкалою, а не порівнювати розраховані значення коефіцієнта.

Для ширшого розуміння структурних змін у міжнародній торгівлі країн ЄС протягом 2002–2019 рр. обчислимо значення вищеописаних індексів протягом досліджуваного періоду у кожному наступному році порівняно з попереднім для експорту та імпорту товарів відповідно. Отримані значення внесемо у табл. 2.3.7 і табл. 2.3.8.



## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

*Табл. 2.3.7. Значення індексів Гатєва, Салаї і Рябцева для оцінювання структурної динаміки експорту товарів протягом 2002–2019 рр.*

	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>
$K_{Гам}$	0,0734	0,0567	0,1047	0,0719	0,0781	0,1292	0,1490	0,0974	0,0989
$I_C$	0,0201	0,0159	0,0598	0,0331	0,0171	0,0715	0,0560	0,0515	0,0286
$I_P$	0,0076	0,0045	0,0152	0,0071	0,0084	0,0226	0,0295	0,0125	0,0128
	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	
$K_{Гам}$	0,1043	0,0962	0,1089	0,1335	0,0994	0,0841	0,0848	0,0684	
$I_C$	0,0409	0,0734	0,0560	0,0556	0,0457	0,0381	0,0240	0,0207	
$I_P$	0,0141	0,0119	0,0153	0,0235	0,0132	0,0095	0,0096	0,0062	

*Табл. 2.3.8. Значення індексів Гатєва, Салаї і Рябцева для оцінювання структурної динаміки імпорту товарів протягом 2002–2019 рр.*

	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>
$K_{Гам}$	0,0675	0,0836	0,1672	0,1172	0,1150	0,1865	0,1736	0,1199	0,1611
$I_C$	0,0171	0,0371	0,0781	0,0551	0,0897	0,0641	0,0806	0,0501	0,0334
$I_P$	0,0060	0,0092	0,0364	0,0176	0,0169	0,0440	0,0375	0,0178	0,0319
	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	
$K_{Гам}$	0,1375	0,1157	0,1534	0,2023	0,1428	0,1106	0,1141	0,1093	
$I_C$	0,0449	0,0862	0,0292	0,0617	0,0916	0,0573	0,0454	0,0808	
$I_P$	0,0229	0,0162	0,0288	0,0512	0,0260	0,0156	0,0166	0,0152	

Розраховані коефіцієнт К. Гатєва та індекси А. Салаї і В. М. Рябцева є доволі зручними у використанні, проте, говорячи про недоліки застосування цих показників, відмітимо проблему відсутності їх інтуїтивного розуміння, яка ускладнює вибір потрібного показника.

Динаміку значень розрахованих нами показників, що характеризують структурні зміни міжнародної торгівлі товарами країн ЄС протягом 2002–2019 рр. зобразимо на рис. 2.3.3–2.3.4.

## Моделі сталого розвитку

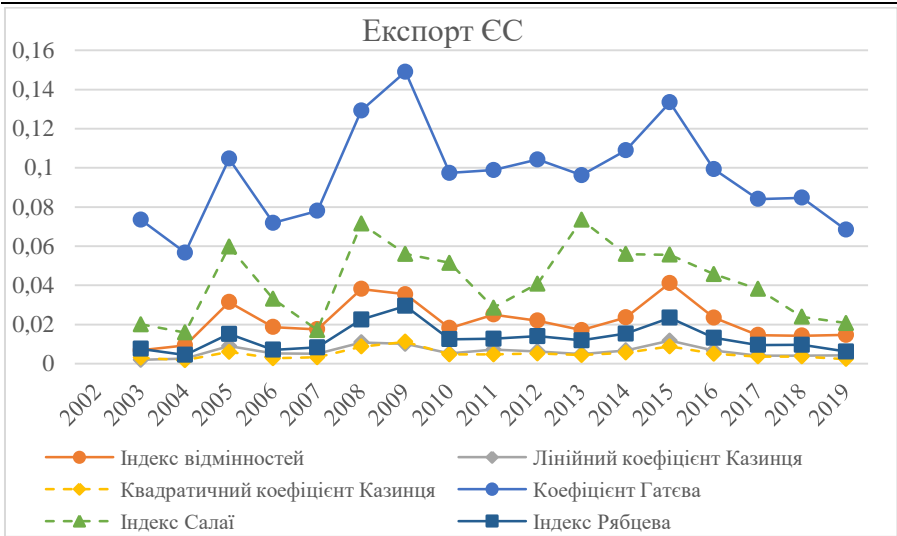


Рис. 2.3.3. Динаміка значень показників, що характеризують структурні зміни експорту товарів протягом 2002–2019 рр.

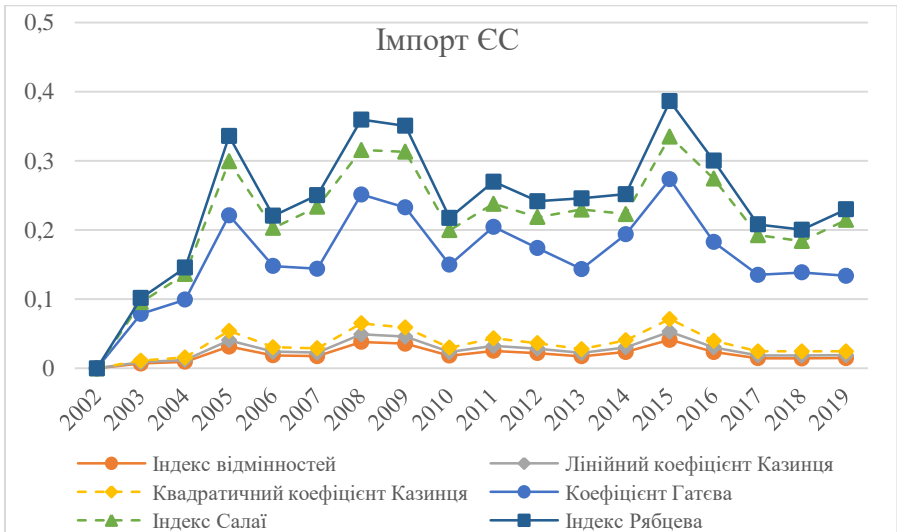


Рис. 2.3.4. Динаміка значень показників, що характеризують структурні зміни імпорту товарів протягом 2002–2019 рр.

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

На рис. 2.3.3–2.3.4 добре видно, що, не зважаючи на градацію значень, усі розглянуті нами показники протягом досліджуваного періоду повторюють одну і ту ж траєкторію, що свідчить про отримання достовірних висновків, не залежно від обраного індекса, щодо зміни структури торгівлі товарами ЄС.

Більш глибоке розуміння не лише структурних змін у торгівлі товарами, а і їх зіставлення із темпами економічного зростання країн дасть науково-методологічний підхід до аналізу структурних трансформацій, запропонований Л. Дідовим [14, 18, 19]. Дана методика вже була нами успішно застосована до оцінювання структурних трансформацій у торгівлі [13; 20]. Ключовим елементом при проведенні методики є розрахунок показника структурної еластичності, що характеризує динаміку структурних змін і економічне зростання. Цей показник обчислюється за формулою:

$$E = \frac{N_1}{N_2}, \quad (2.3.7)$$

де  $N_1$  — компонента структурного запізнення, що відповідає за зменшення або не збільшення часток елементів структури;  $N_2$  — компонента випередження в розкладі норми зростання, що характеризує приріст зростаючих часток. Причому

$$\begin{cases} N_1 = \lambda(1-m)-1; \\ N_2 = \lambda m; \end{cases} \quad (2.3.8)$$

де  $\lambda$  — коефіцієнт зростання (спадання);  $m$  — коефіцієнт загальної структурної зміни, що обчислюють за формулами:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n d_{1i}}{\sum_{i=1}^n d_{0i}}, \quad (2.3.9)$$

$$m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left| \frac{d_{1i}}{\sum_{i=1}^n d_{1i}} - \frac{d_{0i}}{\sum_{i=1}^n d_{0i}} \right|, \quad (3.10)$$

де  $d_{0i}$  — частка  $i$ -го елемента однієї сукупності в початковому періоді;  $d_{1i}$  — частка  $i$ -го елемента однієї сукупності в кінцевому періоді;  $n$  — кількість елементів у досліджуваній структурі.

## Моделі сталого розвитку

Сума двох компонент структурного запізнення і структурного випередження визначає темп зміни норми зростання ( $N$ ):

$$N = N_1 + N_2. \quad (2.3.11)$$

Таким чином, показник структурної еластичності ( $E$ ) показує, скільки відсотків зростання або спаду, пов'язаного зі структурним запізненням приходить на один відсоток зростання, пов'язаного зі структурним випередженням [18]. Крім того, автор методики пропонує опис структурних режимів залежно від значень ключових показників, розрахованих за вищенаведеними формулами, що полегшує інтерпретацію одержаних результатів.

Завдяки граничним значенням показника структурної еластичності можна виокремити основні режими структурної динаміки один від одного, при цьому значення коефіцієнтів зростання і загальних структурних зрушень відповідно до режиму знаходяться у визначених межах.

Л. А. Дідов детально описує характеристики основних структурних режимів [14]:

*Нульовий режим або режим доповнюючих структурних змін*, який характеризується станом загальної рівноваги. Виникаючі коливання в структурі незначні і відповідно не можуть вплинути на процес рівноваги. Зростання на основі структурних зрушень не перевищує зростання на основі структурного запізнення. Для цього режиму характерними також є значення основних показників моделі структурно-динамічного аналізу, а саме:  $N_1 \geq N_2$  або  $E \geq 1$ . Граничною константою даного режиму є «1». Для визначення співвідношення між індексами росту і структурних зрушень автор розглядає нерівності [14]:

$$\lambda(1 - m) - 1 \geq \lambda m. \quad (2.3.12)$$

Із останньої нерівності:

$$m \leq \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right). \quad (2.3.13)$$

Враховуючи умову невід'ємності коефіцієнта загальної структурної зміни  $m \geq 0$ , отримано граничне значення для коефіцієнта росту (спаду) —  $\lambda \geq 1$ . Л. А. Дідов доходить висновку, що при даному режимі спадання є неможливим. Окрім того, обмеження на коефіцієнт росту має вигляд

$$\lambda \geq \frac{1}{1 - 2m}. \quad (2.3.14)$$

При нульовому режимі для структури притаманна структурна рівновага.

*Перший режим структурної динаміки або режим витіснення*, якому характерним є витіснення одних часток структурних компонент іншими, при цьому спостерігається загальне економічне зростання на

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

базі традиційної структури випуску, що доповнюється зростанням на основі структурних змін [19]. Коефіцієнт структурної еластичності приймає значення з проміжку  $[0; 1)$ , так як обидві компоненти темпу зростання є додатними  $N_1 \geq 0$  та  $N_2 \geq 0$ , а також зростання на основі структурних змін перевищує зростання на основі інерційної складової  $N_2 > N_1 \geq 0$ . Виходячи із цих умов і враховуючи  $\lambda \geq 1$ , накладаються певні обмеження і на індекси росту і структурних зрушень:

$$\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right) < m \leq 1 - \frac{1}{\lambda}; \quad (2.3.15)$$

$$\frac{1}{1-m} \leq \lambda < \frac{1}{1-2m}. \quad (2.3.16)$$

Якщо  $E = 0$ , то  $N_1 = 0$ ,  $\lambda(1-m) = 1$ . Виходить, що загальний темп зростання залежить лише від структурного випередження, тобто  $N = N_2$ . При першому режимі для структури притаманне порушення структурної рівноваги.

*Другий режим або режим компенсуючого заміщення*, який характеризується зростанням на основі структурних змін по одних частках компонент, що перекирає і компенсує спадання по інших частках компонент структури,  $N_1 + N_2 = N \geq 0$ , а також  $N_1 \leq 0$  і  $N_2 \geq 0$ . При цьому режимі компонента, що відповідає за структурне запізнення за абсолютною величиною менша компоненти, що описує структурне випередження. В таких умовах здійснюється реконструкція складу випуску і даний режим, притаманний країнам, економіка яких є інноваційно орієнтованою. Таким чином, в структурній динаміці характерний режим компенсуючого заміщення. Кількісні обмеження на основні показники моделі структурно-динамічного аналізу випливають із умов:  $N_1 \leq 0$  і  $N \geq 0$ . З цього слідує граничні значення показника структурної еластичності:  $-1 \leq E < 0$ .

Співвідношення між індексами росту і структурних зрушень Л. А. Дідов описує за допомогою нерівностей [14]:

$$1 - \frac{1}{\lambda} < m \leq 1; \quad (2.3.17)$$

$$1 \leq \lambda < \frac{1}{1-m}. \quad (2.3.18)$$

Окремо розглядається ситуація, коли  $E = -1$ . Тоді коефіцієнт зростання  $\lambda = 1$ , а коефіцієнт структурних зрушень приймає будь-які значення із проміжку  $[0; 1]$ . У цьому випадку фактори виробництва приводять до зміни структури випуску, проте цього недостатньо для забезпе-

## Моделі сталого розвитку

чення економічного зростання. При другому режимі відбувається структурне зростання на основі інноваційно-технологічних факторів.

*Третій режим або режим некомпенсуючого заміщення*, який характеризується не спроможністю зростанням за одними позиціями перекрити спадання за іншими. У цих умовах характерними також є значення основних показників моделі структурно-динамічного аналізу, а саме:  $N < 0$  або  $E < -1$ . При цьому коефіцієнт загальної структурної зміни може набувати будь-яких значень із визначеного для нього проміжку.

Автор рекомендує для реалізації істотних структурних зрушень піди на ризик економічного спаду, щоб суттєво структурно перебудувати випуск. При третьому режимі відбувається структурна рецесія.

*Четвертий режим або режим деструкції*, який характеризується некомпенсуючим спадом виробництва. При цьому режимі  $N \ll 0$  і  $E \ll -1$ . Також зроблено припущення, що при даному режимі, коефіцієнт структурної еластичності, як правило, менший  $-3$  ( $E < -3$ ). Відбувається занепад промислово-виробничої системи під тиском структурної перебудови. За четвертого режиму відбувається структурна криза.

Отже, за методикою Л. Дідова розраховуємо коефіцієнт структурної еластичності для товарних груп торгівлі ЄС протягом 2002–2019 рр. Основні показники вносимо до табл. 2.3.9, табл. 2.3.10 для експорту та імпорту товарів відповідно.

Табл. 2.3.9. Розрахункові дані за структурною динамікою експорту товарів країн ЄС протягом 2002–2019 рр.

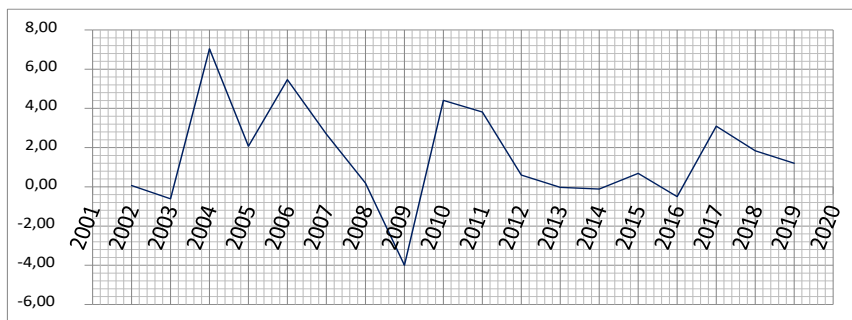
Показники	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$\lambda$	1,013	0,998	1,085	1,084	1,119	1,067	1,034	0,817	1,119
$m$	0,012	0,009	0,005	0,015	0,009	0,010	0,024	0,032	0,016
$N$	0,013	-0,002	0,085	0,084	0,119	0,067	0,034	-0,183	0,182
$N_1$	0,001	-0,010	0,079	0,067	0,109	0,057	0,009	-0,209	0,106
$N_2$	0,013	0,017	0,011	0,033	0,020	0,021	0,049	0,052	0,028
$E$	0,07	-0,61	7,04	2,07	5,46	2,69	0,19	-4,00	4,40
	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
$\lambda$	1,119	1,033	1,012	1,013	1,049	1,000	1,076	1,049	1,025
$m$	0,012	0,015	0,013	0,017	0,020	0,015	0,010	0,010	0,007
$N$	0,119	0,033	0,012	0,013	0,049	0,000	0,076	0,049	0,025
$N_1$	0,106	0,018	-0,001	-0,004	0,028	-0,015	0,065	0,039	0,018
$N_2$	0,028	0,030	0,025	0,034	0,041	0,030	0,021	0,021	0,015
$E$	3,82	0,60	-0,03	-0,11	0,68	-0,50	3,09	1,84	1,20

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

*Табл. 2.3.10. Розрахункові дані за структурною динамікою імпорту товарів країн ЄС протягом 2002–2019 рр.*

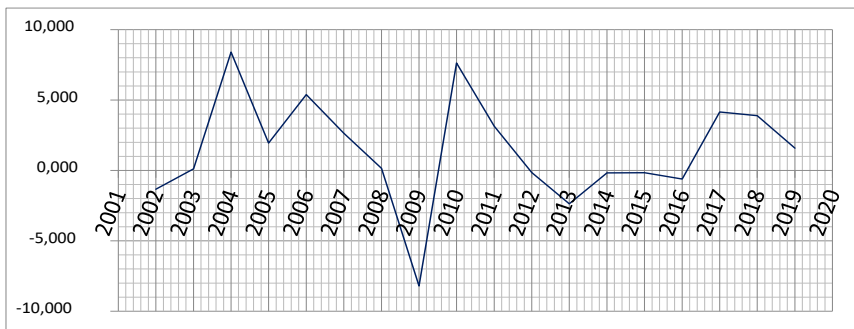
Показники	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
$\lambda$	0,995	1,008	1,095	1,102	1,137	1,069	1,046	0,796	1,186
$m$	0,014	0,007	0,009	0,031	0,019	0,018	0,038	0,036	0,018
$N$	-0,005	0,008	0,095	0,102	0,137	0,069	0,046	-0,204	0,186
$N_1$	-0,019	0,001	0,085	0,067	0,115	0,050	0,006	-0,232	0,165
$N_2$	0,014	0,007	0,010	0,035	0,021	0,019	0,040	0,028	0,022
$E$	-1,330	0,115	8,405	1,943	5,386	2,639	0,153	-8,203	7,631
	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>
$\lambda$	1,116	1,019	0,977	1,020	1,035	1,010	1,081	1,059	1,024
$m$	0,025	0,021	0,018	0,024	0,041	0,025	0,015	0,014	0,015
$N$	0,116	0,019	-0,023	0,020	0,035	0,010	0,081	0,059	0,024
$N_1$	0,088	-0,003	-0,041	-0,004	-0,007	-0,015	0,066	0,059	0,024
$N_2$	0,028	0,022	0,017	0,024	0,042	0,025	0,016	0,015	0,015
$E$	3,147	-0,150	-2,363	-0,174	-0,158	-0,612	4,155	3,891	1,580

Графічно показник структурної еластичності торгівлі товарами країн ЄС протягом 2002–2019 рр. зобразимо на рис. 2.3.5–2.3.6. За побудованим лініям легко побачити зміну структурних режимів у сфері торгівлі країн ЄС та, враховуючи обчислені значення компонент структурного запізнення та випередження, темпу зростання, резюмувати про структурні зміни у торгівлі протягом досліджуваного періоду часу.



*Рис. 2.3.5. Динаміка показника структурної еластичності торгівлі товарами країн ЄС протягом 2002–2019 рр. за обсягами експорту*

## Моделі сталого розвитку



*Рис. 2.3.6. Динаміка показника структурної еластичності торгівлі країн ЄС протягом 2002–2019 рр. за обсягами імпорту*

За граничними значеннями показника структурної еластичності можна відокремити основні режими структурної динаміки один від одного, при цьому значення коефіцієнтів зростання і загальних структурних зрушень відповідно до режиму знаходяться у визначених межах.

На основі отриманих значень показника структурної еластичності підсумовуємо, що структурно-динамічний процес на прикладі товарних груп країн ЄС протягом 2002–2019 рр. відбувається в кількох режимах структурної динаміки. Причому для експортних та імпортних операцій ці режими не завжди збігаються. Отримані значення дають змогу виокремити чотири режими структурної динаміки, властивих товарній структурі країн ЄС протягом 2002–2019 рр.:

1) для періоду економічної стабільності властивий режим структурної рівноваги (для експорту та імпорту — 2004–2007 рр., 2010–2011 рр. і 2017–2019 рр.). Характерними є незначні та несуттєві зміни, що не зумовлюють відхилення структури від рівноваги;

2) режим порушення структурної рівноваги (для експорту — 2002 р., 2008 р., 2012 р. і 2015 р.; для імпорту — 2003 р. і 2008 р.). Характерне загальне економічне зростання, за якого одні часткові позиції в складі досліджуваної структури витісняють інші. Коефіцієнт структурної еластичності залишається додатним, а зростання на основі традиційної структури доповнюється зростанням на базі структурних змін;



## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

3) режим компенсуючого заміщення (для експорту — 2003 р., 2013–2014 рр. і 2016 р.; для імпорту — 2012 р. і 2014–2016 рр.). В цьому разі зростання на основі структурних змін перекриває і компенсує спадання за позиціями із зменшуваними частками. Такий режим називають також «структурне зростання на інноваційно-технологічній основі». За цього режиму здійснюється пряма реконструкція складу товарної структури, що характерно для інноваційно орієнтованої економіки;

4) режим структурної кризи (для експорту — 2009 р.; для імпорту — 2002 р., 2009 р. і 2013 р.). Характерний некомпенсований спад виробництва. Важливу роль і для експортних, і для імпортних операцій відіграє динаміка показників за 2009 р. Спостерігається різке спадання коефіцієнта еластичності, структурне запізнення перекриває структурне випередження, що спричиняє структурну рецесію. Такий стан свідчить про структурну кризу, вихід з якої потребує багато часу. Однак у 2010 р. значення всіх показників перевищує докризовий рівень і значення коефіцієнта еластичності знову додатне.

На основі цього можна зробити висновок, що ситуація 2009 р. не є закономірною. Зменшення всіх показників зумовлено зниженням зведеного індексу випуску, що пов'язано із фінансовою кризою. Кризові явища, які виникли, не викликали тривалої структурної рецесії в товарних групах країн ЄС. Динаміка показників вказує на те, що темп зростання і структурні зрушення залежать від коливань на міжнародних ринках.

Ми здійснили структурно-динамічний аналіз міжнародної торгівлі товарами країн ЄС загалом. Аналогічним чином можна розрахувати показник структурної еластичності для кожної окремо взятої країни для оцінювання напрямів зовнішньої торгівлі, враховуючи методику Л. Дідова. Значення показника структурної еластичності вказує на режим структурної динаміки, властивий товарній структурі певної країни у певний досліджуваний період часу.

Якщо розглядати показник структурної еластичності на доволі довгому часовому проміжку, як і в теорії економічних циклів, можна спостерігати чотири фази: пік, спадання, дно і зростання. Оскільки циклічність економічного розвитку притаманна будь-якій країні, ця проблема є доволі актуальною і управлінці кожної розвинутої держави намагаються розробити прогнози щодо можливих термінів циклу, глибини його фаз тощо. Циклічні коливання є причиною падіння та

## Моделі сталого розвитку

---

зростання суспільного виробництва, продуктивності праці, приросту ВВП та ін.

### 2.4. Регресійні моделі оцінювання міжнародної торгівлі

Враховуючи, що для здійснення якісного оцінювання за попередній та поточний періоди, а також для подальшої розробки адекватних прогнозних моделей основних показників міжнародної торгівлі, надзвичайно важливим питанням є вибір спеціального механізму, що постійно збиратиме спостережні дані із врахуванням постійної зміни ринкової кон'юнктури, запровадження нових технологій, наукових розробок, що суттєво впливають на системний аналіз і оцінку основних тенденцій протікання торгівлі, виявлення залежностей між її показниками тощо.

Оскільки у сучасному світі все більше відчувається зростання ролі інформаційних технологій при обробці будь-якого типу даних, відчувається стрімке збільшення швидкості розвитку світових процесів, у тому числі і торгівлі, разом із тим, значно зменшується час передачі інформації і зростають розміри обміну нею, важливим завданням для розробників статистики є моніторинг найбільш повного комплексу даних, що описують основні тенденції і закономірності протікання міжнародної торгівлі товарів і послуг.

Для оцінювання динаміки економічних процесів використовують чималу кількість економетричних моделей. Великою популярністю користуються лінійні регресійні моделі. Враховуючи, що сьогодні остаточно не визначено конкретну множину детермінантів, все ж таки, проблема виявлення факторів впливу на розвиток торгівлі залишається актуальною. Саме пошук визначальних факторів впливу дозволить правильно оцінити наявну ситуацію у сфері торгівлі, а також обрати інструменти для її подальшого моделювання.

Лінійний регресійний аналіз є найпоширенішим і найпростішим методом встановлення залежності між залежними і незалежними змінними. Крім того, побудована модель лінійної регресії може бути початковим етапом аналізу даних.

Використаємо багатофакторний регресійний аналіз для оцінювання впливу певних факторів на основні показників міжнародної торгівлі країн Європейського Союзу [21]. Під багатофакторним регресійним аналізом розуміють оцінку впливу двох і більше факторів на досліджувану ознаку. Крім того, так як основними показниками торгі-

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

влі є обсяги експортно-імпортних операцій, тому саме їх було обрано як досліджувану величину при моделюванні та оцінюванні міжнародної торгівлі, тобто залежними змінними обрано:

$Y_1$  — обсяг експорту товарів і послуг країни (млн. євро);

$Y_2$  — обсяг імпорту товарів і послуг країни (млн. євро).

Дослідимо вплив чисельності населення та збільшення чисельності мігруючого населення на основні показники торгівлі. А також відомо, що на купівельну спроможність впливає зайнятість і заробітна плата населення, тож оцінимо як будуть взаємодіяти ці чинники із показниками торгівлі. Крім того, податкова система має безпосередній вплив на цінову політику, тому варто розглянути як позначається на торгівлі показники, що характеризують податки на виробництво та імпорт і податки на продукцію.

Отже, для проведення аналізу незалежними детермінантами оберемо такі демографічні та соціально-економічні фактори:

$X_1$  — чисельність населення (осіб);

$X_2$  — загальна зайнятість (осіб);

$X_3$  — еміграція населення (осіб);

$X_4$  — імміграція населення (осіб);

$X_5$  — заробітна плата (млн. євро);

$X_6$  — податки на виробництво та імпорт (млн. євро);

$X_7$  — податки на продукцію (млн. євро).

Для отримання більш точних результатів, використано статистичні дані Eurostat [9] за 2002–2019 рр. Багатофакторний регресійний аналіз було здійснено за допомогою модуля Multiple Regression програмного продукту STATISTICA 10 для двох залежних величин  $Y_1$  і  $Y_2$ .

На першому етапі аналізу побудуємо рівняння регресії, включивши всі наявні фактори (рис. 2.4.1–2.4.2).

Summary Statistics; DV: Exports, Y1 (Spr)	
Statistic	Value
Multiple R	0,949357186
Multiple Rl	0,901279067
Adjusted Rl	0,89987735
F(7,493)	642,982145
p	0
Std.Err. of Estimate	83863,1781

*Рис. 2.4.1. Основні показники моделі множинної регресії для експорту країн ЄС*

## Моделі сталого розвитку

Statistic	Summary Statistics; DV: Imports, Y2 (Spr	
	Value	
Multiple R	0,965450048	
Multiple R1	0,932093795	
Adjusted R1	0,931129609	
F(7,493)	966,716281	
p	0	
Std.Err. of Estimate	63642,2198	

Рис. 2.4.2. Основні показники моделі множинної регресії для імпорту країн ЄС

Розглядатимемо паралельно результати моделювання як для експорту, так і імпорту країн ЄС.

Відповідно до результатів аналізу рівняння множинної регресії щодо експорту та імпорту країн ЄС можна записати як:

$$Y_1 = 44770,75 + 0,47X_1 - 2,52X_2 + 5,19X_3 + 0,12X_5 + 0,02X_6; \quad (2.4.1)$$

$$Y_2 = 40465,23 + 0,35X_1 - 1,47X_2 + 3,93X_3 + 0,09X_5 + 0,03X_6. \quad (2.4.2)$$

Для обидвох моделей коефіцієнти детермінації доволі значущі — для експорту  $R^2 = 0,9$  (рис. 2.4.1) і для імпорту  $R^2 = 0,93$  (рис. 2.4.2), проте із таблиць параметрів рівняння багатofакторної регресії (рис. 2.4.3–2.4.4) як для експорту, так і для імпорту також видно, що декілька коефіцієнтів моделі — статистично незначущий ( $t_{\text{розрах.}} < t_{\text{табл.}}$ ).

Regression Summary for Dependent Variable: Exports					
R= ,94935719 R1= ,90127907 Adjusted R1= ,89987735					
F(7,493)=642,98 p<0,0000 Std.Error of estimate: 83863					
N=501	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(493)
Intercept			44770,75	5046,834	8,87106
X1	0,506584	0,116484	0,47	0,107	4,34894
X2	-0,889562	0,136462	-2,52	0,386	-6,51875
X3	1,515168	0,223851	5,19	0,766	6,76864
X4	-0,363588	0,105478	-0,00	0,001	-3,44705
X5	0,057088	0,030080	0,12	0,063	1,89789
X6	0,014712	0,034245	0,02	0,045	0,42960
X7	0,076817	0,116741	0,00	0,003	0,65801

Рис. 2.4.3. Таблиця параметрів рівняння множинної регресії та їхніх оцінок для обсягів експорту

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

Regression Summary for Dependent Variable: Imports, Y2 (Spre R= ,96545005 RI= ,93209379 Adjusted RI= ,93112961 F(7,493)=966,72 p<0,0000 Std.Error of estimate: 63642,						
N=501	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(493)	p-value
Intercept			40465,23	3829,949	10,56547	0,000000
X1	0,420523	0,096609	0,35	0,081	4,35283	0,000016
X2	-0,566421	0,113178	-1,47	0,293	-5,00469	0,000001
X3	1,254370	0,185656	3,93	0,581	6,75642	0,000000
X4	-0,384019	0,087481	-0,00	0,001	-4,38976	0,000014
X5	0,048856	0,024947	0,09	0,048	1,95837	0,050750
X6	0,026189	0,028402	0,03	0,034	0,92208	0,356937
X7	0,148913	0,096822	0,00	0,002	1,53801	0,124687

*Рис. 2.4.4. Таблиця параметрів рівняння множинної регресії та їхніх оцінок для обсягів імпорту*

Тому для відбору факторів, що значно впливають на досліджувану ознаку застосуємо покроковий аналіз (stepwise), який полягає у послідовному виключенні чи включенні факторів із моделі на основі певних критеріїв. Для проведення покрокового аналізу використаємо засоби програмного продукту STATISTICA 10. Нульовим кроком буде наявність усіх семи змінних у рівняннях регресії. Далі на кожному наступному кроці програма буде розглядати фактори по порядку і видаляти ті, виключення якого мінімально знизить коефіцієнт детермінації. І на третьому останньому кроці ми отримаємо залежність змінних  $Y_1$  і  $Y_2$  лише від тих факторів, коефіцієнти при яких статистично значущі. У результаті одержимо кінцевий вигляд регресійних моделей для експорту та імпорту країн ЄС відповідно (рис. 2.4.5–2.4.6).

Summary Statistics; DV: Exports, Y1 (Spr	
Statistic	Value
Multiple R	0,948770395
Multiple RI	0,900165262
Adjusted RI	0,899360143
F(4,496)	1118,05265
p	0
Std.Err. of Estimate	84079,5064

*Рис. 2.4.5. Основні показники моделі множинної регресії експорту країн ЄС із значущими факторами*

## Моделі сталого розвитку

Statistic	Summary Statistics; DV: Imports, Y2 (Spr	
	Value	
Multiple R	0,964725356	
Multiple RI	0,930695013	
Adjusted RI	0,930136102	
F(4,496)	1665,19304	
p	0	
Std.Err. of Estimate	64099,6194	

Рис. 2.4.6. Основні показники моделі множинної регресії експорту країн ЄС із значущими факторами

Із таблиць параметрів рівняння множинної регресії (рис. 2.4.7–2.4.8) також видно, що всі коефіцієнти для двох моделей (експорту та імпорту) статистично значущі ( $t_{\text{розрах.}} > t_{\text{табл.}}$ ).

Regression Summary for Dependent Variable: Exports, Y1 (Spr						
R= ,94877039 RI= ,90016526 Adjusted RI= ,89936014						
F(4,496)=1118,1 p<0,0000 Std.Error of estimate: 84080,						
N=501	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(496)	p-value
Intercept			47233,14	4928,462	9,58375	0,000000
X1	0,636871	0,100987	0,59	0,093	6,30648	0,000000
X2	-0,956489	0,124644	-2,71	0,353	-7,67380	0,000000
X3	1,473088	0,212329	5,04	0,727	6,93776	0,000000
X4	-0,247692	0,043966	-0,00	0,001	-5,63371	0,000000

Рис. 2.4.7. Параметри рівняння множинної регресії експорту країн ЄС із значущими факторами

Regression Summary for Dependent Variable: Imports, Y2 (Spr						
R= ,96472536 RI= ,93069501 Adjusted RI= ,93013610						
F(4,496)=1665,2 p<0,0000 Std.Error of estimate: 64100,						
N=501	b*	Std.Err. of b*	b	Std.Err. of b	t(496)	p-value
Intercept			43051,79	3757,307	11,45815	0,000000
X1	0,564815	0,084141	0,47	0,071	6,71274	0,000000
X2	-0,674572	0,103851	-1,75	0,269	-6,49557	0,000000
X3	1,257465	0,176909	3,94	0,554	7,10796	0,000000
X4	-0,211166	0,036632	-0,00	0,000	-5,76454	0,000000

Рис. 2.4.8. Параметри рівняння множинної регресії імпорту країн ЄС із значущими факторами

## ***Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі***

Таким чином, в результаті покрокового багатofакторного регресійного аналізу, ми отримали економетричні моделі для оцінювання впливу певних факторів на показники експорту та імпорту, попередньо відкинувши три фактори, вплив яких є незначним на досліджувані ознаки. Тобто, нами встановлено, що обсяги експорту та імпорту країн ЄС ( $Y_1, Y_2$ ) в більшій мірі залежать від таких факторів, як: чисельність населення ( $X_1$ ), загальна національна концепція зайнятості ( $X_2$ ), еміграція населення ( $X_3$ ) та імміграція населення ( $X_4$ ). І дані залежності описуються наступними рівняннями лінійної регресії:

$$Y_1 = 47233,14 + 0,59X_1 - 2,71X_2 + 5,04X_3 - 0,001X_4 \quad (2.4.3)$$

$$Y_2 = 43051,79 + 0,47X_1 - 1,75X_2 + 3,94X_3 - 0,001X_4 \quad (2.4.4)$$

Враховуючи обсяг вибірки при проведенні аналізу, була дотримана одна із важливіших умов моделювання, згідно з якою кількість одиниць сукупності у 20 разів перевищила число факторів (мінімум у 8 разів). А також завдяки засобам програмного продукту STATISTICA 10, деякі фактори відкидалися в процесі моделювання за допомогою покрокового аналізу (stepwise), що забезпечило відсутність мультиколінеарності факторів.

Використання багатofакторного регресійного аналізу до оцінювання торгівлі, дасть змогу управлінцям отримати множину детермінант, що впливають на основні показники торгівлі. Адже правильно прийняті рішення у сфері торгівлі приводять до зростання економіки та національного добробуту країни.

Адекватність моделей підтверджується за допомогою аналізу залишків. Чим більше розподіл подібний до нормального, тим краще значення залишків лягають на пряму лінію, про що свідчить нормальний імовірнісний графік залишків для побудованих моделей (рис. 2.4.9–2.4.10).

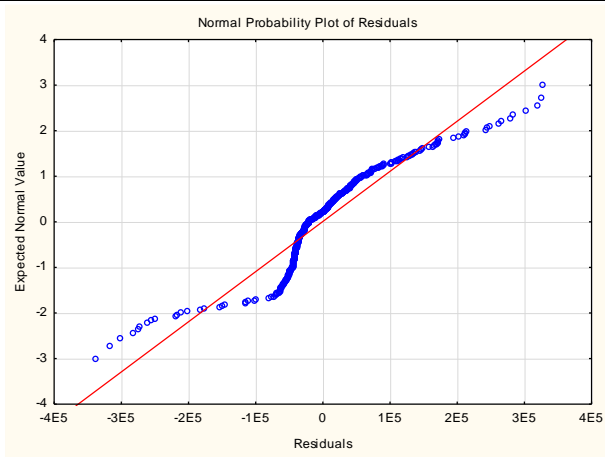


Рис. 2.4.9. Нормальний імовірнісний графік залишків моделі для експорту

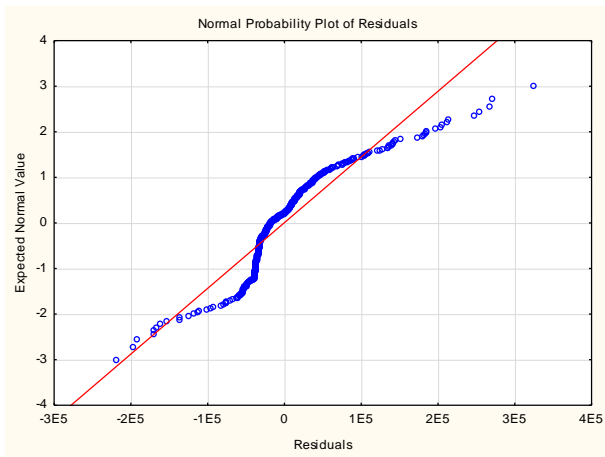


Рис. 2.4.10. Нормальний імовірнісний графік залишків моделі для імпорту

Отже, здійснивши багатofакторний регресійний аналіз для оцінювання впливу факторів на основні показники торгівлі, ми одержали дві регресійні моделі з однаковими наборами детермінант, що описують залежності обсягів експорту та імпорту від певних факторів.

Зважаючи на зростання міграції населення, врахувавши загальну національну концепцію зайнятості, спостерігаємо наявність прямоп-



## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

ропорційної залежності основних показників торгівлі від ситуації на ринку праці. Бачимо, що значно менший вплив на експорт та імпорт мають податки на виробництво та імпорт і податки на продукцію.

Для подальших досліджень можна розглядати різні множини факторів з метою виокремлення набору найвпливовіших детермінант та розробки готового інструментарію для прийняття ефективних рішень у сфері торгівлі.

Отже, багатофакторний регресійний аналіз доцільно використовувати як один із інструментів при оцінюванні торгівлі країни з метою виявлення факторів впливу на основні показники цього процесу.

Крім лінійних регресійних моделей розрізняють регресійні моделі бінарного вибору (logit, probit), яким останні два десятиліття приділяють все більше уваги.

У регресійній моделі бінарного вибору залежна змінна — бінарна, а фактори впливу в моделях бінарного вибору мають бути кількісними. Окрім того, в моделі бінарного вибору можна застосовувати категоріальні змінні як фактори. Таким чином, у моделях бінарного вибору будується регресійна модель залежності ймовірності того, що результативна дихотомічна змінна набуде значення 0 або 1 за заданих значень факторів [22;23]. У моделях бінарного вибору використовують логістичну функцію або функцію стандартного нормального розподілу.

Модель бінарного вибору на основі логістичної функції називається логістичною регресією або Logit-моделлю. Модель бінарного вибору на основі функції стандартного нормального розподілу називається Probit-моделлю [24]. Перевагою регресійних моделей бінарного вибору є статистична надійність результатів та легка їхня інтерпретація.

Розглянемо приклад застосування регресійних логістичних моделей до оцінювання міжнародної торгівлі. Припустимо, що потрібно з'ясувати, чи спостерігатиметься додатне сальдо торговельного балансу для певної країни і які фактори впливатимуть на це.

Для моделювання як залежної змінної оберемо  $Y$  — індекс імовірності додатного сальдо товарів і послуг країн ЄС протягом 2002–

2019 рр. [25], де  $Y = \begin{cases} 1, \text{сальдо додатне;} \\ 0, \text{сальдо від'ємне.} \end{cases}$

Як фактори впливу розглянемо ті, що і у попередній моделі (чисельність населення ( $X_1$ ), загальна зайнятість ( $X_2$ ), еміграція населення

## Моделі сталого розвитку

( $X_3$ ), імміграція населення ( $X_4$ ), заробітна плата ( $X_5$ ), податки на виробництво та імпорт ( $X_6$ ), податки на продукцію ( $X_7$ )).

Застосувавши статистичні дані та модуль Generalized Linear / Nonlinear програмного продукту STATISTICA 10, отримуємо Logit-модель для залежної біноміальної змінної індексу імовірності додатного сальдо товарів і послуг країн ЄС (рис. 2.4.11).

Y - Test of all effects (Spreadsheet1)					
Distribution : BINOMIAL, Link function: LOGIT					
Modeled probability that Y = 0					
Effect	Degr. of Freedom	Wald Stat.	p		
Intercept	1	12,05745	0,000516		
X1	1	2,14867	0,142694		
X2	1	1,33048	0,248720		
X3	1	6,52340	0,010646		
X4	1				
X5	1	4,74019	0,029466		
X6	1	0,02403	0,876805		
X7	1				

Рис. 2.4.11. Результати побудованої моделі Logistic regression

За результатами моделювання бачимо, що значущими є фактори  $X_3$  і  $X_5$ . Тобто із запропонованих факторів на показник додатного сальдо торгівлі впливають еміграція населення ( $X_3$ ) та заробітна плата ( $X_5$ ).

На рис. 2.4.12 зображено параметри для побудови рівняння логістичної регресії. Імовірність того, що сальдо торговельного балансу буде додатним визначається за формулою:

$$Y = \frac{e^Z}{1 + e^Z}, \quad (2.4.5)$$

де  $Z$  — лінійна регресійна модель, що описує зв'язок між незалежними факторами (рис. 2.4.12):

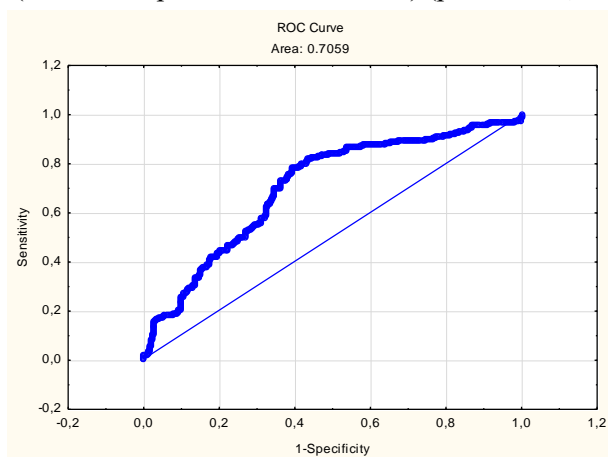
$$Z = -0,48 - 0,000053X_3 - 0,000004X_5. \quad (2.4.6)$$

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

Y - Parameter estimates (Spreadsheet1)								
Distribution : BINOMIAL, Link function: LOGIT								
Modeled probability that Y = 0								
Effect	Level of Effect	Column	Estimate	Standard Error	Wald Stat.	Lower CL 95, %	Upper CL 95, %	p
Intercept		1	-0,476259	0,137156	12,05745	-0,745081	-0,207438	0,000516
X1		2	0,000006	0,000004	2,14867	-0,000002	0,000013	0,142694
X2		3	0,000013	0,000011	1,33048	-0,000009	0,000034	0,248720
X3		4	-0,000053	0,000021	6,52340	-0,000093	-0,000012	0,010646
X4		5	0,000000	0,000000	4,01339	0,000000	0,000000	0,045140
X5		6	-0,000004	0,000002	4,74019	-0,000007	-0,000000	0,029466
X6		7	0,000000	0,000001	0,02403	-0,000002	0,000002	0,876805
X7		8	-0,000000	0,000000	0,78934	-0,000001	0,000000	0,374299
Scale			1,000000	0,000000		1,000000	1,000000	

*Рис. 2.4.12. Параметри оцінювання Logit-моделі*

Для аналізу якості побудованої логістичної моделі побудуємо ROC-криву (Receiver Operator Characteristic) (рис. 2.4.13).



*Рис. 2.4.13. ROC-крива оцінювання якості побудованої Logit-моделі*

Кількісну оцінку якості моделі отримуємо за допомогою показника AUC (Area under ROC curve), що дорівнює 0,7059 (рис. 2.4.13). Це вказує на точність вище середнього для отриманого результату.

Крім ROC-кривої також дослідимо розподіл залишків моделі. Так як, залишки моделі — це різниці між фактичними значеннями залежної змінної та значеннями залежної змінної, що отримані за рівнянням регресії для відповідних значень незалежних змінних, адекватність побудованої моделі підтверджується нормальним розподілом ряду

## Моделі сталого розвитку

залишків. Для того, щоб здійснити перевірку нормальності розподілу залишків побудуємо гістограму залишків та нормальний імовірнісний графік розподілу залишків. Із гістограми (рис. 2.4.14) доходимо висновку, що залишки Logit-моделі наближені до нормально розподілу.

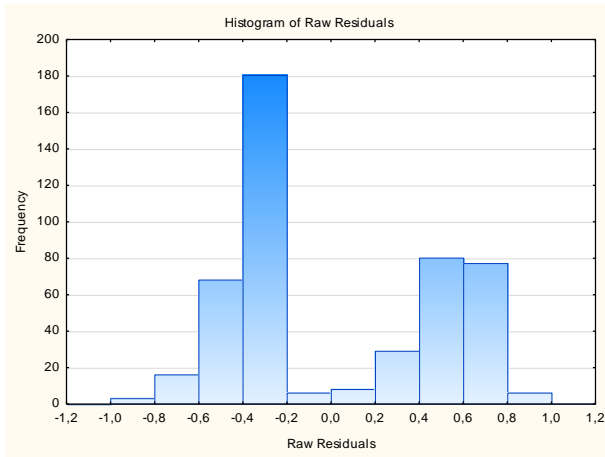


Рис. 2.3.14. Гістограма розподілу залишків Logit-моделі

Розглянемо також нормальний імовірнісний графік розподілу залишків (рис. 2.4.15).

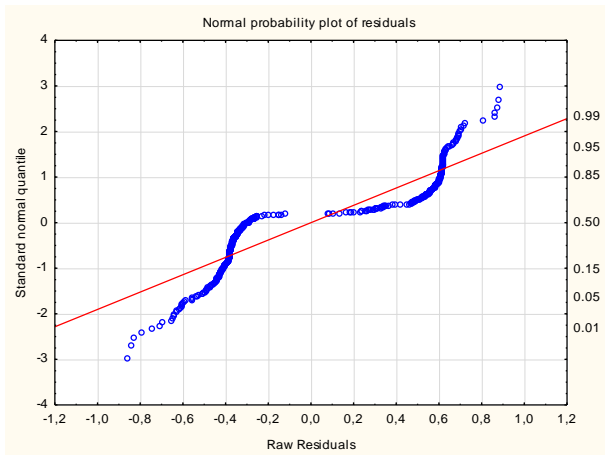


Рис. 2.4.15. Нормальний імовірнісний графік залишків Logit-моделі

Застосуємо ці ж параметри для побудови Probit-моделі. Її відмінність від Logit-моделі полягає лише в тому, що для розрахунку ймовір-

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

ності використовується не логістична, а нормальна функція розподілу (функція Гаусса). Результати моделювання зображено на рис. 2.4.16.

Y - Test of all effects (Spreadsheet1)				
Distribution : BINOMIAL, Link function: PROBIT				
Modeled probability that Y = 0				
Effect	Degr. of Freedom	Wald Stat.	p	
Intercept	1	13,39301	0,000253	
X1	1	1,61910	0,203217	
X2	1	1,15035	0,283476	
X3	1	5,70706	0,016897	
X4	1			
X5	1	4,31628	0,037749	
X6	1			
X7	1			

*Рис. 2.4.16. Результати побудованої моделі Probit regression*

На основі результатів моделювання доходимо висновку, що на показник додатного сальдо торгівлі впливають ті ж фактори  $X_3$  (еміграція населення) і  $X_5$  (заробітна плата).

Застосувавши статистичні дані та модуль Generalized Linear / Nonlinear програмного продукту STATISTICA 10, отримуємо Probit-модель, параметри якої зображено на рис. 2.4.17.

Y - Parameter estimates (Spreadsheet1)								
Distribution : BINOMIAL, Link function: PROBIT								
Modeled probability that Y = 0								
Effect	Level of Effect	Column	Estimate	Standard Error	Wald Stat.	Lower CL 95, %	Upper CL 95, %	p
Intercept		1	-0,308156	0,084204	13,39301	-0,473192	-0,143120	0,000253
X1		2	0,000003	0,000002	1,61910	-0,000002	0,000007	0,203217
X2		3	0,000007	0,000007	1,15035	-0,000006	0,000020	0,283476
X3		4	-0,000029	0,000012	5,70706	-0,000053	-0,000005	0,016897
X4		5	0,000000	0,000000	3,48131	-0,000000	0,000000	0,062065
X5		6	-0,000002	0,000001	4,31628	-0,000004	-0,000000	0,037749
X6		7	0,000000	0,000001	0,04245	-0,000001	0,000002	0,836755
X7		8	-0,000000	0,000000	0,57816	-0,000000	0,000000	0,447036
Scale			1,000000	0,000000		1,000000	1,000000	

*Рис. 2.4.17. Параметри оцінювання Probit regression*

Користуючись параметрами оцінювання Probit-моделі (рис. 2.4.17), та врахувавши, що для розрахунку ймовірності додатно-

## Моделі сталого розвитку

го сальдо торговельного балансу використовується нормальна функція розподілу, одержимо:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}Z^2}, \quad (2.4.7)$$

де  $Z$  — лінійна залежність між незалежними факторами (див. рис. 2.3.17):

$$Z = -0,308 - 0,000029X_3 - 0,000002X_5. \quad (2.4.8)$$

Побудуємо ROC-криву для аналізу якості Probit-моделі (рис. 2.4.18).

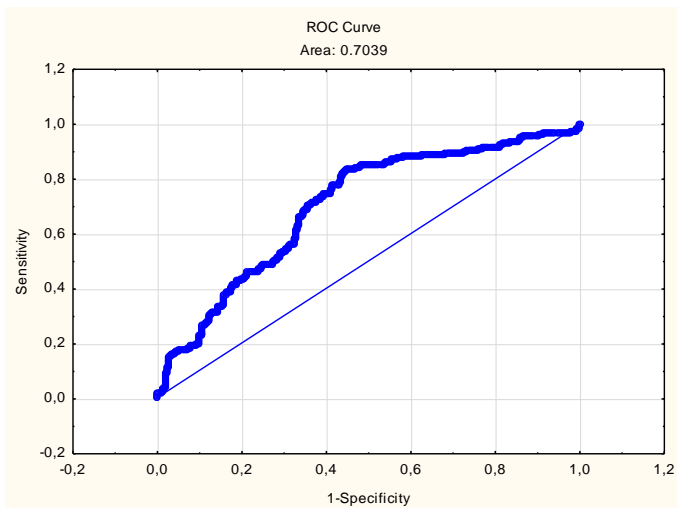


Рис. 2.4.18. ROC-крива оцінювання якості побудованої Probit -моделі

Бачимо, що  $AUC=0,7039$  (рис. 2.4.18), тобто точність результату моделювання достатньо висока. Чим ближче ROC-крива до верхнього лівого кута, тим вище передбачувана здатність моделі. І навпаки, чим ближче вона розміщена до діагональної прямої, тим менше ефективна модель. Теоретично вона змінюється від 0 до 1, але, в залежності від моделі, завжди визначається кривою, розташованою вище діагональної прямої, що зазвичай говорить про зміни від 0,5 до 1,0. У нашому випадку модель не «ідеальна», проте точність результату доволі висока.

Це також можна оцінити за допомогою гістограми розподілу залишків моделі (рис. 2.4.19) та нормального ймовірнісного графіка залишків (рис. 2.4.20).

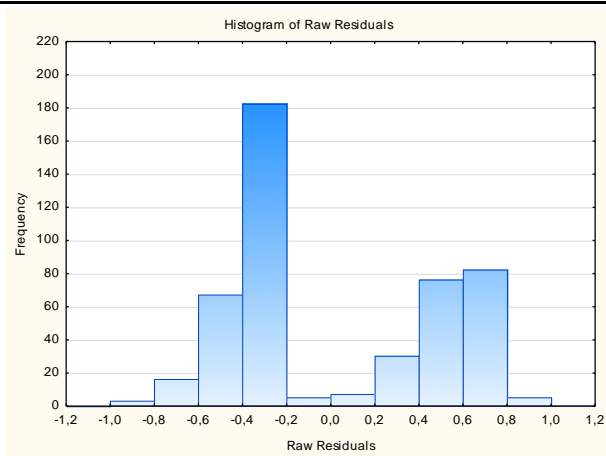


Рис. 2.4.19. Гістограма розподілу залишків Probit-моделі

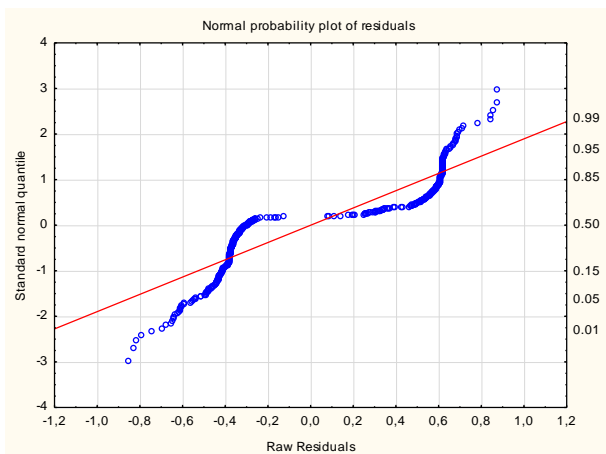


Рис. 2.4.20. Нормальний імовірнісний графік залишків Probit-моделі

Отже, застосувавши лінійні логістичні моделі Logit і Probit, можна з'ясувати, що перевага обсягів експорту над імпортом країни залежить від таких факторів як еміграція населення і заробітна плата. Перевагою застосування моделей бінарного вибору до оцінювання міжнародної торгівлі є те, що вони дають змогу дослідити чи відбудеться подія для конкретного випробування. Тобто при оцінюванні торгівлі маємо можливість оперувати не лише факторами, що описані кількісними характеристиками, а й факторами, які визначені бінарними величинами.

## Моделі сталого розвитку

---

Використання лінійних регресійних моделей Logit і Probit дає змогу резюмувати, що перевага обсягів експорту над обсягами імпорту для країни не є показником високого розвитку. За результатами аналізу країна може мати високий рівень конкурентоздатності на світовій арені, високий інноваційний рівень, високий рівень соціального розвитку тощо, проте бути країною-імпортером.

### 2.5. Багатофакторні моделі оцінювання міжнародної торгівлі

Міжнародна торгівля є невід'ємним елементом національної економіки будь-якої країни світу. Ще класиками економічної теорії було доведено, що ефективна міжнародна торгівля забезпечує країні економічне зростання і національний добробут. Таким чином, успішне прийняття рішень у сфері міжнародної торгівлі, як на рівні урядів країн, так і на рівні міжнародних організацій, інтеграційних об'єднань тощо, є необхідною передумовою для подальшого розвитку міжнародної торгівлі в умовах збалансування економічних інтересів її учасників. Сучасна практика прийняття рішень у всіх сферах і видах економічної діяльності базується на використанні новітніх інструментів прийняття таких рішень, зокрема багатофакторних методах аналізу економічних процесів.

Міжнародна торгівля, як комплексний економічний процес з одного боку, та складне явище глобального масштабу — з іншого, характерна складним взаємозв'язком з економіками країн [26]. Відповідно при дослідженні, оцінюванні, аналізі міжнародної торгівлі на рівні конкретних країн чи інтеграційних утворень постає проблема оптимального вибору множини ідентифікаторів, що можуть бути застосовані в моделюванні цих процесів. Проблематика в цьому контексті багатофакторного моделювання потребує розробки конкретних моделей дослідження міжнародної торгівлі на основі використання альтернативних методів багатофакторного моделювання.

Для виявлення та визначення кількісної міри впливу великої кількості факторів на результативні показники міжнародної торгівлі застосують методи багатофакторного моделювання. Метою такого підходу є не тільки класифікація факторів, а й вивчення їхніх взаємозв'язків і формування основних теоретичних узагальнень. Важливим завданням при формуванні інструментарію оцінювання міжнародної торгівлі є використання правильно підібраних методів аналізу цього процесу.

Для визначення ступеня розвитку економіки країни використовують певні показники, найважливішими серед яких є ВВП, експорт,



## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

імпорт, зовнішньоторговельний обіг, інфляція, рівень безробіття та ін. Оскільки за одним із методів обчислення (метод кінцевого споживання) ВВП є сумою витрат кінцевого споживання товарів і послуг, валового формування капіталу і сальдо експорту та імпорту товарів і послуг [11;27], доцільно розглянути показники, що характеризують витрати кінцевого споживання та валове формування капіталу. Загально відомо, що економічне зростання частково залежить від демографічної ситуації в країні, тому для аналізу застосуємо такий демографічний показник, як чисельність населення країни, а також міграційні показники. Крім експорту та імпорту, врахуємо показники відкритості економіки, що характеризують активність країни у сфері міжнародної торгівлі [27; 28].

Отже, для проведення факторного аналізу [27] обрано такі змінні:

$X_1$  — ВВП за ринковими цінами (млн. євро);

$X_2$  — витрати кінцевого споживання (млн. євро);

$X_3$  — валове формування капіталу (млн. євро);

$X_4$  — експорт товарів і послуг (млн. євро);

$X_5$  — імпорт товарів і послуг (млн. євро);

$X_6$  — чисельність населення;

$X_7$  — сальдо (млн. євро);

$X_8$  — зовнішньоторговельний обіг (млн. євро);

$X_9$  — експортна квота (%);

$X_{10}$  — імпортна квота (%);

$X_{11}$  — зовнішньоторговельна квота (%);

$X_{12}$  — еміграція населення;

$X_{13}$  — імміграція населення.

Завданням визначено об'єднання великої кількості показників, що характеризують економічний розвиток країни за допомогою факторного аналізу, в меншу кількість штучно побудованих на їхній основі факторів, щоб отримана в результаті система індикаторів (що описуватиме відповідні вибіркові дані, як і вихідна) була більш зручною з точки зору змістової інтерпретації.

Для проведення факторного аналізу використано статистичні дані Eurostat 28 країн Європейського Союзу протягом 2002–2019 рр. [9]. Факторний аналіз здійснено за допомогою програмного продукту STATISTICA 10, модуль Factor analysis.

При проведенні факторного аналізу отримуємо кореляційну матрицю (рис. 2.5.1).

## Моделі сталого розвитку

Correlations (Spreadsheet1) Casewise deletion of MD N=501													
Variable	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13
X1	1,00	1,00	0,99	0,93	0,96	0,95	0,42	0,94	-0,36	-0,43	-0,39	0,79	0,87
X2	1,00	1,00	0,98	0,91	0,94	0,95	0,37	0,93	-0,37	-0,44	-0,41	0,79	0,86
X3	0,99	0,98	1,00	0,93	0,95	0,94	0,42	0,94	-0,35	-0,42	-0,39	0,78	0,87
X4	0,93	0,91	0,93	1,00	0,99	0,84	0,67	1,00	-0,20	-0,29	-0,24	0,77	0,83
X5	0,96	0,94	0,95	0,99	1,00	0,87	0,58	1,00	-0,24	-0,32	-0,28	0,78	0,85
X6	0,95	0,95	0,94	0,84	0,87	1,00	0,33	0,86	-0,45	-0,51	-0,48	0,81	0,85
X7	0,42	0,37	0,42	0,67	0,58	0,33	1,00	0,63	0,10	0,02	0,07	0,42	0,42
X8	0,94	0,93	0,94	1,00	1,00	0,86	0,63	1,00	-0,22	-0,30	-0,26	0,77	0,84
X9	-0,36	-0,37	-0,35	-0,20	-0,24	-0,45	0,10	-0,22	1,00	0,98	1,00	-0,32	-0,32
X10	-0,43	-0,44	-0,42	-0,29	-0,32	-0,51	0,02	-0,30	0,98	1,00	0,99	-0,37	-0,39
X11	-0,39	-0,41	-0,39	-0,24	-0,28	-0,48	0,07	-0,26	1,00	0,99	1,00	-0,34	-0,35
X12	0,79	0,79	0,78	0,77	0,78	0,81	0,42	0,77	-0,32	-0,37	-0,34	1,00	0,82
X13	0,87	0,86	0,87	0,83	0,85	0,85	0,42	0,84	-0,32	-0,39	-0,35	0,82	1,00

Рис. 2.5.1. Кореляційна матриця

Згідно з кореляційною матрицею змінні  $X_1$  (ВВП за ринковими цінами (млн. євро)),  $X_2$  (витрати кінцевого споживання (млн. євро)),  $X_3$  (валове формування капіталу (млн. євро)),  $X_4$  (експорт товарів і послуг (млн. євро)),  $X_5$  (імпорт товарів і послуг (млн. євро)),  $X_6$  (чисельність населення),  $X_8$  (зовнішньоторговельний обіг (млн. євро)),  $X_{12}$  (еміграція населення) і  $X_{13}$  (імміграція населення) здебільшого корелюють між собою, хоча змінні  $X_9$  (експортна квота (%)),  $X_{10}$  (імпортна квота (%)) та  $X_{11}$  (зовнішньоторговельна квота (%)) також між собою корелюють.

Отже, на основі кореляційної матриці можна визначити два відносно незалежних фактори: 1) такі кількісні характеристики країн ЄС, як чисельність населення, враховуючи його еміграцію та імміграцію, ВВП, витрати кінцевого споживання, валове формування капіталу, обсяг експортних та імпортних потоків товарів і послуг і відповідно зовнішньоторговельний обіг; 2) відносні показники країн ЄС, а саме експортна, імпортна та зовнішньоторговельна квота.

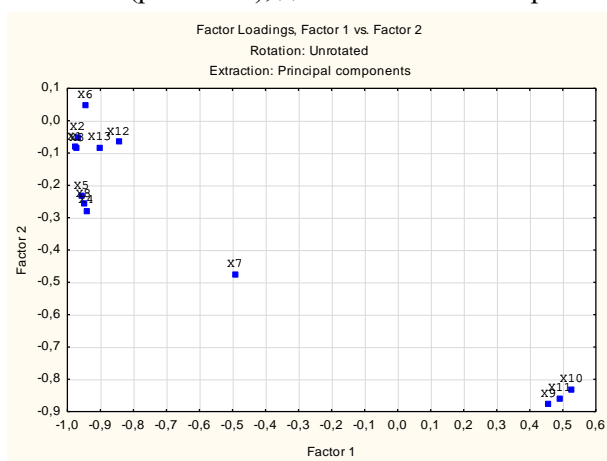
Аналізуючи основні компоненти, отримуємо таблицю з факторними навантаженнями, тобто матрицю кореляцій між змінними і цими двома факторами (рис. 2.5.2). Як підтверджують дані рис. 2.5.2, перший фактор більше корелює із змінними, ніж другий.

## Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі

Variable	Factor Loadings (Unrotated) (Spreadsheet1 Extraction: Principal components (Marked loadings are >.700000))			
	Factor 1	Factor 2		
X1	-0,977468	-0,081105		
X2	-0,968873	-0,051881		
X3	-0,970953	-0,084030		
X4	-0,942773	-0,277891		
X5	-0,957066	-0,233012		
X6	-0,945935	0,047833		
X7	-0,492807	-0,475397		
X8	-0,951067	-0,256843		
X9	0,456576	-0,876605		
X10	0,526459	-0,830391		
X11	0,490830	-0,859535		
X12	-0,845439	-0,064956		
X13	-0,902305	-0,083049		
Expl. Var	8,939342	2,650008		
Prp. Totl	0,687642	0,203847		

*Рис. 2.5.2. Факторні навантаження*

Окрім цього, факторні навантаження доцільно розглянути за діаграмою розсіювання (рис. 2.5.3), де кожна змінна зображена точкою.



*Рис. 2.5.3. Діаграма розсіювання*

Для правильної інтерпретації отриманих результатів варто застосувати поворот осей з метою отримання простої структури, за якої більшість спостережень розташовано поблизу координатних осей.

Отже, після повороту отримаємо матрицю навантажень на кожен фактор таким чином, щоб вони відрізнялися максимально можливо (рис. 2.5.4).

## Моделі сталого розвитку

Factor Loadings (Varimax normalized) (Spre: Extraction: Principal components (Marked loadings are >.700000)			
Variable	Factor 1	Factor 2	
X1	0.945262	0.261728	
X2	0.927096	0.286180	
X3	0.940159	0.256731	
X4	0.980719	0.065078	
X5	0.978620	0.112131	
X6	0.871109	0.371822	
X7	0.626745	-0.275775	
X8	0.981227	0.087695	
X9	-0.125465	-0.980386	
X10	-0.207014	-0.961173	
X11	-0.163508	-0.976207	
X12	0.815788	0.231250	
X13	0.875403	0.233926	
Expl.Var	8.188052	3.401299	
Prp.Totl	0.629850	0.261638	

Рис. 2.5.4. Факторні навантаження після повороту осей

Одержаний результат можна чітко інтерпретувати. Отже, перший фактор найщільніше пов'язаний із змінними  $X_4$ ,  $X_5$  та  $X_8$ , дещо менше із змінними  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  і  $X_{13}$ , та не значно — із змінними  $X_6$  і  $X_{12}$ , а другий фактор щільно пов'язаний із змінними  $X_9$ ,  $X_{10}$  та  $X_{11}$ . Таким чином, здійснено поділ змінних на дві групи.

Після повороту осей знову розглянемо діаграму розсіювання (рис. 2.5.5).

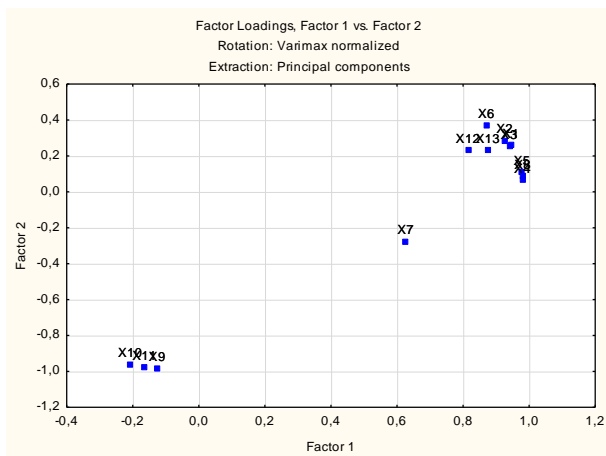
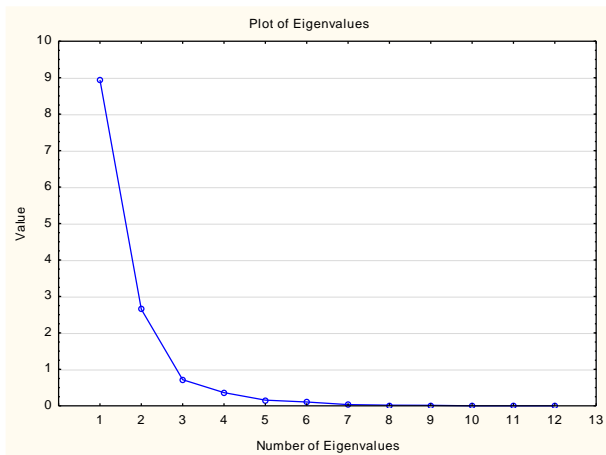


Рис. 2.5.5. Діаграма розсіювання після повороту осей

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

Щоби переконатися, чи правильну кількість факторів отримано, розглянемо графік власних значень (рис. 2.5.6). На графіку потрібно знайти таке місце, де зниження власних значень зліва направо максимально сповільнюється. Згідно з даними рис. 2.5.6, при проведенні цього аналізу можна залишити чотири або п'ять факторів.



*Рис. 2.5.6. Графік власних значень*

Отже, при проведенні факторного аналізу обрано показники, що характеризують економічний розвиток, демографічну ситуацію та інтенсивність міжнародної торгівлі. За результатами аналізу визначені показники можна поділити на дві групи: 1) абсолютні показники, такі як чисельність населення, враховуючи еміграцію та імміграцію населення, ВВП, витрати кінцевого споживання, валове формування капіталу, обсяг експортних та імпортних потоків товарів і послуг і відповідно зовнішньоторговельний обіг; 2) відносні показники відкритості економіки, що характеризують активність країни у сфері міжнародної торгівлі.

За результатами факторного аналізу можна зробити висновок, що дуже багато різних показників належать до фактора 1. Розглянемо детальніше ідентифікатори цієї групи. Застосуємо такий метод класифікації, як дискримінантний аналіз, з метою визначення специфіки впливу вище аналізованих показників (виокремлених у результаті аналізу), що становлять фактор 1.

Оскільки вважається, що ВВП є одним із найважливіших показників розвитку економіки, а витрати кінцевого споживання та валове формування капіталу — це його складові (за методом кінцевого спо-

## Моделі сталого розвитку

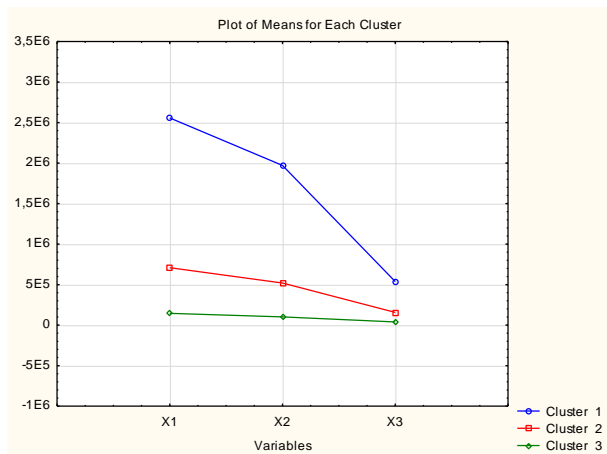
живання), перед проведенням дискримінантного аналізу поділимо країни ЄС на кластери за такими кількісними показниками, як ВВП, витрати кінцевого споживання та валове формування капіталу за 2019 р. (табл. 2.5.1). Для кластеризації застосуємо засоби програмного продукту STATISTICA 10.

Табл. 2.5.1. Поділ країн ЄС на кластери залежно від ВВП, витрат кінцевого споживання та валового формування капіталу 2019 р.

Країна	ВВП по ринкових цінах	Витрати кінцевого споживання	Валове формування капіталу	Кластер
1	2	3	4	5
Бельгія	476 343,6	354 424,9	118 984,7	medium
Болгарія	61 239,5	46 347,4	12 925,9	low
Чехія	225 568,7	149 772,5	62 285,2	low
Данія	310 475,6	219 331,6	68 194,0	low
Німеччина	3 473 350,0	2 508 108,0	769 039,0	high
Естонія	27 732,3	19 239,1	7 231,4	low
Ірландія	356 526,3	146 950,6	195 011,0	low
Греція	183 413,5	163 180,0	23 273,4	low
Іспанія	1 244 375,0	947 966,0	259 949,0	medium
Франція	2 437 635,0	1 867 051,0	593 921,0	high
Хорватія	54 237,3	42 089,0	12 283,3	low
Італія	1 790 941,5	1 409 577,3	322 558,7	high
Кіпр	22 287,1	18 120,6	4 404,2	low
Латвія	30 420,9	23 866,2	6 810,0	low
Литва	48 808,6	37 742,4	8 524,1	low
Люксембург	63 516,3	29 588,7	11 068,9	low
Угорщина	146 092,7	101 028,7	40 959,1	low
Мальта	14 047,6	8 665,3	3 106,0	low
Нідерланди	813 055,0	553 681,0	179 656,0	medium
Австрія	397 575,3	282 863,3	101 267,4	low
Польща	533 599,9	402 963,0	105 256,9	medium
Португалія	214 374,6	173 762,0	39 643,4	low
Румунія	222 997,6	179 304,2	52 914,9	low
Словенія	48 396,7	34 230,8	9 979,3	low
Словацьчина	93 900,5	71 672,9	21 848,7	low
Фінляндія	240 097,0	181 629,0	57 923,0	low
Швеція	476 869,5	337 106,7	119 807,7	medium
Великобританія	2 526 615,2	2 100 095,7	461 399,9	high

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

На основі кластерного моделювання отримано 3 групи країн ЄС, що відрізняються між собою показниками ВВП, витратами кінцевого споживання та валовим формування капіталу (значення середніх змінних групування подано на рис. 2.5.7).



*Рис. 2.5.7. Середні значення змінних групування у кластерах*

Члени кожного із кластерів разом із відстанню до відповідного кластера зображено на рис. 2.5.8–2.5.10.

Members of Cluster Number 1 (Spreadsheet19) and Distances from Respective Cluster Center Cluster contains 4 cases				
	Distance			
Germany	627608,8			
France	97296,6			
Italy	562242,9			
United Kingdom	87973,7			

*Рис. 2.5.8. Країни ЄС — члени кластера 1*

Members of Cluster Number 2 (Spreadsheet19) and Distances from Respective Cluster Center Cluster contains 5 cases				
	Distance			
Belgium	165975,4			
Spain	400524,0			
Netherlands	64734,1			
Poland	125005,7			
Sweden	171606,0			

*Рис. 2.5.9. Країни ЄС — члени кластера 2*

## Моделі сталого розвитку

	Members of Cluster Number 3 (Spreadsheet19) and Distances from Respective Cluster Center Cluster contains 19 cases			
	Distance			
Bulgaria	59995,0			
Czechia	55695,0			
Denmark	118314,8			
Estonia	84880,1			
Ireland	153858,4			
Greece	42787,8			
Croatia	64671,7			
Cyprus	88123,2			
Latvia	82209,6			
Lithuania	69080,3			
Luxembourg	64939,4			
Hungary	1282,7			
Malta	95133,8			
Austria	182918,8			
Portugal	57676,0			
Romania	63954,5			
Slovenia	70166,6			
Slovakia	35737,7			
Finland	72457,8			

Рис. 2.5.10. Країни ЄС — члени кластера 3

Для подальшого проведення дискримінантного аналізу обрано змінні, що також належать до фактора 1, окрім тих, які визначено змінними групування країн у кластери:

$X_4$  — експорт товарів і послуг (млн. євро);

$X_5$  — імпорт товарів і послуг (млн. євро);

$X_6$  — чисельність населення;

$X_{12}$  — еміграція населення;

$X_{13}$  — імміграція населення.

Змінна  $X_8$  не застосовується в дискримінантному аналізі, оскільки вона характеризує сумарний обсяг експорту та імпорту товарів і послуг, тобто ( $X_4 + X_5$ ). Однак враховується поділ країн ЄС на три кластери (high, medium, low).

Завдання полягає в тому, щоб на основі аналогічних показників класифікувати країни.

За результатами дискримінантного аналізу отримано класифікаційну матрицю (рис. 2.5.11), на основі якої можна зробити висновок, що побудована модель правильно визначає експертну оцінку з точністю 92,86%. При цьому точніше вона визначає оцінку для груп країн із високими і низькими показниками (100%), менш точно — для середніх показників (60%).



## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

Classification Matrix (Spreadsheet29)					
Rows: Observed classifications					
Columns: Predicted classifications					
Group	Percent Correct	medium p=,17857	low p=,67857	high p=,14286	
medium	60,0000	3	2	0	
low	100,0000	0	19	0	
high	100,0000	0	0	4	
Total	92,8571	3	21	4	

*Рис. 2.5.11. Класифікаційна матриця*

Неправильно зараховані до відповідних груп країни можна визначити за класифікацією випадків (рис. 2.5.12). У таблиці класифікації випадків некоректно віднесені об'єкти позначаються зірочкою (\*). Таким чином, завдання отримання коректних вибірок полягає в тому, щоб вилучити ті об'єкти, які за показниками не відповідають їхній більшості, що утворює однорідну групу.

Classification of Cases (Spreadsheet29)					
Incorrect classifications are marked with *					
Case	Observed Classif.	1 p=,17857	2 p=,67857	3 p=,14286	
*Belgium	medium	low	medium	high	
Bulgaria	low	low	medium	high	
Czechia	low	low	medium	high	
Denmark	low	low	medium	high	
Germany	high	high	medium	low	
Estonia	low	low	medium	high	
Ireland	low	low	medium	high	
Greece	low	low	medium	high	
Spain	medium	medium	low	high	
France	high	high	medium	low	
Croatia	low	low	medium	high	
Italy	high	high	medium	low	
Cyprus	low	low	medium	high	
Latvia	low	low	medium	high	
Lithuania	low	low	medium	high	
Luxembourg	low	low	medium	high	
Hungary	low	low	medium	high	
Malta	low	low	medium	high	
Netherlands	medium	medium	low	high	
Austria	low	low	medium	high	
Poland	medium	medium	low	high	
Portugal	low	low	medium	high	
Romania	low	low	medium	high	
Slovenia	low	low	medium	high	
Slovakia	low	low	medium	high	
Finland	low	low	medium	high	
*Sweden	medium	low	medium	high	
United Kingdom	high	high	medium	low	

*Рис. 2.5.12. Класифікація випадків*

## Моделі сталого розвитку

За даними рис. 2.5.12, у таблиці класифікації випадків є лише два об'єкти, позначені зірочкою, — Бельгія і Швеція, які за результатами кластерного аналізу (проведеного на основі показників ВВП, витрат кінцевого споживання та валового формування капіталу) зараховано до середньої групи (medium), хоча, враховуючи інші фактори, такі як чисельність, еміграція та імміграція населення, обсяг експортних та імпорتنних потоків товарів і послуг, повинні бути в третій групі з нижчими показниками (low).

Решта країн відповідно до обраних факторів класифіковані правильно.

Щоб з'ясувати, як змінні поділяють на дві сукупності, обчислюють дискримінантні функції (рис. 2.5.13).

Variable	Standardized Coefficients (Spr for Canonical Variables	
	Root 1	Root 2
X6	-1,88385	0,33740
X13	0,40206	-2,00689
X5	-2,82665	0,96367
X12	1,46222	1,49851
X4	1,99231	-1,26653
Eigenval	18,61725	0,18609
Cum.Prop	0,99010	1,00000

Рис. 2.5.13. Вихідні коефіцієнти дискримінантних функцій

Значущість одержаних у результаті аналізу функцій перевіряємо за допомогою критерію  $\chi$ -квадрат (рис. 2.5.14).

Roots Removed	Chi-Square Tests with Successive Roots Removed (Spreadshee					
	Eigen- value	Canonicl R	Wilks' Lambda	Chi-Sqr.	df	p-value
0	18,61725	0,974179	0,042978	72,38260	10	0,000000
1	0,18609	0,396096	0,843108	3,92519	4	0,416225

Рис. 2.5.14. Перевірка статистичної значущості дискримінантних функцій

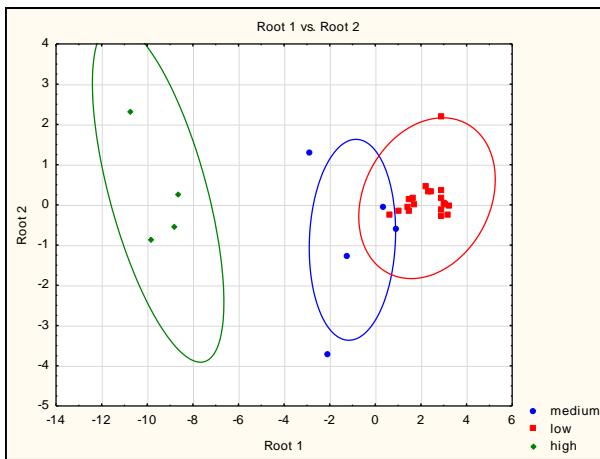
Перша дискримінантна функція є статистично значущою (власне значення дорівнює 18,61725) та найбільш навантаженою за величинами X4 (1,99), X12 (1,46), а також за величинами X5 (–2,83) і X6 (–1,88), але з протилежними знаками. Друга дискримінантна функція, хоча вона малозначуща, добре відмічена величинами X12 (1,5), X13 (–2).

## *Розділ 2. Моделі оцінювання міжнародної торгівлі*

Отже, такі фактори, як експорт та імпорт товарів і послуг, чисельність й еміграція населення, безпосередньо здійснюють суттєвий вплив на економічний розвиток країни, а саме на ВВП, витрати кінцевого споживання та валове формування капіталу.

Результати дискримінантного аналізу зобразимо графічно (рис. 2.5.15). Ця діаграма розсіювання відображає кореляцію між змінними всередині сукупностей.

Таким чином, запропонований науковий підхід до дослідження міжнародної торгівлі на основі поєднання кластерного, факторного та дискримінантного аналізів і комплексу показників, що характеризують економічний розвиток, демографічну ситуацію та зовнішню торгівлю країн і їхній взаємозв'язок, дав змогу визначити специфіку впливу обраних факторів на обсяги експортно-імпортних операцій та запропонувати множину ідентифікаторів, що можуть бути застосовані в моделюванні цих процесів.



*Рис. 2.5.15. Діаграма розсіювання канонічних значень для пар значень дискримінантних функцій 1 і 2*

На основі результатів факторного аналізу було згруповано показники за напрямом їхнього впливу. За допомогою кластерного моделювання країни ЄС були поділені на групи за такими кількісними показниками, як ВВП, витрати кінцевого споживання та валове формування капіталу. Дискримінантний аналіз дав змогу інтерпретувати результати за значущістю обраних факторів, підтвердивши, що для аналізу

## **Моделі сталого розвитку**

---

міжнародної торгівлі треба застосовувати якнайбільшу кількість статистичних індикаторів.

При моделюванні міжнародної торгівлі, як і при моделюванні будь-якого соціально-економічного процесу, важливим є вибір математичного методу вирішення задачі. Саме правильно проведене дослідження торгівлі із виявленням можливих закономірностей між показниками вплине на цей вибір. Отже, на першому кроці при оцінюванні міжнародної торгівлі потрібно здійснити пошук можливих прихованих правил та зв'язків між показниками міжнародної торгівлі.

Передумовою успішного прийняття рішень у сфері торгівлі є використання статистичних та економетричних методів дослідження і прогнозування подальшого розвитку цього процесу. В умовах міжнародної нестабільності використання лише статистичного аналізу є недостатнім. З огляду на це більш популярним є застосування математичного апарату економетричного аналізу, що дає змогу сформулювати інструментарій оцінювання міжнародної торгівлі. Для оцінювання поточного стану, тенденцій і перспектив розвитку міжнародної торгівлі застосовують різні методи та підходи.

## РОЗДІЛ 3. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В УМОВАХ РИЗИКУ І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

### 3.1. Аналіз та управління ризиком в економіці

Теорія прийняття рішень є сукупністю понять та математичних методів, які дозволяють всебічно вирішувати й аналізувати проблеми прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності. Основу логічної структури побудови прийняття рішень складають такі аксіоми: існування відносних переваг; транзитивність; порівняння простих лотерей; числова оцінка переваг; числова оцінка невизначеності міркувань; можливість заміни; еквівалентність умовної та безумовної переваг. Якщо особа, що приймає рішення (ОПР), розглядає ці аксіоми як керівництво до дій, то вона повинна приймати рішення, яке повністю базується на зазначеній теорії [1, 2]. Тобто ОПР повинна або відкинути аксіоми теорії прийняття рішень, або діяти відповідно до її методики.

В основі теорії прийняття рішень лежить припущення про те, що вибір альтернатив повинен визначатись двома факторами: значеннями ОПР про імовірність різних можливих наслідків, котрі можуть мати місце при виборі якогось варіанта рішення; перевагами, що надаються їм різним можливим наслідкам. Обидва фактори формально входять в теорію прийняття рішень і для їх врахування необхідно кількісно виразити висновки про можливі наслідки (користуючись суб'єктивною імовірністю) та переваги (використовуючи теорію корисності).

Опишемо основні елементи, які характеризують управлінське рішення:

1) наявність множини вибору, коли ОПР, має декілька варіантів альтернатив можливої поведінки;

2) вибір повинен бути свідомим (обґрунтованим), тобто мати наукове підґрунтя;

3) вибір повинен бути орієнтованим на одну або декілька цілей, тобто бути багатоцільовим;

4) вибір повинен завершуватись відповідними діями, які б відображали кількісно чи якісно кінцеву мету рішення.

На рис. 3.1.1 представлено взаємозв'язок основних факторів, які визначають теорію прийняття рішень.

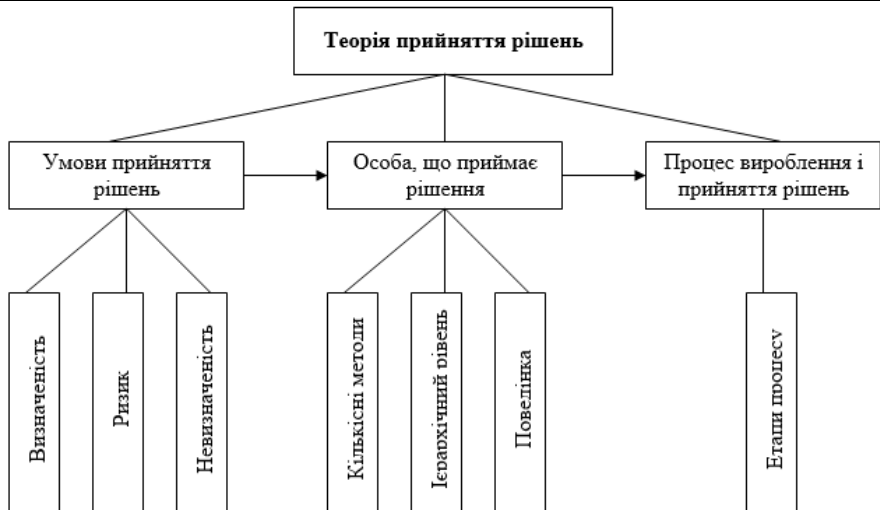


Рис. 3.1.1. Фактори, які визначають теорію прийняття рішень

Як бачимо, процес прийняття рішень може відбуватися за таких умов:

а) вибір рішення в умовах визначеності, тобто коли результат кожної дії відомий;

б) вибір рішення в умовах ризику, коли кожна дія призводить до певного результату, причому кожний результат має відому імовірність відбуття і вони відомі ОПР;

в) вибір в умовах невизначеності, коли кожна дія має множину наслідків, імовірності яких невідомі.

### 3.1.1. Невизначеність і ризик

У процесі функціонування суб'єкти економічної діяльності зазнають впливу факторів – соціальних, політичних, законодавчих, адміністративних, виробничих, фінансових тощо. Розвиток ситуації на майбутній період і спрогнозувати кінцевий результат операцій дуже важко, адже прийняття рішень в економіці відбувається в умовах неоднозначності розвитку, неможливості точного прогнозування певних подій, неповної чи недостовірної інформації. Позбутися невизначеності майбутнього в економічній діяльності неможливо, тому що вона є елементом об'єктивної дійсності.

### *Розділ 3. Моделювання економічних процесів*

---

Під невизначеністю [3] розуміють об'єктивну неможливість здобуття абсолютного знання про об'єктивні і суб'єктивні фактори функціонування системи, неоднозначність її параметрів. З імовірнісної точки зору невизначеність [4] — це неможливість оцінки майбутнього розвитку подій, як з погляду ймовірності їхньої реалізації, так і з погляду виду їхнього прояву. Чим більша невизначеність під час прийняття рішення, тим більший ступінь ризику прийняття несприятливого рішення.

Виділяють причини виникнення невизначеності:

повна відсутність інформації, суб'єктивний аналіз інформації під час планування поведінки суб'єкта діяльності;

недетермінованість процесів, які відбувались на підприємстві та в економічному житті;

вплив суб'єктивних чинників на результати проведених аналізів;

відсутність правдивої інформації в суб'єкта діяльності щодо своєї фінансово-господарської діяльності, приховування інформації;

наявність помилок в інформації.

За ступенем настання події невизначеність класифікують як повну невизначеність, часткову невизначеність та визначеність.

Рішення приймаються в умовах визначеності, коли суб'єкт внаслідок розробки деякого проекту отримує єдиноможливий результат або точно знає результат кожного з альтернативних варіантів вибору. Наприклад, вклад готівки в 10-відсоткові депозитні сертифікати. Рівно через рік, за виключенням малоімовірних надзвичайних ситуацій, можна отримати 10% річних на вкладені засоби. Проте дуже мало рішень приймаються в умовах визначеності, хоча вони відбуваються й інколи елементи ризикованіших рішень можуть розглядатися як визначені. Такі ситуації називаються детерміністичними [5].

Якщо результати рішень не є визначеними, але ймовірність настання кожного результату відома, то такі рішення відносяться до класу рішень, які приймаються в умовах часткової невизначеності (ризик). Ймовірність кожного результату визначається як ступінь можливості здійснення окресленої події, вимірюється від 0 до 1 і сума ймовірностей всіх альтернатив повинна дорівнювати 1. Рівень ризику виступає важливим фактором розвитку суб'єкта діяльності і його обов'язково треба враховувати.

Рішення приймається в умовах повної невизначеності, коли неможливо оцінити ймовірність настання результатів. Ця ситуація має місце тоді, коли потрібні для аналізу фактори настільки нові і складні,

## Моделі сталого розвитку

---

що про них неможливо зібрати достатньої кількості інформації. Тому ймовірність певних наслідків неможливо передбачити з достатньою достовірністю. Невизначеність характерна для рішень, які доводиться приймати за обставин, які швидко змінюються або в умовах повної відсутності інформації.

Невизначеність можна частково подолати, якщо спробувати отримати додаткову інформацію і ще раз проаналізувати проблему, якщо діяти відповідно до минулого досвіду та інтуїції і зробити припущення про ймовірність настання подій.

Внаслідок того, що ризик і невизначеність існують незалежно від того усвідомлюємо ми їх чи ні, процес розробки оптимальної стратегії розвитку фірм має проходити ітераціями і прийняття стратегічних рішень на практиці має відбуватися із врахуванням ризику.

Термін ризик в перекладі з італійської (*risiko*) — це «небезпека», «загроза»; слова «*risikon*», «*risda*» в грецькій — це «стрімчак», «скеля»; у французькій «*risdoe*» — «об'їжджати скелю».

В економічній літературі не існує єдиного загальновизнаного та загальноприйнятого тлумачення поняття «економічний ризик», що пояснюється багатоаспектністю цієї економічної категорії.

На наш погляд, вдале означення економічного ризику наведено у посібнику [6]. Спираючись на це, пропонуємо таке визначення:

Економічний ризик — це економічна категорія, притаманна діяльності суб'єктів господарювання, яка пов'язана із подоланням невизначеності, конфліктності, альтернативності в ситуаціях оцінювання, управління та неминучого вибору.

Невизначеність та породжений нею ризик є неминучими майже в усіх прийнятих економічних рішеннях. Незважаючи на те, що ризик може призвести до збитків, недоодержання доходу, він є рушійною силою господарювання в сучасних умовах. З досвіду вітчизняних і зарубіжних провідних підприємств відомо, що їх успіх пов'язаний з проникненням на нові ринки, впровадженням нових інноваційних технологій, розробкою нових товарів, а це все ризикові рішення.

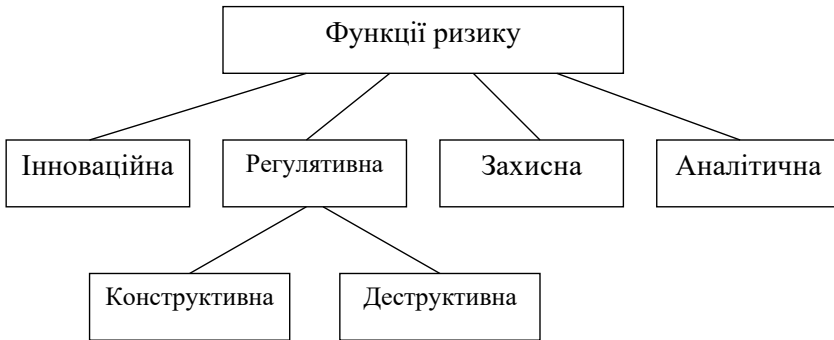
В економічній літературі виділяють такі функції ризику (рис. 3.1.2):

1. Інноваційна, виконуючи яку ризик стимулює пошук нетрадиційних розв'язань проблем, що стоять перед суб'єктом діяльності.
2. Регулятивна функція має суперечливий характер і виступає у двох формах: конструктивній і деструктивній.



### ***Розділ 3. Моделювання економічних процесів***

Конструктивна форма полягає в тому, що здатність ризикувати – один зі шляхів успішної діяльності. Деструктивна форма полягає в тому, що ризик може виступати як дестабілізуючий фактор.



*Рис. 3.1.2. Функції ризику*

3. Захисна функція ризику виявляється в тому, що якщо для суб'єкта діяльності ризик – природний стан, то нормальним повинно бути і терпеливе ставлення до невдач.

4. Аналітична функція пов'язана з тим, що, аналізуючи всі можливі альтернативи, суб'єкт діяльності прагне вибирати найбільш рентабельні і найменш ризиковані рішення.

Умовами виникнення ризикових ситуацій є:

- невизначеність та неповнота інформації для прийняття рішення;
- зрілість і розвинутість економіки;
- можливість керівництва та регулювання економікою;
- матеріальна зацікавленість керівників в результатах прийняття рішень;
- альтернативність та варіантність розвитку економічних процесів.

Наведемо декілька прикладів ризикових ситуацій.

Ситуація 1. Купівля продуктів в супермаркеті і на стихійному ринку. В супермаркеті ціни на продукти вищі, ніж на стихійному ринку, і є ризик придбати меншу кількість продуктів за певну ціну. На стихійному ринку ціни на продукти нижчі, але є ризик отримати підроблений, неякісний товар з терміном придатності, що закінчився.

## **Моделі сталого розвитку**

---

Ситуація 2. Виробництво нового товару за допомогою нової техніки і технології. Нововведення вимагають значних фінансових витрат, а товар може не сприйнятися ринком або не знайти покупця взагалі.

Ситуація 3. Баланс попиту і пропозиції. Є ризик недоодержання прибутку або за менших обсягів виробництва від попиту, або за великих затрат в іншому випадку.

Ситуація 4. Портфельний підхід до теорії грошей. Можна зберігати багатство у вигляді грошей та облігацій. Гроші – актив, що не приносить грошової відсоткової ставки, а облігації – цінні папери, що приносять грошову відсоткову ставку. Проте ринкова вартість облігацій наперед невідома. Тому активи зберігають і в грошах, і в облігаціях, щоб не ризикувати.

Ситуація 5. Підготовка спеціалістів й попит на них. При створенні в одному регіоні навчальних закладів, що готують спеціалістів одного напрямку, проходить перенасичення кадрів, вони не можуть влаштуватися на роботу.

Ситуація 6. Невеликі крамниці і супермаркети. При відкритті супермаркетів невеликі крамниці поступово втрачають своїх клієнтів, тому існує ризик втрати роботи персоналом крамниці внаслідок її закриття.

Ситуація 7. Баланс сировинної бази і потужностей з переробки сировини. Сировинна база має відповідати потужностям переробних підприємств, інакше є ризик зазнати пошкодження, псування сировини.

Ситуація 8. Створення резерву продукції за випадкового попиту на неї. Якщо обсяг попиту знижується, то відбувається нагромадження продукції, внаслідок цього проходить її «моральний» знос, виходить термін придатності.

### ***3.1.2. Класифікація ризику***

Багатовекторність економічних процесів породжує проблеми проведення процедури класифікації ризику, яка полягає, насамперед, в їх різноманітності. У першому наближенні можна виділити такі види ризиків:

- ризики, пов'язані з господарською діяльністю;
- ризики, пов'язані з особистими якостями особи, що приймає рішення;
- ризики, пов'язані з недостатністю інформації про стан зовнішнього середовища.

### ***Розділ 3. Моделювання економічних процесів***

---

В основу класифікації ризику можна покласти такі ознаки:

- *за масштабами та розмірами:*
  - глобальний; локальний;
- *за аспектами:*
  - психологічний; - юридичний;
  - соціальний; - політичний;
  - економічний; - медико-біологічний;
  - комбінований; - соціально-економічний;
- *щодо міри об'єктивності та суб'єктивності рішень:*
  - з об'єктивною ймовірністю;
  - з суб'єктивною ймовірністю;
  - з об'єктивно-суб'єктивною ймовірністю;
- *за тривалістю дії:*
  - короточасні (транспортний, неплатіж за угодою);
  - постійні (ризик стихійних лих у певному районі);
- *за типами ризику:*
  - раціональний (обґрунтований);
  - нераціональний (необґрунтований);
  - авантюрний (азартний);
- *щодо часу прийняття ризикованих рішень:*
  - випереджаючий;
  - своєчасний;
  - запізнений;
- *щодо чисельності осіб, що приймають рішення:*
  - індивідуальний; груповий;
- *щодо ситуації:*
  - в умовах невизначеності (стохастичний ризик);
  - в умовах конфлікту (конкуруючий ризик);
  - в умовах розпливчастості;
- *за можливістю страхування:*
  - які страхуються;
  - які не страхуються;
- *за рівнем втрат:*
  - мінімальний;
  - середній;
  - оптимальний;
  - максимальний або допустимий, критичний, катастрофічний.

## Моделі сталого розвитку

Залежно від рівня втрат виділяють чотири основні області ризику діяльності підприємства в умовах ринкової економіки (рис. 3.1.3).

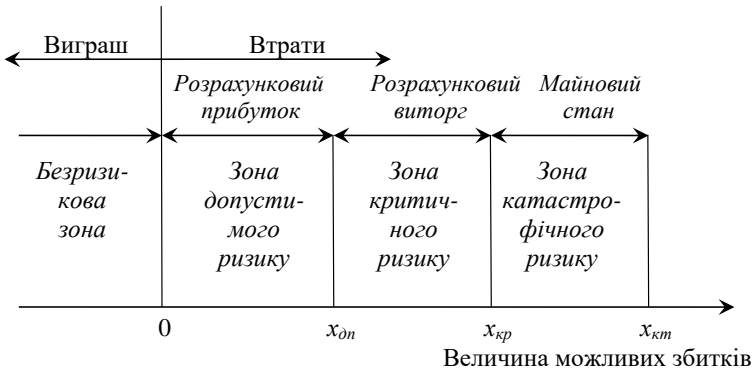


Рис. 3.1.3. Схема зон ризику і характерних точок

Під *безризиковою зоною* розуміють зону, якій відповідають нульові або від'ємні втрати (перевищення прибутку).

Під *зоною допустимого ризику* розуміють зону, в межах якої сподівані втрати менші від сподіваного прибутку. Верхня межа цієї зони відповідає рівню можливих втрат, що дорівнює розрахованому прибутку.

Зона *критичного ризику* характеризується небезпечністю випадкових втрат, розміри яких перевищують величину сподіваного прибутку і величину засобів, що вкладені в справу. Тобто в цій зоні не отримують не тільки ніякого прибутку, але і є втрати в сумі, що дорівнює всім затратам.

Зона *катастрофічного ризику* характеризується небезпечністю випадкових втрат, розміри яких рівні майновому стану суб'єкта господарювання, тобто катастрофічний ризик призводить до банкрутства, закриття підприємств, розпродажу майна.

До категорії катастрофічного ризику також варто відносити незалежно від матеріальних чи грошових втрат ризик, пов'язаний з прямою небезпекою для життя людей чи виникненням екологічних катастроф.

Кожний вид ризику треба детально проаналізувати, змодельовати, розкласти на елементи, що дозволить певною мірою зменшити невизначеність ситуації.

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

Ризик, як правило, ділять на два типи – динамічний та статичний.

*Динамічний ризик* – це, зокрема, ризик непередбачуваних (недетермінованих) змін вартості основного капіталу внаслідок прийняття управлінських рішень або непередбачуваних змін ринкових чи політичних обставин.

Такі зміни можуть призвести як до збитків, так і до додаткових доходів.

*Статичний ризик* – це ризик втрат реальних активів внаслідок збитків власності, а також втрат доходу через недієздатність організації (стихійні лиха, пожежі, злочинні дії, прийняття неблагонадійного законодавства, недієздатність ключових спеціалістів і т.д.). Цей ризик може призвести лише до збитків.

Враховуючи характерні особливості діяльності об'єктів можна виділити такі ризики:

- *виробничий* (пов'язаний з виробничою діяльністю, в результаті якої неефективно використовується сировина, використовуються нові методи виробництва, росте собівартість продукції, або з можливістю невиконання суб'єктом економічної діяльності своїх зобов'язань щодо контракту чи договору з іншим суб'єктом економічної діяльності);

- *фінансовий* (ризик, що виникає за фінансового підприємництва чи фінансових операцій тоді, коли в ролі товару виступають або грошові кошти, або валюта, або цінні папери; пов'язаний з можливістю невиконання суб'єктом економічної діяльності своїх фінансових зобов'язань перед інвестором внаслідок використання для фінансування діяльності кредиту);

- *інвестиційний* (пов'язаний з можливістю знецінювання інвестиційно-фінансового портфеля, який складається як з власних цінних паперів, так і з позичених);

- *ринковий* (пов'язаний з можливим коливанням ринкових відсоткових ставок як національної грошової одиниці, так і курсів іноземних валют);

- *портфельний* (полягає у ймовірності втрати за окремими типами цінних паперів, а також за всіма категоріями кредитів). Портфельні ризики поділяються на фінансові, ризики ліквідності, систематичні та несистематичні.

На практиці виділяють класифікацію ризику цінних паперів:

- 1) ризик падіння загальноринкових цін;
- 2) ризик інфляції;
- 3) галузевий ризик;

## Моделі сталого розвитку

---

- 4) фінансовий ризик;
- 5) ризик ліквідності;
- 6) систематичний та несистематичний.

**Фінансовий ризик** пов'язаний з грошово-фінансовою сферою й призводить до загрози грошових втрат підприємцем, банком, підприємством. Водночас, фінансовий ризик ділиться на *валютний, кредитний, інвестиційний*.

*Валютний ризик* – це ризик фінансових втрат внаслідок зміни курсу валют. Коли курс валют занижений, тоді підвищується ефективність експорту і відбувається приплив іноземного капіталу. У випадку підвищеного курсу валют вигідним стає імпорту, а ефективність експорту знижується. Валютний ризик має три різновидності: ризик операцій, ризик переказу, економічний ризик.

*Ризик операцій* – це ймовірність валютних втрат за операціями в іноземній валюті. Ризик операцій виникає через невизначеність вартості в національній валюті операції в майбутньому. Для експортера ризик операцій виникає за падіння курсу валюти з моменту підписання договору до отримання платежу. Для імпортера ризик операцій виникає за зростання курсу валюти з моменту підтвердження замовлення до дати платежу. Страхуванням від цього виду ризику можуть бути форвардні контракти і їх інструменти, валютні ф'ючерси, опціони, свопи, споти.

Приклад 3.1.1. Компанія продала за кордон металопродукцію на суму 323 тис. доларів. На момент підтвердження замовлення обмінний курс долар/фунт стерлінгів був 1,9 доларів за 1 фунт стерлінгів. На момент оплати, що відбувся через два місяці, курс становив 2,02 доларів за 1 фунт стерлінгів. Обчислити в фунтах стерлінгів отримані засоби і прибуток (або втрати).

### ◆Розв'язування

Курс долара щодо фунта стерлінгів знизився, тому фінансовий стан компанії обтяжений ризиком операцій. Компанія продала продукції на суму  $323000 : 1,9 = 170000$  фунтів стерлінгів. Отримала  $323000 : 2,02 = 159901$  фунтів стерлінгів. Отже, вона недоотримала  $170000 - 159901 = 10099$  фунтів стерлінгів. ◆

Приклад 3.1.2. Компанія закупила в фірми “Brother” (Японія) швейне обладнання на 20 млн. ієн. На момент доставки обмінний курс становив 120 ієн за 1 американський долар, а на момент оплати – 116 ієн. Обчислити в доларах вартість угоди, сплачені засоби і суму переоплати.

### *Розділ 3. Моделювання економічних процесів*

#### *◆Розв'язування*

У зв'язку зі зростанням курсу ієни фінансовий стан компанії обтяжений операційним ризиком. Компанія планувала заплатити  $20000000:120=166666,7\$,$  а змушена була сплатити  $20000000:116=172413,8\$.$  Отже, компанія переплатила  $5747,1\$.$  ◆

*Ризик переказу* полягає в ймовірності різної вартості активів й пасивів в бухгалтерському обліку. Якщо курс іноземної валюти, в якій виражені активи фірми, знижується, то вартість таких активів зменшується.

*Економічний ризик* полягає в тому, що змінюється вартість товару зі зміною курсу валют.

Приклад 3.1.3. Компанія експортує товари в різні країни. Собівартість одиниці товару 8,5 фунтів стерлінгів, а продає вона його по 10. Курс обміну фунта стерлінгів з часом зростає по щодо інших валют. В найближчий час очікують його зміцнення. Проаналізувати ситуацію на наявність економічного ризику.

#### *◆Розв'язування*

У зв'язку зі зростанням курсу фунта стерлінгів компанія обтяжена економічним ризиком. Якщо фунт стерлінгів зміцниться, тоді, можливо, зменшиться попит і прибутки. У випадку, коли курс фунта стерлінгів щодо євро зросте від 1,28 до 1,45 за 1 фунт стерлінгів, то громадянин, наприклад, Франції буде платити не 12,8, а 14,5 євро. Якщо попит знизиться, то це призведе до зменшення експорту. Тому компанія повинна зменшити ціну виробу, наприклад, до 9,5 фунтів стерлінгів, незважаючи на зменшення прибутку одиниці товару. ◆

*Кредитний ризик* — це ймовірність невиконання фірмою своїх фінансових зобов'язань перед інвестором чи кредитором. При розрахунку нарощеної суми потрібно постійно враховувати інфляцію, так як інфляція в Україні стала невід'ємним елементом економічної діяльності. Нарощена сума визначається формулою:

$$S = S_0 \left( \frac{1+i}{1+h} \right)^n,$$

де  $S$  — нарощена сума на кінець терміну сплати кредиту з урахуванням інфляції;  $S_0$  — початкова сума боргу;  $i$  — відсоткова ставка;  $h$  — темп інфляції;  $n$  — термін позики в роках.

*Інвестиційний ризик* — це ризик втрати вкладеного капіталу й сподіваного доходу. Інвестиційна діяльність в усіх її формах та видах обтяжена ризиком, ступінь якого збільшується з переходом до ринко-

## Моделі сталого розвитку

---

вої економіки. Зростання ступеня ризику в сучасних умовах пов'язане з невизначеністю та швидкими динамічними змінами в економічній ситуації країни загалом і на інвестиційному ринку зокрема; розширюються пропозиції для інвестування приватизованих об'єктів; з'являються нові емітенти і фінансові інструменти тощо. Види інвестиційних ризиків досить різноманітні та численні:

- *ризиків щодо сфери прояву:*
  - економічний — спричинений можливими змінами економічних чинників;
  - політичний — спричинений можливими обмеженнями інвестиційної діяльності, які викликані змінами державною політичного курсу;
  - соціальний — спричинений можливими незапланованими соціальними програмами;
  - екологічний — спричинений можливими екологічними катастрофами та лихами;
  - інші види ризиків (рекет, крадіжки майна);
- *ризиків щодо форми інвестування:*
  - ризик реального інвестування. Цей ризик спричинений невдалим місцем розташування об'єкта, що будується; невчасним постачанням будматеріалів, обладнання; вибором некомпетентного підрядника; різким зростанням цін на інвестиційні товари;
  - ризик фінансового інвестування. Цей ризик спричинений фінансовими труднощами чи навіть банкрутством емітентів; незапланованими змінами щодо умов інвестування; неправильним підбором фінансових інструментів для інвестування;
- *ризиків щодо джерел виникнення:*
  - систематичний (ринковий). Це ризик спричинений факторами, на які інвестор не може вплинути при виборі об'єктів інвестування (зміна стадій економічного циклу країни чи кон'юнктурних циклів розвитку інвестиційного ринку; зміни в податковому законодавстві);
  - несистематичний. Це ризик властивий певному об'єкту інвестування внаслідок некваліфікованого керівництва об'єктом інвестування; посилення конкуренції; нераціональної структури інвестованих засобів. Його можна уникнути при ефективному управлінні інвестиційним проектом.

**Банківський ризик** — це загроза втрати банком частини своїх ресурсів, недоодержання доходів чи одержання додаткових витрат у результаті здійснення фінансових операцій. У банківській сфері ризик



### ***Розділ 3. Моделювання економічних процесів***

присутній у всіх видах операцій, тільки він може виникати в різних масштабах. Тому діяльність банку має спрямовуватись на не запобігання ризику, а на їхнє передбачення і зниження до мінімального рівня.

Основні види ризиків, які можуть впливати на діяльність банків:

1) кредитний — пов'язаний з можливістю невиконання позичальником основної суми боргу і відсотків згідно з договором;

2) відсотковий — пов'язаний з можливістю втрат при непередбачених для банку відсоткових ставок і значного зменшення маржі;

3) валютний — пов'язаний з несприятливим впливом на банк динаміки курсів валют;

4) депозитний — пов'язаний з достроковими вимогами повернення вкладів з банків;

5) лізинговий. Лізинг — це здача в оренду різних видів технічних засобів, будинків і споруд за посередництвом лізингової компанії; громадянсько-правовий договір, за яким орендавець зобов'язується придбати у власність вказане орендарем майно у визначеного ним продавця і надати орендарю це майно за плату в тимчасове користування для підприємницьких цілей. Цей ризик може спричинитися неправильною оцінкою платоспроможності лізингодержувача, неякісним обладнанням, що ввійшло в лізингову угоду, недотриманням строків поставки обладнання та ін.;

6) ринковий — ризик на ринку цінних паперів за операціями з цінними паперами. Він може спричинитися коливаннями ринкової відсоткової ставки національної грошової одиниці чи іноземної. Щоб запобігти цьому ризику необхідно систематично проводити аналіз дохідності цінних паперів та перевіряти структуру портфеля. Більшу частку портфеля цінних паперів доцільно зберігати в довгострокових облігаціях, зрівноважених цінними короткостроковими паперами, за відсутності цінних паперів із середніми строками;

7) факторинговий — пов'язаний з договорами за якими одна сторона (фінансовий агент) передає або зобов'язується передати іншій (клієнту) грошові кошти замість грошової вимоги клієнта (кредитора) до третьої особи (боржнику), що впливає з представлення клієнтом товару, виконання робіт або надання послуг третій особі, а клієнт поступається або зобов'язується поступитися фінансовому агенту на цю грошову вимогу;

## Моделі сталого розвитку

8) ризик андеррайтингу — ризик залишитися банку з пакетом акцій, які виставлялись на ринку, але не були продані, що призводить до потреби банку в ресурсах (гарантування випуску цінних паперів);

9) країний — ризик банків, що прямо чи опосередковано займаються діяльністю, пов'язаною із обслуговуванням зовнішньої торгівлі й іноземних інвестицій. Цей ризик пов'язаний з політичними та економічними змінами в країні, які можуть вплинути на здатність країни, компаній та інших позичальників відповідати за зобов'язаннями зовнішнього боргу. На основі даних національної статистики розраховуються показники, що оцінюють країний ризик (таблиця 3.1.1). В таблиці  $CBK_3$  — сукупні витрати країни за обслуговування свого зовнішнього боргу;  $B_{\Pi}$  — відсоткові платежі;  $O_E$  — обсяг експорту;

Табл. 3.1.1 Показники, що оцінюють країний ризик

Назва показника	Формула	Нормальне значення
Показник обслуговування зовнішнього боргу	$K_1 = \frac{CBK_3}{O_E} \cdot 100\%$	Оптимальне $\leq 10\%$ Прийнятне $\leq 25\%$
Показник обслуговування відсоткових виплат	$K_2 = \frac{B_{\Pi}}{O_E} \cdot 100\%$	Не повинно перевищити 15-20%

10) економічний — пов'язаний із загальними змінами в економіці. Це ризик неінформованості банку, фірми, підприємства, підприємця щодо внутрішніх і зовнішніх ситуацій, які впливають на них. Економічний ризик породжує зниження конкурентоздатності, довгострокову рентабельність, зміну вартості активів і пасивів підприємств через майбутні зміни курсів валют. Цей ризик є прогнозованим;

11) демографічний — пов'язаний з різницею інтересів окремих груп населення. Потрібно його враховувати при стратегічному плануванні банків, компаній;

12) ризик репутації — цей ризик також суттєво впливає на доходи банку, тому що через підірвану репутацію він втратить потенційних клієнтів.

13) ризик ліквідності. Ліквідність — це можливість швидкого перетворення активів підприємств, торгово-посередницьких організацій на кошти для своєчасного погашення своїх боргових зобов'язань. Ризик ліквідності полягає в небезпеці затримки такого перетворення.

### ***Розділ 3. Моделювання економічних процесів***

Під ліквідністю банку розуміють здатність своєчасно забезпечувати виконання своїх обов'язків. Якщо банком були вкладені певні засоби в активи, для яких спостерігається спад ліквідності, то вимушений продаж одного з активів може принести банку збитки. Тому необхідно постійно здійснювати аналіз впливу окресленого виду ризику на операції банку. З метою контролю за станом ліквідності встановлені нормативи поточної, миттєвої й довгострокової ліквідності. Ці нормативи встановлюються в певних розмірах і обчислюються за формулами:

$$H_{\Pi} = \frac{LA_{\Pi}}{3B_{\Pi}} \cdot 100\%, \quad H_M = \frac{LA_M}{3B_M} \cdot 100\%, \quad H_{ДВ} = \frac{K_{ДВ}}{K + 3Д} \cdot 100\%$$

де  $LA_{\Pi}$  — ліквідні активи;  $3B_{\Pi}$  — зобов'язання до вимоги на термін до 30 днів;  $LA_M$  — сума високоліквідних активів банку;  $3B_M$  — сума зобов'язань банку за квитанціями до вимоги;  $K_{ДВ}$  — кредити, видані банком з терміном погашення понад один рік;  $K$  — капітал банку;  $3Д$  — зобов'язання банку з терміном погашення понад один рік.

***Підприємницький ризик.*** Окремо можна виділити види підприємницького ризику, який, водночас, поділяється на:

- *ризик помилкової стратегії* — пов'язаний з існуванням сильних конкурентів, що займаються такою ж діяльністю. Конкуренція створює механізм економічного змагання, заставляє підприємців переглядати свою стратегію. Помилкова стратегія може призвести до банкрутства;

- *ризик вибору товарів і споживачів* (сегмента ринку) — пов'язаний з маркетинговою діяльністю, вимагає від виробників товарів і послуг своєчасної реакції на зміни ситуації на ринку;

- *ризик неправильної оцінки кон'юнктури ринку* — пов'язаний з неврахованим співвідношенням попиту й пропозиції, потенційної місткості ринку, ступеня конкуренції, цінової політики тощо;

- *ризик інфляції* зумовлює зростання цін на сировину, напівфабрикати, комплектуючі вироби, зміни темпів зростання заробітної платні. Цей вид ризику призводить до зменшення закупівельних можливостей через підвищення рівня цін і недостатній рівень зарплати;

- *ризик транспортування сировини і готової продукції* — пов'язаний з існуючою небезпекою псування, часткового пошкодження чи втратою сировини й готової продукції внаслідок перевезень вантажів транспортом: автомобільним, морським, річковим, залізничним, повітряним і т.д.;

- *ризик нестабільності податкового законодавства, кредитно-грошової політики, митних правил* тощо. Ці нестабільності, зміни,

## Моделі сталого розвитку

---

виправлення і доповнення, які постійно вносяться, позбавляють підприємців впевненості в надійності своєї діяльності.

### 3.1.3. Загальні принципи аналізу ризику

Дієвим інструментом у прийнятті рішень на макро- та мікроекономічному рівнях, в бізнесі (в галузі маркетингу, менеджменту) є аналіз, оцінка та врахування економічного ризику. За допомогою цього механізму аналіз проєктів стає глибшим, а інвестиційні (інноваційні) рішення — ефективнішими.

Аналіз ризику можна провести, загалом, в такій послідовності [4]:

1. Виявлення внутрішніх і зовнішніх факторів, що збільшують або зменшують конкретний вид ризику.
2. Аналіз виявлених факторів.
3. Оцінка конкретного виду ризику з фінансової сторони з використанням двох підходів:
  - а) визначення ліквідності (фінансового стану) проєкту;
  - б) визначення ефективності вкладень фінансових засобів (економічної доцільності).
4. Встановлення допустимого рівня ризику.
5. Аналіз окремих операцій за вибраним рівнем ризику.
6. Розробка заходів зі зниження ризику.

Аналіз ризику можна провести якісно і кількісно.

При *якісному аналізі* визначаються фактори ризику, області ризику, етапи та роботи, при виконанні яких виникає ризик, і після цього ідентифікуються всі можливі ризики. Тому цей аналіз вимагає ґрунтовних знань, досвіду та інтуїції в описуваній сфері.

При *кількісному аналізі* визначається кількісне (числове) значення розмірів окремих ризиків й ризику конкретного виду діяльності загалом.

#### **Якісний аналіз ризику**

Необхідність якісного аналізу ризику пов'язана з тим, що:

*по-перше*, ризик має бути обґрунтованим і не набувати характеру авантюри. Тому необхідно порівнювати сподівані позитивні результати з можливими економічними, соціальними як сьогоднішніми, так і майбутніми наслідками. Якщо ж аналіз та обґрунтування дій призводять до кращих наслідків, тоді ризикувати доцільно.

Причому розглядати проблеми ризику необхідно як за розробки стратегії, так і в процесі реалізації кожного етапу задач;

*по-друге*, ризик є тоді, коли існує зацікавленість в результатах

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

економічних рішень. Тому необхідно виявляти вплив рішень, що приймаються в умовах невизначеності, на інтереси суб'єктів економічного життя. Без врахування інтересів, без керування ними неможливі реальні якісні перетворення в соціально-економічному житті.

Отже, ризиковим ситуаціям властиві такі *риски* [8]: наявність альтернатив та необхідність вибору (відмова від вибору) однієї з них; наявність невизначеності; зацікавленість у результатах; можливість оцінити наявні альтернативи — прийняти рішення.

*Фактори*, що впливають на ступінь ризику, поділяють на дві групи: об'єктивні (зовнішні) і суб'єктивні (внутрішні).

*Об'єктивні фактори* — це фактори, які не залежать від суб'єктів прийняття рішень (підприємств, фірм, менеджерів). До них відносяться: суперечливість законодавства, роздутий управлінський апарат, інфляція, демографічна ситуація, конкуренція, корупція, політичні та економічні кризи, анархія, екологія, мита, податкова система, наявність режиму найбільшого сприяння, можлива робота в зоні вільного економічного підприємництва і т. д.

Об'єктивні фактори поділяють на дві групи: фактори прямого і опосередкованого впливу.

*Суб'єктивні фактори* — це фактори, які залежать від суб'єктів прийняття рішень. До них відносяться: технічне оснащення, кваліфікація менеджера, організація праці, ступінь зв'язків з іншими фірмами, вибір типу контрактів із замовником або інвестором, якість продукції, місце розташування підприємства і т. д. Від останнього фактора залежить ступінь ризику і величина нагороди після закінчення робіт.

Наведені вище обидві групи факторів тісно пов'язані між собою і мають спільні елементи. Тому їх необхідно розглядати як логічно взаємопов'язані.

Зі сказаного вище можна зробити висновки про об'єкт і суб'єкт ризику.

*Об'єктом ризику* є діяльність фірм різних видів, виробничих підприємств, банків, інвестиційних фондів, тобто діяльність виробників і підприємців.

*Суб'єктом ризику* є особа, що приймає рішення (менеджер, керівник). Від того, наскільки кваліфікованим і обґрунтованим є управлінське рішення, залежить ступінь ризику суб'єкта діяльності. Успіх у менеджменті можливий для тих, хто на високому професійному рівні вирішує завдання, що постають перед ним, хто має неординарне мислення, хто має змогу творчо застосувати знання в реальній економіч-

## Моделі сталого розвитку

---

ній і фінансовій ситуаціях.

Наприклад, проведемо якісний аналіз однієї ситуації ризику за схемою: сутність ризику, причини ризику, фактори ризику, способи зниження ризику [4].

- *Ризик, який пов'язаний з неукладанням договорів на реалізацію виробленої продукції.* В результаті цього проходить затоварення готовою продукцією, що призводить до погіршення фінансового стану.

- *Причини ризику* — зміна структури споживчого попиту на певний вид продукції; заповнення ринку продукцією конкурентів; моральний знос продукції; переорієнтація відомих виробників продукції; відсутність маркетингового аналізу ринку.

- *Фактори ризику* — технічний прогрес; непрозорість підписання договорів; зміна умов імпорту, що полегшує ввезення імпоротної продукції; активізація маркетингової діяльності конкурентів; збільшення конкурентів.

*Способи зниження ризику* — диверсифікація виробництва і збуту; створення на підприємстві системи баз даних про можливих споживачів продукції (їхню діяльність, наміри, тенденції розвитку тощо); активне використання всіх форм маркетингу; обмін акціями з традиційними споживачами; освоєння гнучких технологій виробництва.

### ***Кількісний аналіз ризику***

Для того щоб кількісно визначити ризик, необхідно знати всі можливі наслідки якої-небудь окремої дії і ймовірність самих наслідків.

Існують такі основні методи кількісного аналізу ризику:

- статистичний метод;
- метод аналогій;
- метод експертних оцінок;
- метод побудови дерева рішень;
- комбінований метод.

*Статистичний метод* — найпоширеніший метод в оцінюванні економічного ризику. Він застосовується за наявності статистичних даних щодо досліджуваного об'єкта. Кількісні оцінки отримуються за допомогою методів математичної статистики. Інструментами статистичного методу є: ймовірність, відносна частота, середнє значення, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, семіваріація, коефіцієнт варіації, коефіцієнт семіваріації. Суть статистичного методу полягає в тому, що вивчається статистика прибутків і втрат, які існують на окресленому або аналогічному виробництві, встановлюється величина

### *Розділ 3. Моделювання економічних процесів*

та частота отримання деякого економічного результату і складається найімовірніший прогноз на майбутнє.

Але дані, яких потребує статистичний метод, не завжди існують і їх нелегко зібрати. Інколи збір і обробка даних вимагають значних затрат коштів. В таких випадках можна скористатися іншими методами.

*Метод аналогій* використовує дані про наслідки впливу несприятливих факторів ризику на інші аналогічні або близькі проекти.

Наприклад, в країнах західної Європи страхові компанії регулярно публікують інформацію щодо тенденцій у найважливіших зонах ризику (природних катастроф) і значних збитків.

За використання аналогів застосовуються бази даних про ризик аналогічних проектів, дослідницьких робіт проектно-дослідних установ, поглиблених опитувань менеджерів проектів.

Використовуючи математичний апарат, отримані дані обробляють для виявлення залежностей і причин з метою врахування потенційного ризику за реалізації нових проектів.

Розрізняють такі етапи життєвого циклу проекту [4] (рис. 3.1.4): етап розробки, етап виведення на ринок, етап росту, етап зрілості, етап спаду.

Вивчивши життєві цикли проекту, можна вибрати відомості про реалізацію будь-якої частини проекту й зіставити причини перевитрат засобів.

Проте використовувати метод аналогій потрібно обережно, адже для більшості випадків негативних наслідків характерні певні особливості. Тому дуже важко створити передумови для майбутнього аналізу, тобто підготувати вичерпний і реалістичний набір можливих сценаріїв зривів проектів.

*Метод експертних оцінок* використовують, як правило, за відсутності статистичних даних, які необхідні для розрахунку відповідних кількісних показників або за відсутності аналогічних проектів. Для вибору проекту проводиться обробка думок кваліфікованих досвідчених спеціалістів — експертів (інвестиційних, страхових, фінансових менеджерів або аналітиків об'єкта ризику). Сильною стороною цього методу є те, що експерти можуть надійно розв'язувати складні проблеми, базуючись на неповних, неточних і навіть суперечливих даних.

Виділяють три типи експертного оцінювання:

- відкрите обговорення поставлених питань з наступним відкритим або закритим голосуванням;
- вільне висловлювання без обговорення і голосування;
- закрите обговорення з наступним закритим голосуванням або заповненням анкет експертного опитування.

## Моделі сталого розвитку



Характеристика стадій життєвого циклу

Диференціація	Значна	Понижується	Низька	Низька
Рівень продажу	Низький	Швидке зростання	Повільний	Спад
Прибуток	Збитки	Максимум	Спад	Низький
Клієнти	Новатори	Специфічний сегмент	Масовий ринок	Аутсайders
Конкуренція	Незначна	Зростаюча	Багато конкурентів	Спадна
Ціни	Диференціація	Диференціація	Стабільні	Захисна цінова політика
Номенклатура товару	Одна чи декілька	Швидке зростання	Декілька нових	Швидкий спад
Відповідні дії на кожній стадії				
Стратегія	Розширення ринку	Проникнення на нові ринки	Збереження частки ринку	Збільшення віддачі
Видатки на маркетинг	Високі	Високі	Знижуються	Низькі
Мережа збуту	Мала	Інтенсивна	Інтенсивна	Вибіркова
Ціни	Високі	Знижуються	Найнижчі	Зростають
Продукція	Основний тип	Унікальна	Диференціація	Рационалізація
Цільова група покупців	Першопрохідці	Перші послідовники	Аутсайders	Специфічна група
Стратегія розробки продукту	Перші на ринку	Йдемо за лідером	Рационалізація використання	Товари витісняються

Рис. 3.1.4. Модель стадій життєвого циклу проекту



### *Розділ 3. Моделювання економічних процесів*

Перший тип експертного оцінювання не завжди дає достовірні оцінки через те, що думка групи може знаходитися під впливом авторитарних, лідируючих учасників експертизи. Тому всій групі може бути нав'язана думка одного експерта.

Другий тип отримав назву методу колективної генерації ідей або „мозкової атаки”. Учасники висловлюють свої ідеї щодо варіантів розв'язування проблеми. Метод передбачає відсутність будь-якої критики, яка б не дозволяла формулювання ідей, а також вільну інтерпретацію ідей в рамках поставленої проблеми.

За допомогою цього методу успішно розв'язуються такі задачі управління ризиком:

- виявлення джерел і причин ризику, встановлення всіх можливих видів ризиків;
- вибір напрямів і шляхів зниження ризику;
- формування повного набору варіантів, що використовують різні способи зниження ризику і т. д.

До недоліків можна віднести значний рівень інформаційного шуму, що створюється тривіальними ідеями, спонтанний і стихійний характер генерації ідей.

Третій тип усуває недоліки першого і другого типів оцінювання. Кожному експерту надається перелік ризиків й пропонується оцінити ймовірність їх появи за такою системою оцінок:

0 — несуттєвий ризик;

25 — ризикова ситуація, ймовірніше, не наступить;

50 — про можливість ризикової ситуації нічого визначеного сказати неможливо;

75 — ризикова ситуація, ймовірніше, наступить;

100 — ризикова ситуація наступить, напевно.

Експерти працюють окремо. Щоб не допустити протиріччя в оцінках експертів, різниця між їхніми оцінками за будь-яким видом ризиків не повинна перевищувати 50. Оцінювання проходить анонімно. Після обробки інформації результат повідомляють кожному експерту, але не інформують яку оцінку хто дав, щоб уникнути домінуючої думки лідера. Потім експертизу повторюють.

*Метод побудови дерева рішень* полягає у тому, що в процесі підготовки рішення виділяють різні його варіанти, які можуть бути прийнятні.

Далі, зображаючи графічно можливі варіанти рішень, отримують дерево рішень, яке залежно від складності проблеми має різну кількість віток.

## Моделі сталого розвитку

---

Якщо рухатися від вихідної точки вздовж гілок дерева, можна різними шляхами досягнути будь-якої кінцевої точки. Гілкам дерева ставлять у відповідність об'єктивні або суб'єктивні оцінки можливих подій (експертні оцінки, розміри втрат і прибутків тощо). Тут враховують ймовірності можливих результатів. Таким чином, рухаючись вздовж віток дерев, оцінюють кожен шлях, а потім вибирають оптимальний шлях. Детальніший приклад розглянуто в наступному розділі.

На практиці можна застосувати і *комбінований метод*, тобто застосувати статистичний метод, метод експертних оцінок і метод аналогій.

### 3.1.4. Управління ризиком

Будь-яка економічна діяльність пов'язана з факторами випадковості, розпливчастості, неповноти інформації (невизначеності), тобто з ризиком. Тому паралельно із заходами проведення аналізу, оцінки ризику необхідно прогнозувати ризик і розсудливо реагувати на нього. Грамотний керівник повинен визначати шляхи зниження загрози втрат від ризиків, обирати найефективніші способи дій, що забезпечать прийнятний ступінь ризику, тобто управляти ризиком.

Процедура управління ризиком є важливою структурною складовою процесу прийняття вигідних рішень.

*Управління ризиком (ризик-менеджмент)* — це сукупність методів, прийомів, заходів, які покликані певною мірою прогнозувати настання ризикових ситуацій і вживати заходів до виключення чи зниження негативних наслідків таких подій.

Готових сценаріїв управління ризиком при прийнятті господарських рішень в конкретній фірмі немає і бути не може. Кожна фірма має свої цілі і на основі них виявляє ризики, яким вона може піддатися, визначає прийнятний рівень ризику, шукає способи зниження та уникнення ризиків. Ці дії називаються *системою управління ризиком* [8].

Складовими системи управління ризиком є (рис. 3.1.5):

- об'єкт управління (керована підсистема);
- суб'єкт управління (керівна підсистема).

*Об'єкт управління* — це безпосередньо ризик, ризиковані вкладення капіталу й економічні відносини між суб'єктами в процесі діяльності.

До них належать, наприклад, відносини між страховиком і страхувальником, позичальником й кредитором, між підприємцями (партнерами, конкурентами) і т.п.

*Суб'єкт управління* — це спеціальна група людей (наприклад,

### ***Розділ 3. Моделювання економічних процесів***

фінансові менеджери, фахівці зі страхування), що здійснює цілеспрямоване функціонування об'єкта управління, використовуючи різні прийоми і способи управлінського впливу.



*Рис. 3.1.5. Складові системи управління ризиком*

*Суб'єкт управління* — це спеціальна група людей (наприклад, фінансові менеджери, фахівці зі страхування), що здійснює цілеспрямоване функціонування об'єкта управління, використовуючи різні прийоми і способи управлінського впливу.

Розглянемо основні функції об'єкта управління:

- дозвіл ризику;
- ризиковане вкладення капіталу;
- робота зі зниження величини ризику;
- страхування ризиків;
- економічні відносини і зв'язки між суб'єктами діяльності.

До основних функцій суб'єкта управління відносяться:

- прогнозування — це здатність передбачати певну подію. Для цього необхідно відчувати ринковий механізм, мати інтуїцію, вміння знаходити гнучкі оперативні рішення;
- організація — це об'єднання людей, що спільно реалізують програму ризикованого вкладення капіталу на основі певних правил й процедур (створення органів управління, установа зв'язку

## Моделі сталого розвитку

між управлінськими підрозділами, розробку норм, методик і т.п.);

- регулювання — це певний механізм впливу на об'єкт управління для досягнення стійкості цього об'єкта в ситуації ризику;
- координація — це дії, що налагоджують роботу всієї системи управління ризиком, апарату керування і фахівців;
- стимулювання — це спонукання фахівців до зацікавленості в результаті своєї роботи;
- контроль — це збір інформації про ступінь виконання визначеної програми з управління ризиком. Заключний етап контролю — аналіз результатів заходів щодо зниження ступеня ризику.

Процес управління ризиком здійснюється за тісної взаємодії об'єктів і суб'єктів управління. Остання може відбуватися лише за умови циркуляції певної інформації між суб'єктом та об'єктом управління (рис. 3.1.6). Інформаційне забезпечення включає різного роду і виду дані: статистичні, економічні, комерційні, фінансові і т. д.

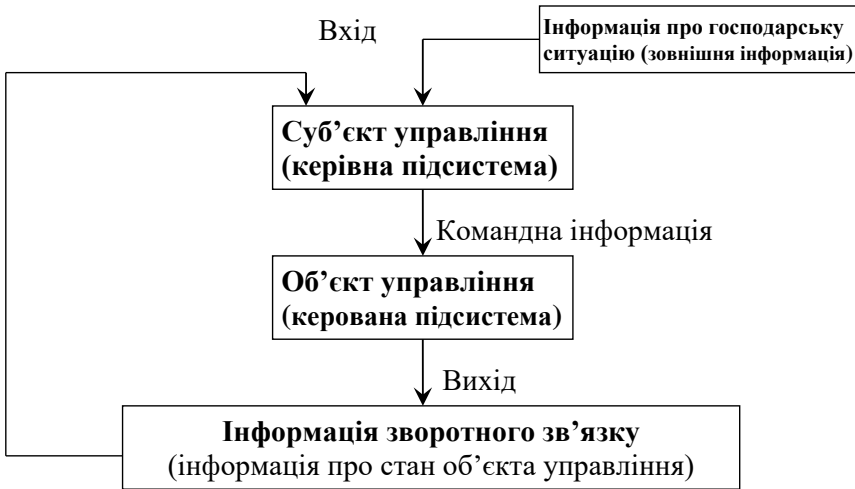


Рис. 3.1.6. Обмін інформацією в системі управління ризиками

Особа, яка приймає рішення при управлінні ризиком, повинна дотримуватися таких принципів:

1. Не можна ризикувати більше, ніж дозволяє власний капітал.
2. Не можна ризикувати великим заради малого.
3. Необхідно пам'ятати про наявність альтернативних рішень.
4. Необхідно заздалегідь думати про наслідки ризику.

### ***Розділ 3. Моделювання економічних процесів***

---

Загальну схему процесу управління ризиком можна представити таким чином (рис. 3.1.7) [9].

Як видно з блок-схеми, розрізняють наступні методи управління ризиком:

- уникнення;
- попередження;
- прийняття (збереження чи навіть збільшення);
- зниження (оптимізація) ступеня ризику.

*Уникнення ризику* — це відмова від реалізації певного заходу, обтяженого ризиком. Це може бути у випадку, коли рівень можливих втрат значно перевищує сподіваний прибуток. Це рішення є найпростішим в управлінні ризиком. Воно дозволяє уникнути можливих втрат, але, водночас, означає відмову від прибутку, що пов'язаний з ризиком невикористаних можливостей.

*Попередження ризику* — це відхилення від заходу, пов'язаного з ризиком. Наприклад, для банків засобами попередження ризику будуть: ненадання кредитів ризикованим клієнтам і керівництву банку, перегляд умов кредитування, контроль за виплатами кредитів.

*Прийняття ризику* — це залишення ризику на відповідальності особи, що приймає рішення. В цьому випадку повинні бути можливості покриття можливих збитків.

*Зниження ризику* — це зменшення розмірів можливих збитків чи імовірності настання несприятливих подій.

Розрізняють такі методи зниження ступеня ризику:

- диверсифікація;
- лімітування;
- самострахування;
- страхування;
- хеджування;
- здобуття додаткової інформації;
- розподіл ризику між учасниками проекту;
- одержання контролю над діяльністю в пов'язаних галузях;
- облік і оцінка частини використання специфічних фондів компанії в її загальних фондах та ін.

# Моделі сталого розвитку

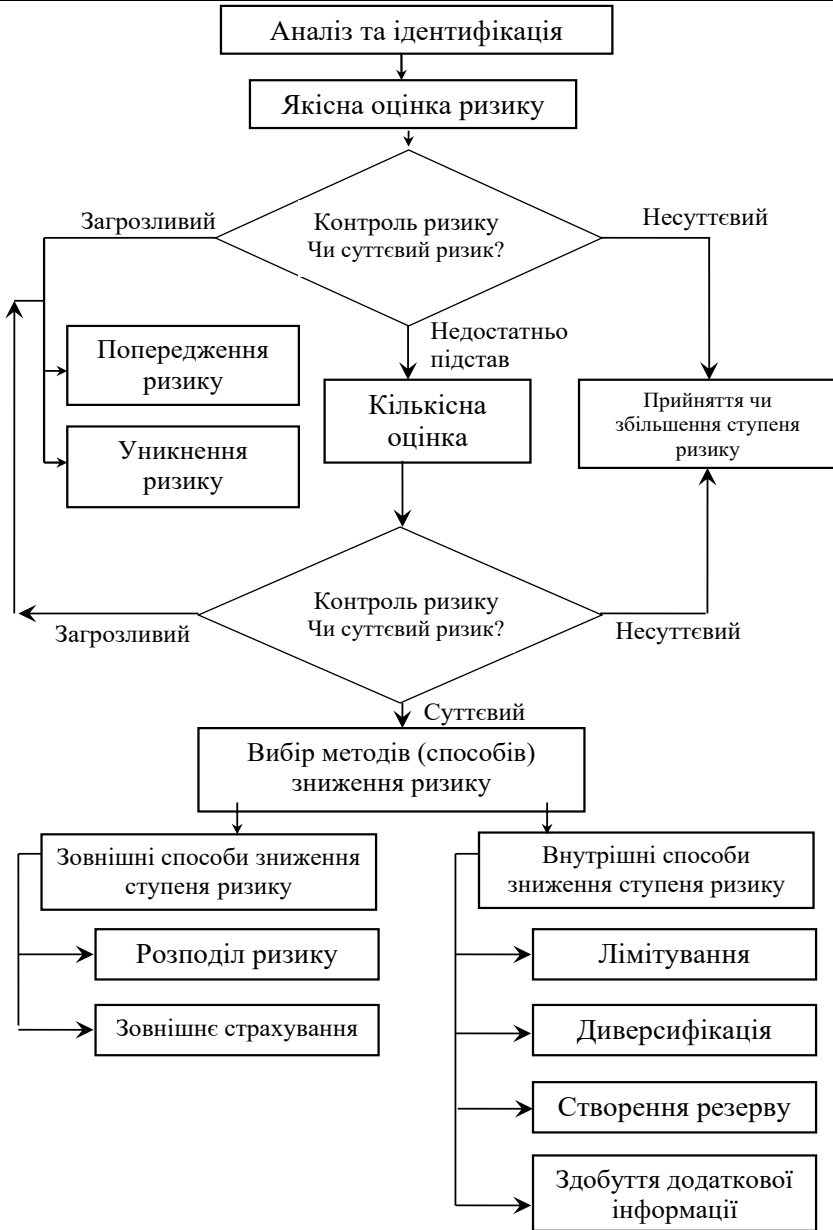


Рис. 3.1.7. Узагальнена блок-схема процесу управління ризиком

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

*Диверсифікація* — це процес розподілу капіталу між різними об'єктами вкладення, що безпосередньо не пов'язані між собою. На цій процедурі базують свою діяльність інвестиційні фонди. Вони продають клієнтам свої акції, а одержані кошти вкладають у різноманітні цінні папери, які приносять стійкий середній прибуток.

Прикладами диверсифікації можуть бути: диверсифікація різних видів діяльності; диверсифікація постачальників товарів; диверсифікація асортименту продукції, що випускається; диверсифікація портфеля цінних паперів; диверсифікація депозитного портфеля.

*Лімітування* — це обмеження граничних сум вкладення капіталу, продажу товарів у кредит, наданні позик, укладанні договору на овердрафт і т.д. Лімітування може включати максимальний обсяг закупівлі товарів в одного постачальника, максимальний розмір сукупних запасів товарів, максимальний розмір споживчого кредиту, наданого одному покупцю, мінімальний розмір обігових активів, граничний розмір використання позикових коштів в обігу, максимальний розмір депозиту розміщеного в одному комерційному банку.

*Самостраховування* — це створення резервних і страхових фондів в рамках самої фірми для оперативного подолання тимчасових утруднень фінансово-комерційної діяльності. Цей вид методу зниження є альтернативою страхуванню й доцільний тоді, коли вартість майна, що наражається на певний ризик, відносно невелика порівняно з майновими та фінансовими параметрами всього проекту.

*Страховування* — це відшкодування збитків за рахунок страхового фонду. Інвестор відмовляється від частини доходів, щоб уникнути ризику або звести його до нуля. Страховик, водночас, бере на себе відповідальність за ризик. Він має компенсувати наслідки реалізації цього ризику в розмірі, що не перевищує страхової суми. Страхова сума є мірою зобов'язань з боку страховика. Таким чином, реалізується ризикова функція страхування.

*Хеджування* — це страхування учасників комерційної угоди від ризику втрат, пов'язаних з можливою зміною цін (курсів валют, відсоткових ставок) за час її реалізації. Принцип операції „хеджування” полягає в тому, що, купуючи товар (цінні папери) постачанням у майбутньому періоді, підприємство, водночас, здійснює продаж ф'ючерсних контрактів на аналогічну кількість товарів (цінних паперів) [8]. Якщо воно понесе фінансові втрати через зміну ринкових (біржових) цін, як покупець реального товару (конкретних видів цінних

## Моделі сталого розвитку

---

паперів), то одержить вигреш у таких же розмірах, як продавець ф'ючерсних контрактів на нього.

Загальне хеджування всіх ризиків — це єдиний спосіб їх повністю уникнути. Одним з недоліків загального хеджування є досить великі витрати на комісійні брокерам і премії опціонів. Тому фінансові директори багатьох компаній віддають перевагу вибіркового хеджуванню. Якщо вони вважають, що курси валют чи відсоткові ставки зміняться несприятливо для них, то вони хеджують ризик, а якщо рух буде на їх користь — тоді ні. Це і є, власне, спекуляція.

*Здобуття додаткової інформації* є важливим засобом зниження ступеня ризику. Точність прогнозування майбутніх результатів залежить від повноти та достовірності інформації. Це робить інформацію цінним товаром. Вартість його розраховується як різниця між сподіваною вартістю придбання певного товару (вкладення капіталу), коли є повна інформація, та вартістю, коли інформація неповна.

*Розподіл ризику між учасниками проекту* є дієвим способом його зниження. Він полягає в розподілі ризику між учасником і виконавцем проекту або між продавцем й покупцем. Переважно стосунки між учасником і виконавцем проекту базуються на договірних стосунках. Тому при підписанні договору домовляються про всі штрафні санкції, які будуть пред'являтися підрядчику за невиконання його договірних зобов'язань. Отже, ризик буде розподілений між учасниками договору і буде, певним чином, компенсований. В цьому випадку ініціатором розподілу ризику виступає виконавець проекту, оскільки він є виробником і зацікавлений в тому, щоб всі підзвітні йому особи своєчасно та якісно виконали свої зобов'язання.

Якщо ризик розподіляється між продавцем і покупцем, то обидві сторони є ініціаторами ризику. Продавець хоче, щоб його товар купили, а покупець хоче, щоб товар був якісним. Тому при укладенні договору або контракту кожна із сторін намагається розподілити ризик таким чином, щоб для неї він був найменшим. Прикладом описуваного способу зниження ризику є коносамент. Це транспортний документ, за умовами якого ризик за транспортування і втрату якості товару при транспортуванні від продавця до покупця бере на себе транспортна фірма.



### **3.2. Система показників кількісного оцінювання ступеня ризику**

#### **3.2.1. Ймовірнісний підхід до оцінювання ризику**

Для кількісного визначення величини ризику, необхідно знати всі можливі наслідки якої-небудь окремої події і ймовірність її настання. Під ймовірністю слід розуміти можливість отримання певного результату. Щодо економічних задач методи теорії ймовірностей зводяться до визначення ймовірності настання події і до вибору з можливих подій найоптимальніших (найраціональніших) подій (результатів, рішень, проектів, стратегій).

Ймовірність настання події може бути визначена об'єктивним і суб'єктивним методами.

*Об'єктивний метод* визначення ймовірності базується на обчисленні частоти, з якою відбувається подія (статистична ймовірність). Припустимо відомо, що при вкладенні капіталу в який-небудь захід прибуток в сумі 20 тис. грн. отримано в 40 випадках із 100, тоді ймовірність отримання такого прибутку дорівнює 0,4:

$$W(A) = \frac{M}{N} = \frac{40}{100} = 0,4,$$

де  $A$  — випадкова подія, яка полягає у тому, що при вкладенні капіталу в захід буде отримано прибуток в сумі 20 тис. грн.;  $M$  — число всіх фактичних появ події  $A$ ;  $N$  — число усіх випадків вкладень капіталу.

Ця ймовірність є об'єктивною, тому що вона визначена на підставі фактичних даних.

Якщо не існує подібної статистики в минулому, тоді неможливо розрахувати ймовірність об'єктивним методом і необхідними є суб'єктивні критерії.

*Суб'єктивна ймовірність* є припущенням щодо певного результату. Це припущення базується на міркуваннях або особистому досвіді експерта з оцінки. Коли ймовірність визначається суб'єктивно, то різні люди можуть встановлювати різне її значення для однієї і тієї ж події і, таким чином, робити різний вибір. Наприклад, якщо певний захід має проводитися перший раз у відповідному районі, тоді суб'єктивній ймовірності можна надати занадто велике значення. Різна інформація або різні можливості оперувати з однією і тією ж інформацією можуть пояснити, чому суб'єктивні ймовірності варіюють.

Як об'єктивна, так і суб'єктивна ймовірності використовуються при визначенні показників абсолютного та відносного вимірювання ризику.

### 3.2.2. Ризик в абсолютному виразі

В абсолютному виразі міра ризику може визначатися як добуток ймовірності невдачі (небажаних наслідків) на величину цих небажаних наслідків (збитки, платежі), які мають місце в окресленому випадку:

$$W = p_H \cdot x,$$

де  $W$  — величина ризику;  $p_H$  — ймовірність небажаних наслідків;  $x$  — величина цих наслідків.

В окремих випадках, наприклад, у страхуванні, міру ризику визначають як ймовірність настання небажаних наслідків:

$$W = p_H.$$

*Середнє сподіване значення* (математичне сподівання), пов'язане з невизначеною ситуацією, є середньозваженою всіх можливих результатів, де ймовірність кожного результату використовується як частота або вага відповідного значення:

$$\bar{x} = M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad (3.2.1)$$

де  $X$  — економічний показник (дискретна випадкова величина);  $x_i$  — значення  $i$ -го результату;  $p_i$  — ймовірність настання  $i$ -го результату.

Середнє сподіване значення вимірює результат, який очікується в середньому.

Формула (3.2.1) застосовується у випадку, коли результати мають певні значення (є дискретною випадковою величиною). Проте коли результати набувають значень з інтервалу  $[a, b]$  (є неперервною випадковою величиною), середнє сподіване значення обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = M(X) = \int_a^b x f(x) dx, \quad (3.2.2)$$

де  $X$  — неперервна випадкова величина;  $f(x)$  — щільність розподілу ймовірності (диференціальна функція розподілу).

Приклад 3.2.1. Відомо, що при вкладанні капіталу в варіант  $A$  з 150 випадків прибуток 10000 грн. був в 60 випадках (ймовірність 0,4), прибуток 13400 — 78 випадках (ймовірність 0,52), прибуток 28500 грн. — в 12 випадках (ймовірність 0,08). При вкладанні капіталу в варіант  $B$ : прибуток 12500 грн. був в 30 випадках із 120 (ймовірність 0,25), прибуток 14000 грн. — в 54 випадках (ймовірність 0,45), прибуток 25000 грн. — в 36 випадках (ймовірність 0,3). Визначити сподіване значення прибутку за варіантами  $A$  та  $B$ .

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

◆ Розв'язування

Дані занесемо у таблицю:

Варіант вкладен- ня капіталу	Ймовірні наслідки					
	1		2		3	
	імовірність	прибуток	імовірність	прибуток	імовірність	прибуток
<i>A</i>	60 : 150 = 0,4	10000	78 : 150 = 0,52	13400	12 : 150 = 0,08	20500
<i>B</i>	30 : 120 = 0,25	12500	54 : 120 = 0,45	14000	36 : 120 = 0,3	25000

Поклавши в основу розрахунків формулу (3.2.1) сподівані значення прибутків для варіантів *A* та *B*:

$$x_A = 10000 \cdot 0,4 + 13400 \cdot 0,52 + 20500 \cdot 0,08 = 12608 \text{ грн.}$$

$$x_B = 12500 \cdot 0,25 + 14000 \cdot 0,45 + 25000 \cdot 0,3 = 16925 \text{ грн.}$$

Сума сподіваного прибутку для варіанту *B* є більшою, ніж для *A*. На перший погляд можна вибрати варіант *B*, оскільки сума сподіваного прибутку є більшою, ніж за *A*. Але порівнюючи два варіанти, бачимо, що при вкладанні в *A* величина прибутку коливається від 10000 до 20500 грн., а в *B* — від 12500 до 25000 грн. ◆

Середнє сподіване значення є узагальненою величиною, тому для кінцевого вибору варіанта необхідно обчислити коливання (мінливість) можливого результату.

Колівання можливого результату є мірою відхилення сподіваного значення від середньої величини. На практиці застосовують два показники: *дисперсію (варіацію)* і *стандартне відхилення (середньоквадратичне відхилення)*.

*Дисперсія (варіація,  $\sigma^2(X)$ )* є середньою зваженою з квадратів відхилень дійсних результатів від середнього сподіваного. Вона характеризує розсіювання значення випадкового параметра від його середнього прогнозованого значення й обчислюється за формулою:

$$\sigma^2(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot p_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i - \bar{x}^2. \quad (3.2.3)$$

Для неперервної величини  $x$  на інтервалі  $[a, b]$  маємо:

$$\sigma^2(X) = \int_a^b (x - M(X))^2 f(x) dx \cdot$$

*Стандартне відхилення ( $\sigma(x)$ )* дорівнює квадратному кореню з дисперсії:

$$\sigma(X) = \sqrt{\sigma^2(X)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot p_i}. \quad (3.2.4)$$

## Моделі сталого розвитку

Стандартне відхилення показує максимально можливе коливання певного параметра від його середньо сподіваної величини та дозволяє оцінити ступінь ризику з погляду ймовірності його здійснення (чим більша величина числової характеристики, тим ризикованішим є рішення).

Якщо вважати, що є два проекти перший і другий в які можна вкласти кошти і вони у визначений момент в майбутньому забезпечують випадкові величини прибутку, то при відповідних середніх сподіваних значеннях  $\bar{x}_1$  та  $\bar{x}_2$  і дисперсіях  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$  при  $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$  і  $\sigma_1 < \sigma_2$  кращим є проект перший.

В загальному випадку, коли  $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ ,  $\sigma_1 > \sigma_2$  або  $\bar{x}_1 < \bar{x}_2$ ,  $\sigma_1 < \sigma_2$  однозначного рішення немає. Інвестор може вибрати проект з більшим сподіваним прибутком, але пов'язаним із великим ризиком, або варіант з меншим сподіваним прибутком, але менш ризикованим. Досліджувану ситуацію можна показати на графіку, де кожен вид вкладень представлено точкою з координатами  $(\sigma_i; \bar{x}_i)$  (рис. 3.2.1). Чим більший сподіваний ефект, тим вище розміщена точка, чим більший ризик — тим точка розташована правіше.

Очевидно, що досвідчений інвестор віддасть перевагу проекту 1, а не 2 і 3. Також віддасть перевагу проекту 4, а не 2. Проте залежно від схильності до ризику залежить вибір проектів 1, 4 або 5.

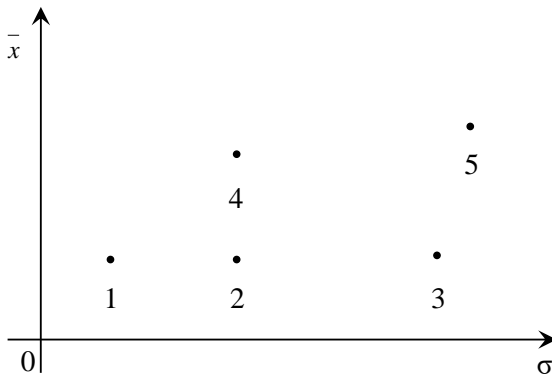


Рис. 3.2.1. Діаграма взаємозв'язку ризику і прибутку

Приклад 3.2.2. Для даних прикладу необхідно оцінити ризик варіантів через дисперсію і стандартне відхилення.

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

#### ◆Розв'язування

Визначимо дисперсію і стандартне відхилення за формулами (3.2.3), (3.2.4).

Для варіанта *A*:

$$\sigma_A^2 = (10000 - 12608)^2 \cdot 0,4 + (13400 - 12608)^2 \cdot 0,52 + (20500 - 12608)^2 \times 0,08 = 2720666 + 4982693 + 326177 = 8029536 \text{ грн.}^2$$

$$\sigma_A = 2834 \text{ грн.}$$

Для варіанта *B*:

$$\sigma_B^2 = (12500 - 16925)^2 \cdot 0,25 + (14000 - 16925)^2 \cdot 0,45 + (25000 - 16925)^2 \times 0,3 = 4895156 + 3850031 + 19561688 = 28306875 \text{ грн.}^2$$

$$\sigma_B = 5320 \text{ грн.}$$

Отже, при вкладанні капіталу у відповідні варіанти маємо:

варіант *A* –  $\bar{x} = 12608$  грн.,  $\sigma^2 = 8029536$  грн.<sup>2</sup>,  $\sigma = 2834$  грн.

варіант *B* –  $\bar{x} = 16925$  грн.,  $\sigma^2 = 28306875$  грн.<sup>2</sup>,  $\sigma = 5320$  грн.

Як бачимо, варіант *B* має більше сподіване значення прибутку, але він є ризикованішим, ніж *A*. Який варіант вибрати — це залежить від конкретної людини. Заповзятлива особа віддасть перевагу більшому сподіваному значенню прибутку і стандартному відхиленню, а консервативніша – вибере варіант *A*. ◆

Підхід, що ґрунтується на використанні дисперсії і стандартного відхилення, вважається *класичним*. У дисперсії та стандартному відхиленні ризик визначається через відхилення відповідних показників випадкової величини від їхнього середнього сподіваного значення (математичного сподівання). Зауважимо, що за такого визначення міри ризику однаково трактуються як додатні (сприятливі), так і від'ємні (несприятливі) відхилення від  $\bar{x}$ .

Проте, якщо існує від'ємне відхилення, тоді відповідне сподіване значення результату нижче від середнього сподіваного. Це означає несприятливу ситуацію. Додатне відхилення водночас вказує на те, що сподіване значення результату вище від середнього сподіваного. Це є сприятлива ситуація для особи, що приймає рішення.

Ризик, насамперед, пов'язаний з несприятливими ситуаціями. За цієї причини за міру ризику часто вибирають *семіваріацію* (неокласичний підхід до оцінювання ризику). Її обчислюють за формулою:

$$SV = \frac{1}{P^-} \sum_{i=1}^n d_i^2 p_i, \quad (3.2.5)$$

де  $p_i$  – ймовірність настання *i*-го результату;  $d_i$  – від'ємні відхилення

## Моделі сталого розвитку

---

дійсних результатів від середнього сподіваного, тобто:

$$d_i = \begin{cases} 0, & x_i \geq \bar{x}, \\ x_i - \bar{x}, & x_i < \bar{x}, \end{cases} \quad (3.2.6)$$

де  $x_i$  – значення  $i$ -го результату;  $\bar{x}$  – середнє сподіване значення;  $P^-$  – сума ймовірностей, для яких  $d_i$  від'ємні.

Квадратний корінь із семіваріації називається *семіквадратичним відхиленням*:

$$SSV = \sqrt{SV}. \quad (3.2.7)$$

Зрозуміло, що чим більшою буде величина  $SV$  чи  $SSV$ , тим більшим буде ступінь ризику.

### 3.2.3. Ризик у відносному виразі

У відносному виразі ризик визначається, наприклад, як величина можливих збитків, віднесена до деякої бази, за яку найзручніше приймати або майно підприємця, або загальні витрати ресурсів на відповідний вид підприємницької діяльності, або ж сподіваний дохід (прибуток) від конкретного підприємництва.

Для підприємства (корпорації) за базу визначення відносної величини ризику беруть вартість основних фондів та обігових засобів або планові сумарні затрати на вказаний вид ризикової діяльності, маючи на увазі як поточні затрати, так і капіталовкладення чи розрахунковий дохід тощо.

Співвідношення максимально можливого обсягу збитків та обсягу власних фінансових ресурсів інвестора є мірою (оцінкою) ризику, що веде до банкрутства. Ризик вимірюється за допомогою коефіцієнта:

$$W = \frac{x}{K}, \quad (3.2.8)$$

де  $W$  – коефіцієнт ризику;  $x$  – максимально можливий обсяг збитків (грн.);  $K$  – обсяг власних фінансових ресурсів із врахуванням точно відомих надходжень коштів (грн.).

Дослідження ризикових заходів дозволяє зробити висновок, що оптимальний коефіцієнт ризику складає 0,3, а коефіцієнт ризику, який веде до банкрутства інвестора, – 0,7 і більше.

У відносному виразі ризик також вимірюють за допомогою *коефіцієнта варіації*. Він є відношенням стандартного відхилення до середнього сподіваного значення:

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

$$V = \frac{\sigma}{x}. \quad (3.2.9)$$

Коефіцієнт варіації – відносна величина, тому на його розмір не впливають абсолютні значення досліджуваного показника. З допомогою цього показника можна порівнювати навіть коливання показників, виражених в різних одиницях виміру. Діапазон зміни  $V$  від 0 до 1. Чим більший коефіцієнт, тим більший розкид значень показників і тим ризикованішим є оцінюваний проект.

Встановлена така якісна шкала різних коефіцієнтів варіації:

до 0,1 — слабе коливання; 0,1–0,25 — помірне; понад 0,25 — високе.

Відповідно, чим вище коливання, тим більший ризик.

Якщо, наприклад, у двох альтернативних проектів  $A$  і  $B$  виявиться, що  $V_A < V_B$ , то перевагу слід надати проекту  $A$ , який обтяжений меншим ризиком.

Для випадку  $\bar{x}_A > \bar{x}_B$  та  $\sigma_A > \sigma_B$ , або  $\bar{x}_A < \bar{x}_B$  та  $\sigma_A < \sigma_B$ , і при цьому  $V_A = V_B$ , треба враховувати схильність (несхильність) суб'єкта приймати ризиковані рішення.

В неокласичному підході до оцінювання ризику за аналогією з коефіцієнтом варіації існує *коефіцієнт семіваріації*:

$$CSV = \frac{SSV}{x}, \quad (3.2.10)$$

де  $SSV$  — семіквадратичне відхилення.

Коефіцієнт семіваріації у ряді випадків дозволяє краще оцінити ступінь ризику. Це доцільно, зокрема, тоді, коли зовнішнє економічне середовище, фактори ризику, характерні для аналізованого проекту, відзначаються динамізмом.

Таким чином, система показників кількісної оцінки ризику включає абсолютні і відносні величини (табл. 3.2.1).

*Табл. 3.2.1. Система показників кількісної оцінки ризику*

Показник	Формула
<i>Абсолютне вимірювання ризику</i>	
Абсолютна величина ризику	$W = p_H \cdot x,$ <p style="text-align: center;">де <math>W</math> — величина ризику;  <math>p_H</math> — ймовірність небажаних наслідків,  <math>x</math> — величина цих наслідків</p>

## Моделі сталого розвитку

Середнє сподіване значення (математичне сподівання)	$\bar{x} = M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i,$ <p>де <math>x_i</math> — значення <math>i</math>-го результату;  <math>p_i</math> — ймовірність настання <math>i</math>-го результату</p>
Дисперсія (варіація)	$\sigma^2(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot p_i$
Стандартне відхилення (середньоквадратичне відхилення)	$\sigma(X) = \sqrt{\sigma^2(x)}$
Семіваріація	$SV = \frac{1}{P^-} \sum_{i=1}^n d_i^2 p_i,$ <p>де <math>p_i</math> — ймовірність настання <math>i</math>-го результату;  <math>d_i</math> — від'ємні відхилення дійсних результатів від середнього сподіваного, тобто</p> $d_i = \begin{cases} 0, & x_i \geq \bar{x}, \\ x_i - \bar{x}, & x_i < \bar{x}, \end{cases}$ <p><math>P^-</math> — сума ймовірностей, для яких <math>d_i</math> від'ємні</p>
Семіквадратичне відхилення	$SSV = \sqrt{SV}$
<i>Відносне вимірювання ризику</i>	
Коефіцієнт ризику	$W = \frac{x}{K},$ <p>де <math>x</math> — максимально можливий обсяг збитків (грн.);  <math>K</math> — обсяг власних фінансових ресурсів з врахуванням точно відомих надходжень коштів (грн.)</p>
Коефіцієнт варіації	$V = \frac{\sigma}{x}$
Коефіцієнт семіваріації	$CSV = \frac{SSV}{x}$



## Розділ 3. Моделювання економічних процесів

### 3.2.4. Використання нерівності Чебишева

Дисперсія неповністю характеризує ступінь ризику, але вона дозволяє в деяких випадках досить чітко визначити граничні шанси менеджера (інвестора, підприємця) при прийнятті економічних рішень. Теоретична основа для цього закладена в нерівності Чебишева: ймовірність того, що випадкова величина  $R$  відхилиться від свого математичного сподівання  $m$  за абсолютною величиною більше від додатного числа  $\delta$ , не перевищує її дисперсії, поділеної на  $\delta^2$ :

$$P(|R - m| > \delta) \leq \frac{V}{\delta^2}, \quad (3.2.11)$$

де  $R$  – випадкова величина;  $m$  – її математичне сподівання;  $V = \sigma^2$  – дисперсія випадкової величини;  $\delta$  – величина відхилення випадкової величини від її математичного сподівання.

Оскільки  $p \leq 1$ , то очевидно, що  $\frac{V}{\delta^2} \leq 1$ , а отже,  $V \leq \delta^2$ .

Розглянемо деяку економічну ситуацію. Нехай інвестиції здійснюються за рахунок кредиту, взятого під відсоток  $r_s$  під заставу нерухомості. Знайдемо ймовірність того, що інвестор не зможе повернути борг і позбудеться своєї нерухомості.

Нехай  $R$  – випадкова величина ефективності вкладень із математичним сподіванням  $m$  і дисперсією  $V$ . Тоді ймовірність банкрутства – це ймовірність того, що випадкова величина набуде свого значення, яке відповідає умові:

$$R < r_s. \quad (3.2.12)$$

В цьому випадку значення ймовірності буде дорівнювати:

$$\begin{aligned} P(R < r_s) &= P(R - m < r_s - m) = P(m - R < m - r_s) = \\ &= P(|R - m| < m - r_s) \leq \frac{V}{(m - r_s)^2} \dots \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Із проведених алгебраїчних перетворень випливає, що шанс збанкрутувати не перевищує  $\frac{V}{(m - r_s)^2}$ . Тут треба мати на увазі, що раціонально вкладати під кредит можна тільки тоді, коли  $m > r_s$ , а умова (3.2.12) виконується лише тоді, коли дисперсія не дуже велика, зокрема  $V \leq (m - r_s)^2$ .

Для того, щоби при виконанні цих умов, шанс банкрутства був не більше 1 з 9, треба щоби виконувалася нерівність:

$$\frac{V}{(m - r_s)^2} \leq \frac{1}{9}. \quad (3.2.14)$$

Звідси випливає, що  $3\sigma \leq m - r_s$  або

$$m \geq r_s + 3\sigma. \quad (3.2.15)$$

Таким чином, нами отримано правило трьох сигм.

Тут, як один із параметрів ризику, у системі кількісної його оцінки, виступає ймовірність несприятливої події  $p_H = \sigma^2/\delta^2$  поряд з дисперсією. В зазначеному випадку  $p_H \leq 1/9$ . Інколи суб'єкта прийняття рішення не задовольняє величина  $p_H$  і тоді її встановлюють на рівні 0,001.

### 3.2.5. Крива ризику

В попередньому розділі були введені поняття безризикової зони, а також зони допустимого, критичного, катастрофічного ризику. Далі опишемо показники ризику, виходячи з цих понять.

Найповніше уявлення про ризик дає так звана крива розподілу ймовірностей втрат. Ця крива є графічним зображенням залежності ймовірності втрат від їх рівня, що показує наскільки ймовірно виникнення втрат.

Розглянемо прибуток як випадкову величину і побудуємо криву розподілу ймовірностей отримання його певного рівня (рис. 3.2.2).

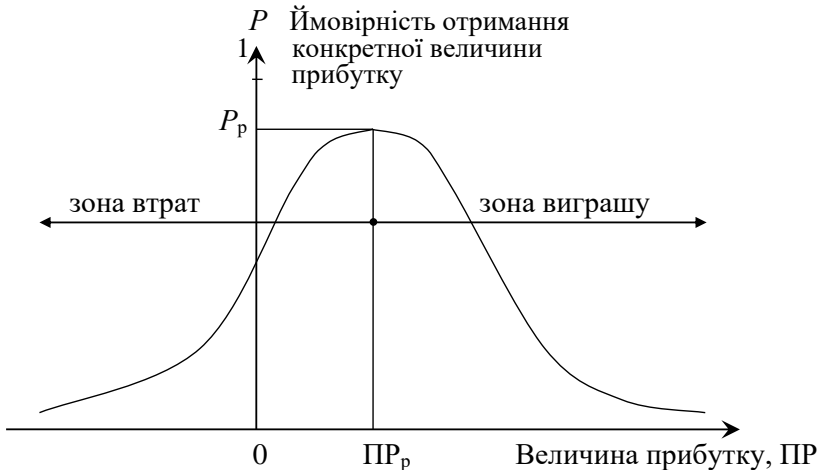


Рис. 3.2.2. Крива розподілу ймовірностей отримання прибутку

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

При побудові цієї кривої використаємо такі припущення:

1. Найімовірнішим є отримання прибутку, що дорівнює розрахунковому прибутку –  $PP_p$ . Ймовірність  $P_p$  отримання такого прибутку є максимальною, за цієї причиною значення  $PP_p$  можна вважати математичним сподіванням прибутку. Значення ймовірностей відхилення від розрахункового прибутку монотонно спадають при рості відхилень, тому що ймовірність отримання прибутку, який є більшим або меншим від розрахункового, є нижчою, чим більше такий прибуток відрізняється від розрахункового.

2. Ймовірність надзвичайно великих втрат, майже дорівнює нулю, тому що реальні втрати мають верхню межу (за виключенням тих, які не оцінюються кількісно).

3. Втратами прибутку  $\Delta PP$  вважається відхилення розрахункового прибутку  $PP_p$  від реального прибутку  $PP$ :

$$\Delta PP = PP_p - PP.$$

Прийняті припущення є дещо умовні, тому що вони можуть не виконуватись для всіх видів ризику. Проте загалом ці припущення правильно відображають закономірності зміни ризику, особливо в підприємстві. Базуються вони на гіпотезі, що прибуток як випадкова величина підпорядкована нормальному або близькому до нормального закону розподілу.

Маючи криву розподілу ймовірностей отримання прибутку та зони ризику, побудуємо криву розподілу ймовірностей можливих втрат прибутку. Цю криву називають *кривою ризику*. Вона є попередньою кривою, але побудованою в іншій системі координат (рис. 3.2.3).

На кривій розподілу ймовірностей можливих втрат прибутку виділяють чотири характерні точки.

Точка 1 відповідає ймовірності нульових втрат прибутку ( $\Delta PP = 0$  і  $P = P_p$ ). Ймовірність нульових втрат є максимальною, що впливає з наведених вище припущень. Проте вона є меншою за одиницю.

Точка 2 відповідає ймовірності повної втрати прибутку, яку позначимо  $P_d$  ( $\Delta PP = PP_p$  і  $P = P_d$ ).

Точки 1 і 2 є границями зони допустимого ризику.

Точка 3 відповідає ймовірності здійснення втрат, що дорівнюють сумі величини розрахункового прибутку і величини засобів, що вкладені в справу, тобто величині розрахункового виторгу  $BP$  ( $\Delta PP = BP$  і  $P = P_{кр}$ ). Ймовірність таких втрат  $P_{кр}$ .

Точки 2 і 3 є границями зони критичного ризику.

## Моделі сталого розвитку

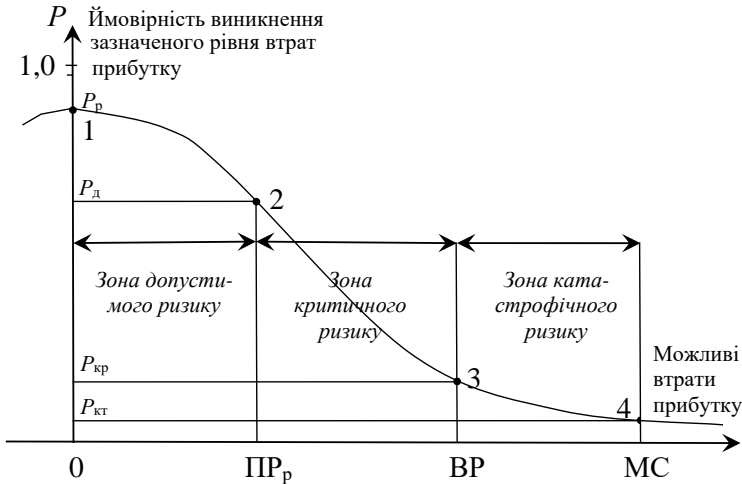


Рис. 3.2.3. Крива ризику

Точка 4 відповідає ймовірності здійснення втрат, що дорівнюють майновому стану суб'єкта господарювання ( $\Delta PP = MS$  і  $P = P_{кт}$ ), ймовірність яких дорівнює  $P_{кт}$ .

Точки 3 і 4 визначають границі зони катастрофічного ризику.

Втрати, що перевищують майновий стан, неможливо утримати, тому вони не розглядаються.

За допомогою кривої ризику можна робити висновки про сподіваний ризик. Якщо при оцінці ризику можливо побудувати не всю криву ймовірностей ризику, а лише встановити її чотири характерні точки (найімовірніший рівень ризику і ймовірності допустимої, критичної і катастрофічної втрат), то задачу такої оцінки можна вважати успішно завершеною. Проте, без сумніву, добре мати ще й проміжні значення.

За допомогою кривої ризику можна визначити ймовірність втрат, що знаходяться в певних інтервалах. Наприклад, підприємець знає, що ризик втратити 2000 грн. при підписанні контракту для нього становить 0,1, але його цікавить з якою ймовірністю він може втратити від 2000 до 3000 грн.

За існування кривої ймовірності втрат прибутків можна відповісти на це запитання шляхом знаходження середнього значення ймовірності в заданому інтервалі.

За допомогою кривої ризику можна також визначити ймовірність

### Розділ 3. Моделювання економічних процесів

втрата, що знаходяться в певних «напівінтервалах». Досить часто, в процесі прийняття рішень про допустимість і доцільність ризику, необхідно знати не тільки ймовірність певного рівня втрат, але і ймовірність того, що втрати не перевищать деякий рівень. Ймовірність того, що витрати не перевищать певний рівень, називається показником *надійності, впевненості*. Між показниками ризику й надійності існує зв'язок.

Показники ризику  $P_p$ ,  $P_d$ ,  $P_{кр}$  та  $P_{кт}$  дозволяють виробляти судження й приймати рішення про здійснення підприємництва. Але для такого рішення недостатньо оцінити значення показників (ймовірностей) допустимого, критичного й катастрофічного ризику. Наприклад, підприємець знає, що він втратить 20 тис. грн. з імовірністю 0,15, то це ще не означає, що можна йти чи не йти на ризик.

Для прийняття остаточного рішення треба ще встановити або прийняти граничні величини цих показників, вище яких вони не повинні підніматися, щоб не потрапити в зону надмірного, неприйняттого ризику.

Позначимо граничні значення ймовірностей виникнення допустимого, критичного й катастрофічного ризику відповідно  $\Gamma_d$ ,  $\Gamma_{кр}$  та  $\Gamma_{кт}$ . Визначення величин граничних рівнів ризику є досить складною проблемою. Величини цих показників, звичайно, має встановлювати й рекомендувати прикладна теорія підприємницького ризику [10], але й сам підприємець має право визначати свої власні граничні рівні ризику, які він не має наміру перевищувати.

На думку авторів [10, 11], можна орієнтуватися на граничні значення показників ризику  $\Gamma_d=0,1$ ,  $\Gamma_{кр}=0,01$  та  $\Gamma_{кт}=0,001$ . З цього випливає, що якщо в 10 випадках зі 100 можна втратити весь прибуток, в одному випадку зі ста втратити витрати, а в одному випадку з тисячі втратити майно, то потрібно відмовитися від підприємницького проекту, комерційної угоди, вкладання коштів.

Таким чином, суб'єкту діяльності можна ризикувати у таких випадках:

1. Якщо показник допустимого ризику не перевищує граничного значення ( $P_d < \Gamma_d$ ).
2. Якщо показник критичного ризику менший від аналогічного граничного показника ( $P_{кр} < \Gamma_{кр}$ ).
3. Якщо показник катастрофічного ризику не перевищує граничного значення ( $P_{кт} < \Gamma_{кт}$ ).

Отже, за оцінки ризику важливо побудувати криву ймовірностей можливих втрат або хоча б визначити зони й показники допустимого, критичного і катастрофічного ризику.

## Моделі сталого розвитку

---

Для побудови кривої ймовірностей можливих втрат використовують найчастіше способи, про які йшлося раніше: *статистичний, експертний, аналітичний*.

При статистичному способі збирається статистика втрат, яка мала місце в аналогічних видах діяльності, встановлюється частота появ певних рівнів втрат. Цю частоту, якщо зібраний масив даних достатній, прирівнюємо до ймовірності появ втрат і на їх підставі будуємо криву ризику. Частоту виникнення деякого рівня втрат обчислюємо шляхом ділення числа відповідних випадків на загальне число випадків, в які включаються і ті випадки, в яких втрат не було, а були прибутки. Якщо випадки з прибутками ми опустимо, то показники ймовірностей втрат будуть завищені.

При експертному способі експерти дають оцінки ймовірностей виникнення певних рівнів втрат, за якими знаходяться середні значення експертних оцінок, на підставі яких будується крива розподілу ймовірностей.

Інколи обмежуються експертними оцінками ймовірностей виникнення певного рівня втрат в чотирьох характерних точках, тобто визначаються показники найбільш можливих, допустимих, критичних і катастрофічних втрат (їх рівні та ймовірності). За цими чотирма точками орієнтовно будують всю криву розподілу втрат.

При аналітичному методі побудова кривої розподілу ймовірностей втрат і оцінки на цій підставі показників ризику базуються на теоретичних уявленнях.

## РОЗДІЛ 4.

### ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НА МЕЗО-, МАКРО- ТА МІКРОРІВНЯХ В УКРАЇНІ

#### 4.1. Економіко-математичне моделювання функціонування економічних систем на мезорівні та макрорівні

##### *4.1.1. Економіко-математичне моделювання взаємозалежностей між валовим внутрішнім продуктом України та її зовнішнім боргом*

Важливою характеристикою державних фінансів всіх країн є рівень зовнішнього боргу. Наразі поточний стан світової фінансової системи можна охарактеризувати як кризу надмірної заборгованості, що проявляється борговою кризою ЄС. Довгостроковим наслідком державного боргу є створення ним навантаження на Державний бюджет і на економічний розвиток в цілому.

Теоретичні та практичні аспекти проблеми ефективного управління суверенними боргами розглядаються у працях вітчизняних вчених Т. Вахненко, І. Рака, І. Лютого, А. Сігайова, Ю. Суботович, О. Чеберяко, В. Федосова, Б. Луціва та ін. Проте дані роботи носять описовий характер, що не дає можливості зробити прогноз величини валового зовнішнього боргу України.

Тому нами проаналізовано валовий внутрішній продукт та валовий зовнішній борг України та встановлено причинно-наслідкові зв'язки між зовнішньою заборгованістю та валовим внутрішнім продуктом з використанням економетричних моделей.

В управлінні зовнішнім боргом важливе значення має розрахунок коефіцієнтів платоспроможності держави та її ліквідної позиції. У міжнародній практиці для аналізу боргової безпеки держави Світовий банк пропонує використовувати мінімальну стандартну модель і відповідно до неї визначати основні боргові індикатори. Серед інших до них належать: відношення валового зовнішнього боргу до ВВП (EDT/GNP), яке показує загальний рівень боргової складової економіки; відношення загальних платежів на обслуговування боргу до експорту товарів і послуг (TDS/XGS) — коефіцієнт обслуговування боргу, що показує, яка частина валютних надходжень спрямовується на погашення боргу.

Особливою перешкодою для дослідження є те, що поширені на сьогодні результати статистичної оцінки динаміки державного боргу в Україні не мають єдиної статистичної чи аналітичної бази наскрізного дослідження всього періоду від проголошення незалежності України дотепер. Також деякі дані можуть бути недостовірними. До 1999 року борг обчислювався згідно методології МБРР, з 1999 року — згідно методології МВФ.

## Моделі сталого розвитку

---

У таблиці 4.1.1 наведені статистичні дані рівнів валового зовнішнього боргу України, державного та гарантованого державою боргу та валового внутрішнього продукту, вираженого в млрд. дол. США. Починаючи з 1992 року, в Україні спостерігається поступова активізація зовнішніх запозичень із офіційних джерел на міжнародних фінансових ринках. Упродовж 1993–1999 рр. обсяг загального зовнішнього боргу України щорічно збільшувався. Якщо у 1993 році він становив 3,8 млрд. дол. США, то у 1999 році — 13,5 млрд. дол. США, скоротився на 12% у 2000 році і становив 11,9 млрд. дол. США. З 2001 до 2007 рр. спостерігається позитивна динаміка його зростання, знизившись лише на 3% в 2005 році. У 1999 р. борг становив 20,5 млрд. дол. США. Якщо перерахувати валовий зовнішній борг згідно коефіцієнта  $k = \text{валовий зовнішній борг} / \text{ВВП} = 0,662$ , то він складе 16,55 млрд. дол. США. Протягом всього періоду 1999–2013 рр. спостерігається позитивна динаміка його зростання. Станом на 1 січня 2014 року, тобто за 2013 рік, борг становив 142,079 млрд. дол. США, збільшившись порівняно з початком року на 7,03 млрд. дол. США. Далі зовнішній борг одержав позитивну тенденцію до зменшення включно до 2018 р. — 114,71 млрд. дол. США, а в 2019 р. цей показник збільшився і був рівний 121,739 млрд. дол. США, у 2020 р. — 125,69 млрд. дол. США. Згідно динаміки зовнішнього боргу чітко простежуються чотири часові вітки: I — з 1999 по 2008 рр. і II — з 2009 по 2013 рр., III — з 2014 по 2018 рр. та IV — з 2019 по 2020 рр. На першій вітці з 2000 по 2004 рр. спостерігається плавне зростання боргу з 19,1 по 30,647 млрд. дол. США, проте 2005 рік є переломним, з якого починається стрімке, майже лінійне збільшення боргу у 2,6 рази з 39,619 по 101,659 млрд. дол. США у 2008 році. Поява другої вітки з 2009 року пов'язана з початком світової економічної кризи у 2008 році і зростанням курсу долара США з 5,05 до 7,7 грн за долар США. У 2009 році валовий зовнішній борг становив 103,396 млрд. дол. США, зростаючи щорічно на 10,4 млрд. дол. США до 135,049 млрд. дол. США у 2012 році по майже лінійній залежності. Аналогічна динаміка має місце і для валового внутрішнього продукту. З 1999 по 2004 рр. ВВП зростало циклічно, переломним є 2005 рік, з якого до 2008 року починається стрімке зростання ВВП по практично лінійній залежності на 31,42 млрд. дол. США щорічно. У 2009 році внаслідок кризи спостерігався стрибкоподібний спад виробництва ВВП на 35% в порівнянні з 2008 роком, після чого він почав зростати до 2012 року по практично лінійній залежності на 20,63 млрд. дол. США щорічно. З 2010 р. по 2013 р. спостерігається зростання ВВП України в доларовому еквіваленті, а у 2014 р. — різке зменшенні до 131,805 млрд. дол. США, а в 2015 — зменшення аж до



#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

90,615 млрд. дол. США у порівнянні з 182,026 млрд. дол. США у 2013 році. Тільки з 2015 року по теперішній час відбувається зростання ВВП України у доларовому еквіваленті на 15,001 млрд. дол. США в середньому щорічно.

*Табл. 4.1.1. Співвідношення обсягів валового зовнішнього боргу, державного та гарантованого державою боргу та валового внутрішнього продукту*

№ п/п	Роки	Валовий зовнішній борг, млрд. дол. США	Державний та гарантований державою зовнішній борг, млрд. дол. США	Валовий внутрішній продукт, млрд. дол. США
1	1996	9,2	8,9	43,155
2	1997	10,3	9,7	49,165
3	1998	12,4	11,6	29,937
4	1999	20,500	12,5	25,007
5	2000	19,100	10,4	31,295
6	2001	20,400	10,2	38,537
7	2002	21,645	10,2	42,347
8	2003	23,811	10,7	50,144
9	2004	30,647	12,1	64,928
10	2005	39,619	11,7	86,309
11	2006	54,512	11,2	107,753
12	2007	79,955	15,27	142,719
13	2008	101,659	18,5380	179,382
14	2009	103,396	26,5187	117,152
15	2010	117,346	34,7596	136,419
16	2011	126,236	37,4745	165,239
17	2012	135,049	38,5588	176,308
18	2013	142,079	37,5361	182,026
19	2014	126,308	38,7922	131,805
20	2015	118,729	43,4454	90,615
21	2016	113,518	45,6046	93,270
22	2017	116,578	48,9894	112,154
23	2018	114,710	50,4625	130,832
24	2019	121,739	48,9408	153,781
25	2020	125,690	53,7208	155,582

## Моделі сталого розвитку

---

Згідно моделей трендів, що описують динаміку величин у досліджуваному періоді обчислені прогнозні значення величин боргу і ВВП та межі, в яких вони можуть знаходитись з імовірністю  $p = 0,95$ . У таблиці 4.1.3 подані незміщені середньоквадратичні відхилення залишків моделей  $Se$ .

Враховуючи вище сказане, знайдено лінії трендів для величин валового зовнішнього боргу згідно джерел, валового внутрішнього продукту для кожної часової вітки окремо. Деякі статистично значущі моделі трендів наведені в таблиці 4.1.3, де  $t$  — часовий фактор,  $t = 1, 2, \dots$  від початку досліджуваного періоду,  $y_t$  — величини зовнішнього боргу та ВВП в період  $t$ . Як впливає з лінійних моделей темп щорічного зростання валового зовнішнього боргу, що становив 8,4105 млрд. дол. США у період 1999–2008 рр., збільшився на 14% і склав 9,591 млрд. дол. США у період 2009–2013 рр.

Валовий зовнішній борг в період 2009–2013 рр. може бути поданий також практично функціонально залежністю параболи

$$y_t = -0,9339t^2 + 15,195t + 89,595; R^2 = 0,9979.$$

За методикою світового банку (в залежності від дебітора) зовнішній борг держави складається з двох складових: прямого та гарантованого державного боргу (табл. 4.1.1) і приватного негарантованого довгострокового боргу. У період 1999–2008 рр. за нашими розрахунками частка державного та гарантованого державного боргу у валовому зовнішньому боргу спадає з 0,546 до 0,182, коливаючись в межах 0,26–0,3 у період 2009–2013 рр. Згідно лінійних моделей тренду (табл. 4.1.3) державний та гарантований державний борг щорічно зростав на 0,6636 млрд. дол. США в період 1999–2007 рр., на 3,7379 млрд. дол. США в період 2008–2013 рр. та на 2,1655 млрд. дол. США в період 2014–2020 рр.

Величина ВВП згідно лінійних моделей у період 1999–2008 рр. щорічно збільшувалась на 16,134 млрд. дол. США та на практично ту ж величину 16,964 млрд. дол. США у період 2009–2013 рр. Тренд ВВП в період 2009–2013 рр. може також бути поданий параболічною залежністю  $y_t = -3,2036t^2 + 36,185t + 82,113$ ;  $R^2 = 0,9854$ . Прогнозні значення ВВП згідно моделі такі: в 2014 р. — 183,893; в 2015 р. — 178,432; в 2016 р. — 166,563 млрд. дол. США.

Якщо проаналізувати показник відношення ВЗБ/ВВП у період 1993–1999 рр., то спостерігається стрімке зростання зовнішньої заборгованості України до 81,98 % ВВП. Однак починаючи з 2000 року її рівень відносно ВВП мав незмінну тенденцію до зменшення. 2006 рік

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

був переломним, у якому зовнішня заборгованість була мінімальною і рівною 45,9% ВВП. З 2007 по 2010 рік спостерігалось подальше зростання зовнішнього боргу до 88,2% ВВП (табл. 4.1.2). Динаміку відношення валового зовнішнього боргу до ВВП у період 1999–2008 рр. з високою достовірністю можна описати параболічною залежністю з мінімумом на 5–6 році після максимуму у 1999 році (табл. 4.1.3). У 2009 році спостерігалось стрибкоподібне зростання відношення до 88,3 % у зв'язку з спадом виробництва у 2009 році на 35 % при незначному зростанні валового зовнішнього боргу. У 2010 році цей показник склав 85 %, у 2011 — 76,4 %, у 2012 році — 76,6 %, у 2013 році — 78,3 %. З 2010 по 2013 рік динаміка спаду відношення аналогічна до попереднього періоду і теж описується параболічною залежністю. При допустимій нормі у 60 %, стає очевидно, що валовий зовнішній борг України перевищив цю межу, і якщо не застосувати термінових засобів для його зниження, він буде зростати і створить значні загрози для економічного зростання та підвищить імовірність майбутніх кризових явищ. Для розвинутих країн (Велика сімка) протягом 1999–2007 рр. показник поступово зростав від позначки 60 % до 80–90 %. Проте криза 2008 року призвела до його стрімкого зростання протягом останніх п'яти років з 83,2 до 124,8 % (+7 % ВВП щороку). Такий приріст, окрім збільшення безпосередньо суверенного боргу, підтримується ще й уповільненням економічного зростання в розвинутих країнах. Проблема зовнішнього боргу є характерною для багатьох країн світу. Для багатьох розвинутих країн світу у 2012 році, згідно даних МВФ, цей показник перевищив 100 %: у Японії — 238 %, у Греції — 147 %, в Італії — 127 %, в Португалії — 123 %, в Сінгапурі — 111 %, США — 107 %. Так, у США станом на 31.12.1018 р. процентне співвідношення валового зовнішнього боргу до ВВП було рівне 115 %, у Великій Британії на 31.12.1017 р. — 313 %, у Франції на 31.12.1017 р. — 213 %.

Аналіз відношення зовнішнього державного та гарантованого державою боргу до ВВП (табл. 4.1.2) показує, що його найбільше значення, що рівне 49,99 %, спостерігалось в 1999 р., зменшуючись до 10,36% у 2008 році по практично лінійній залежності (табл. 4.1.3). Згідно цієї моделі у період 1999–2007 рр. величина відношення щорічно зменшувалася на 3,18 %. У 2009 році державний зовнішній борг (у % до ВВП) різко зріс до 22,62 % (унаслідок кризи), збільшуючись до 25,48% у 2010 році, після чого почав спадати по практично лінійній залежності на 2,56 % щорічно, але значно виріс до 29,43 % у 2014 ро-

## Моделі сталого розвитку

ці, що було зумовлено нестабільністю економіки України у цей період. Далі цей показник зростав до 2017 р., у 2018–2019 рр. — спадав і знову зріс до 34,53 % у 2020 р.

Табл. 4.1.2. Таблиця відношення величини валового зовнішнього боргу до величини ВВП, у %

Рік	Валовий зовнішній борг / ВВП	Державний та гарантований державою борг / ВВП	Рік	Валовий зовнішній борг / ВВП	Державний та гарантований державою борг / ВВП
1996	21,32	20,62	2009	56,80	22,62
1997	20,95	19,73	2010	88,20	25,48
1998	41,42	38,75	2011	86,02	22,97
1999	81,98	49,99	2012	75,53	21,99
2000	61,03	33,23	2013	76,84	20,48
2001	53,6	26,47	2014	77,51	29,43
2002	52,94	24,09	2015	95,83	47,95
2003	51,11	21,34	2016	131,03	48,9
2004	47,49	18,64	2017	121,71	43,68
2005	47,20	13,56	2018	87,68	38,57
2006	45,90	10,40	2019	79,16	31,83
2007	50,59	10,70	2020	79,5	34,53
2008	56,02	10,36			

Таким чином можна припустити, що відношення валового зовнішнього боргу та державного зовнішнього боргу до ВВП носять циклічний характер. Перевірка достовірності такого аналізу можлива лише при більш довгостроковому періоді.

Зауважимо, що перевищення темпів приросту платежів по державному боргу над темпами збільшення виробництва ВВП означає, що стимулювання сукупного попиту за рахунок позик поки що дає негативний результат. Таким чином, локалізація боргового тягаря в такий спосіб (тобто спроба балансування бюджету на циклічній основі) не проявляється повною мірою.

Як зазначено в роботі Т. Вахненко, зовнішні позики, що мають тривалі строки повернення коштів, стають значним джерелом фінансування інвестиційної діяльності в економіці України. Поряд з цим, не

### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

варто переоцінювати роль зовнішніх позик у розв'язанні фундаментальних завдань економічного розвитку. Необхідні внутрішні джерела для інвестицій у національну економіку, а також створити загальні економічні умови для їх ефективного використання. Крім цього, автор також вважає необхідною умовою досягнення помірною дефіциту бюджету (до 2% ВВП) для утримування співвідношення державного боргу і ВВП на стабільному рівні.

*Табл. 4.1.3. Трендові моделі обсягів зовнішнього боргу та валового внутрішнього продукту*

Роки	Рівняння тренду	$R^2$	Точкові прогнози	$Se$	Інтервали прогнозування
<b>I — валовий зовнішній борг</b>					
1999–2008	а) $y_t = 8,4105t - 5,073$ ; б) $y_t = 1,7217t^2 - 10,528t + 32,804$ ; в) $y_t = 8,623t - 6,633$	0,7799 0,9891 0,8011			
2009–2013	а) $y_t = 9,591t + 96,132$ ;	0,9849			
2014–2020	а) $y_t = 1,1785t^2 - 9,4509t + 133,56$	0,8544			
2021			133,3768	1,0007	133,3761–134,3775
<b>II — тренд державного та гарантованого державою зовнішнього боргу</b>					
1999–2007	а) $y_t = 0,0871t^2 - 0,2071t + 10,199$ ; б) $y_t = 0,6636t + 8,6029$	0,9451 0,8684			
2008–2013	а) $y_t = -1,1008t^2 + 11,443t + 8,3745$ ; б) $y_t = 3,7379t + 18,648$	0,9715 0,8198			
2014–2020	а) $y_t = 2,1655t + 38,474$	0,8980			
2021			55,7980	4,5779	51,2201–60,3759

## Моделі сталого розвитку

Продовження табл. 4.1.3

Роки	Рівняння тренду	$R^2$	Точкові прогнози	$Se$	Інтервали прогнозування
<b>III — тренд валового внутрішнього продукту</b>					
1999–2008	а) $y_t = 16,134t - 11,894$ ; б) $y_t = 2,2038t^2 - 8,1084t + 36,59$ ;	0,8884 0,9945			
2009–2013	а) $y_t = 16,964t + 104,54$ ;	0,9385			
2014–2020 2021	а) $y_t = 3,7621t^2 - 1,696t + 135,55$ б) $y_t = -2,1375t^3 + 29,412t^2 - 109,33t + 212,5$	0,7552 0,9906	202,7564	24,495	178,2614– 227,2514
<b>IV — тренд відношення валового зовнішнього боргу до ВВП, у %</b>					
1999–2008	$y_t = 0,7303t^2 - 8,9988t + 74,887$	0,9467			
<b>V — тренд відношення зовнішнього державного боргу до ВВП, у %</b>					
2010–2013	а) $y_t = -2,563t + 28,12$	0,9687			
2014–2020	а) $y_t = 1,0144t^2 - 0,145t + 58,777$ б) $y_t = 0,8762t^3 - 11,911t^2 + 46,122t - 5,1376$	0,9417 0,9654			

\*Розраховано авторами

Враховуючи те, що частка ВВП використовується на погашення і обслуговування зовнішнього боргу, а також наявність з високим ступенем достовірності математичних залежностей (підтверженою значеннями коефіцієнтів детермінації і множинної кореляції), що описують динамічні ряди відношення валового зовнішнього боргу та зовнішнього державного боргу та гарантованого державою зовнішнього боргу до ВВП, доцільно було побудувати економіко–математичні мо-

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

делі залежності валового зовнішнього боргу від обсягів виробництва ВВП для трьох часових інтервалів з 1999 по 2008 рр., з 2009 по 2013 рр. та з 2014 по 2020 рр. Деякі статистично значущі економетричні моделі з найбільшим коефіцієнтом детермінації  $R^2$  наведені в таблиці 4.1.4. Тут  $y$  — величина валового зовнішнього боргу в млрд. дол. США,  $x$  — величина ВВП в млрд. дол. США. Можливість перевірки достовірності такого аналізу та встановлення чіткого кореляційного зв'язку між боргом та ВВП наведена в роботі Кучер Г. та Калитчук В.

*Табл. 4.1.4. Статистично значущі економіко–математичні моделі залежності валового зовнішнього боргу від валового внутрішнього продукту*

Роки	Вид моделі	Коефіцієнт детермінації $R^2$
<b>I — економетрична модель без зміщення</b>		
1999–2008	а) $y = 0,5498x - 1,06223$ ;	0,977
	б) $y = 0,0018x^2 + 0,2053x + 10,843$ ;	0,994
	в) $y = 13,923e^{0,0117x}$	0,984
2009–2013	а) $y = 0,5414x + 40,764$ ;	0,962
	б) $y = 0,0017x^2 + 0,0382x + 77,387$	0,964
	в) $y = 62,109e^{0,0045x}$	0,966
2014–2020	$y = -0,0002x^3 + 0,0701x^2 - 8,5032x + 450,57$	0,434
<b>II — модель з зміщеним лагом</b>		
1999–2008	$y_t = -16,80232 + 1,07X_{t-2}$	0,890
<b>III — модель з інструментальними змінними</b>		
1999–2008	$y_t = -8,04342 + 1,24 y_{t-1} + 0,16x_t$	0,970

Починаючи з 2000 року, обсяги виробництва ВВП починають збільшуватись поряд із подальшим нарощуванням заборгованості, що й відображено в моделях. Отже, можна припустити наявність певного часового лагу між зростанням боргу та зростанням ВВП. Для математичного обґрунтування лагу чи лагів ми розрахували взаємну кореляційну функцію  $r(\tau)$  для різних значень  $\tau$  (табл. 4.1.5), яка набуває найбільшого значення при  $\tau = 2$ .

Динамічна модель розподіленого лага в такому випадку набуде вигляду  $y_t = -16,80232 + 1,07x_{t-2}$ ,  $R^2 = 0,890$ , де  $y_t$  — величина зовнішнього боргу в млрд. дол. США в період  $t$ ,  $x_{t-2}$  — величина ВВП в млрд. дол.

## Моделі сталого розвитку

США в період  $t - 2$ . Розраховане значення коефіцієнта Дарбіна–Уотсона  $DW_{\text{експ}} = 0,7$  показало, що автокореляція існує на рівні довіри 95% і нічого не можна сказати про наявність автокореляції на рівні довіри 99%.

Табл.4.1.5. Розрахована величина взаємної кореляційної функції  $\tau$  для обсягу валового зовнішнього боргу

$\tau$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$r(\tau)$	0,94	0,94	0,95	0,91	0,84	0,84	0,88	0,90	0,95

Оскільки в розглянутій вище економетричній моделі є лагова пояснювальна змінна  $x_{t-2}$ , а також відсутнє повне уявлення про об'єкт і його інерційність, то ми застосували метод інструментальних змінних і отримали економетричну модель виду:

$$y_t = -8,04342 + 1,24y_{t-1} + 0,16x_t$$

з дуже високим коефіцієнтом детермінації  $R^2 = 0,97$ . Розраховане значення коефіцієнта Дарбіна–Уотсона  $DW_{\text{експ}} = 1,71$  показало, що автокореляція відсутня, дослідження параметрів моделі з допомогою критерію Стюдента показало їх достовірність на рівні довіри  $p = 0,95$ , а тому можна стверджувати, що економетрична модель з інструментальними змінними є адекватною. Згідно моделі збільшення ВВП на 1 млрд. дол. США приводить до збільшення валового зовнішнього боргу на 0,16 млрд. дол. США. Ця оцінка дуже близька до середнього значення витрат на обслуговування зовнішнього боргу до ВВП, що рівне 14,6%. Аналізуючи одержану модель, розраховану відповідно до статистичних даних 1999–2008 рр., можна зробити висновок, що зростання валового зовнішнього боргу на 1 млрд. дол. США у попередньому році зумовлює збільшення валового зовнішнього боргу у поточному році на 1,24 млрд. дол. США. Зауважимо, що наявне лагове зміщення між величинами ВВП та валового зовнішнього боргу України на 2 роки, розраховане у моделі із лаговими змінними.

На основі аналізу динаміки зовнішнього боргу та валового національного продукту України побудовані економіко–математичні моделі залежності валового зовнішнього боргу від валового внутрішнього продукту, в яких в якості фактора–аргументу розглядається валовий внутрішній продукт, а результативний показник — валовий зовнішній борг (державний зовнішній борг). Обґрунтовано і побудовано модель розподіленого лагу з запізненням у два роки та модель із інструментальними змінними. Представлено ряд моделей трендів динаміки величин зовні-



## ***Розділ 4. Економіко-математичне моделювання***

шнього боргу та ВВП України. Дані моделі використані для прогнозних розрахунків. Обрунтовано, що зростання та приріст ВВП має причинно-наслідковий зв'язок із зовнішнім державним боргом України. Наведено та побудовано модель розподіленого лагу часу із запізненням у два роки. Згідно економетричної моделі з інструментальними змінними підтверджується зростання валових зовнішніх боргових зобов'язань України, зумовлене новими запозиченнями та витратами на обслуговування поточних боргових зобов'язань. Показано, що валовий зовнішній борг зростає наряду із зростанням ВВП. При зростанні ВВП на 1 млрд. дол. США борг зростає приблизно на 0,54 млрд. дол. США щорічно. Це свідчить, з одного боку, про витрачання певного обсягу ВВП на погашення та обслуговування зовнішнього боргу, а з іншого боку, недостатньо ефективне використання ВВП для розвитку економіки України з метою зменшення її боргових зобов'язань. З метою усунення наявних проблем і негативних аспектів існування державного боргу необхідно здійснювати не тільки зважену боргову політику, а й багатосторонню економічну політику, що має здійснюватись у напрямках зменшення або повного усунення бюджетного дефіциту.

### ***4.1.2. Математичне моделювання впливу валового внутрішнього продукту та зовнішнього боргу України на рівень життя населення***

Як зазначено в указі Президента України «Про цілі сталого розвитку України до 2030 року», одними з основних завдань є «подолання бідності», «сприяння благополуччю для всіх». Тому одна з основних функцій держави — забезпечення соціальних гарантій, тобто забезпечення хоча би мінімальних потреб громадян для проживання.

Рівень життя у широкому розумінні визначає та оцінює реальні економічні джерела та соціально-правові гарантії забезпечення життєдіяльності населення. Тому у систему індикаторів для оцінки рівня життя населення включають макроекономічні показники (валовий внутрішній продукт, національний дохід, рівень інфляції) та показники матеріальної забезпеченості населення (мінімальна зарплата, прожитковий мінімум). З метою забезпечення нормального рівня життя держава визначає розмір прожиткового мінімуму. В Україні його визнано базовим державним соціальним стандартом. У зв'язку з існуванням часового лагу перетворення економічного зростання на зростання рівня життя та зменшення бідності, рівного 1–2 роки, такі дослідження стають особливо актуальними.

## Моделі сталого розвитку

---

Рівень мінімальної заробітної плати, що має бути вищим прожиткового мінімуму, значення середньої заробітної плати є одними із основних чинників соціально–економічного рівня життя людини та країни в цілому. Але це неможливо забезпечити без зростання валового внутрішнього продукту (ВВП) і відповідно підвищення національного доходу. Тільки за таких умов можна здійснювати необхідні інвестиції у соціальний, людський та фізичний капітал, реалізовувати відповідні заходи з метою підвищення життєвих стандартів. У зв'язку з цим постає проблема дослідження взаємозв'язків між валовим внутрішнім продуктом, що є макроіндикатором зростання економіки, та показниками якості життя населення.

Дослідження проблем рівня життя населення в Україні набуває дедалі більшого значення з погляду створення ефективно діючої соціальної політики. Оскільки негативні соціальні процеси можуть стати перешкодою економічному зростанню та стабільності в суспільстві, стале економічне зростання є обов'язковою передумовою для підвищення добробуту всіх груп населення. Слід відзначити, що аналізу стану економіки і соціальних стандартів життя (пенсійного забезпечення, прожиткового мінімуму, мінімальної зарплати) присвячено ряд робіт. Теоретичні та практичні аспекти даної проблеми аналізувались у працях А.О.Кравчук, В.В.Лаговського, В.О.Мандибури, В.В.Чабан, Н.П.Борецької, І.М.Бабака, О.Ф.Новікової та ін.

Рівень життя населення визначається реальними доходами, що одержують наймані працівники і підприємці. Тому досліджуються значення показників матеріальної забезпеченості населення, а саме мінімальної заробітної плати, середньої заробітної плати та прожиткового мінімуму, що повинен забезпечити хоча би мінімальні потреби працюючих осіб та їх сімей, тобто соціально–правові гарантії забезпечення життєдіяльності населення. З економічної точки зору показники матеріальної забезпеченості населення визначаються реальними економічними джерелами.

На нашу думку, аналіз економічних показників неможливий без економіко–математичного моделювання. Необхідно ефективно використовувється математичний апарат економетричного моделювання для встановлення кореляційно–регресійних залежностей між досліджуваними показниками та прогнозування їх значень. Необхідне продовження дослідження часових лагів, зокрема лагів перетворення економічного зростання на зростання рівня життя населення та зменшення бідності.

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

Для аналізу були використані статистичні дані таких досліджуваних показників: динаміка середньомісячної заробітної плати, мінімальної заробітної плати та прожиткового мінімуму в Україні за 1996–2020 рр.

Зауважимо, що з 1996 року по 2016 рік значення мінімальної заробітної плати та прожиткового мінімуму мали тенденцію до незначного зростання. Протягом 1996–2016 рр. значення мінімальної зарплати в середньому за рік зростало на 74,97 грн відповідно до наступної лінійної регресійної моделі

$$y = 74,97t - 290,72 \quad (R^2 = 0,9291),$$

де  $y$  — мінімальна заробітна плата,  $t$  — фактор часу.

Цій моделі відповідають дуже високі значення коефіцієнтів детермінації та множинної кореляції. Значення прожиткового мінімуму в середньому за рік зростало на 69,3 грн відповідно до лінійної моделі

$$y = 69,3t - 149,59 \quad (R^2 = 0,9473),$$

яка також обчислена з високим ступенем достовірності, де  $y$  — прожитковий мінімум,  $t$  — фактор часу.

Необхідно відмітити, що з 1996 по 2009 роки мінімальна заробітна плата була меншою за прожитковий мінімум. Це є негативним явищем, тому що мінімальна заробітна плата повинна перевищувати прожитковий мінімум для забезпечення нею відтворювальної функції людського ресурсу. У 2010–2011 рр. значення мінімальної зарплати дещо перевищували прожитковий мінімум; і протягом подальших років спостерігались незначні коливання, аж поки у 2017 р. мінімальна зарплата була збільшена практично у два рази до 3200 грн. Ця позитивна тенденція спостерігається також протягом останніх років. Хоча, на нашу думку, значення прожиткового мінімуму та мінімальної заробітної плати не є достатніми для відтворення та розвитку трудових ресурсів, дітей, підлітків та непрацюючого населення. Це зумовлено заниженим рівнем соціальних стандартів, неповним врахуванням потреб у продовольчих та непродовольчих товарах, великих термінах використання непродовольчих товарів, значним зростанням цін на всі товари, а особливо витрат на комунальні платежі, зростанням темпів інфляції та індексу споживчих цін.

Для детального аналізу можна використати також індекс Кейтца, який обчислюється як відношення мінімальної зарплати до середньої зарплати на одного працівника за місяць, відображене у відсотках. Цей показник відображає рівень соціальної нерівності у доходах пра-

## Моделі сталого розвитку

цюючого населення та є показником боротьби з бідністю. Чим вищий показник індексу Кейтца, тим кращий добробут населення. Протягом досліджуваного періоду його найменше значення було рівним 10,5% у 1997 р., а найбільше — відповідно 41,57% у 1999 р. та 41,52% у 2020 р. Відповідно до рекомендацій Міжнародної організації праці, індекс Кейтца має бути не меншим 50%, а за критеріями європейського союзу — не меншим 60%. Таким чином, мінімальна заробітна плата не може забезпечити повною мірою хоча би свої основні функції: відтворювальну, регулюючу, соціальну та стимулюючу. Це зумовлює необхідність подальшого її зростання.

Розглянемо динаміку середньої зарплати протягом кожного року. Використовуючи часовий тренд, можна зробити висновок, що протягом 1996–2016 рр. середня зарплата в середньому збільшувалась на 225, 31 грн.

$$y = 7225,31t - 906,62 \quad (R^2 = 0,9092),$$

де  $y$  — середня заробітна плата,  $t$  — фактор часу.

Таким чином, спостерігається більший темп зростання середньої заробітної плати, ніж мінімальної заробітної плати та прожиткового мінімуму. Зауважимо, що середня заробітна плата не повною мірою відображає добробут населення України, оскільки незначна частка працюючого населення отримує надзвичайно високі зарплати порівняно з більшою частиною громадян України. У 2017 р. при зростанні мінімальної зарплати у 2,22 рази, середня зарплата зросла у 1,87 рази порівняно з попереднім 2016 р. Аналізуючи динаміку середньої зарплати протягом 2017–2020 рр., спостерігаємо її зростання швидшими темпами. Відповідно до наступного часового тренду, середня зарплата збільшувалась в середньому на 843 грн щорічно.

$$y = 843t + 8113 \quad (R^2 = 0,8925),$$

де  $y$  — середня заробітна плата,  $t$  — фактор часу.

Динаміка мінімальної зарплати в гривнях з 1996 по 2017 рр. має тенденцію до зростання і в загальному описується квадратичною моделлю  $y = 7,2718t^2 - 29085t + 30000000$  ( $R^2 = 0,856$ ). Тут можна виділити такі періоди. З 1996 року по 2010 рік мінімальна зарплата щорічно плавно зростала з 15 до 888,25 грн по квадратичній, майже функціональній залежності виду  $y = 5t^2 - 19960t + 20000000$  ( $R^2 = 0,98$ ). Із 2010 року (888,25 грн) по 2016 рік (середньозважена мінімальна зарплата становила 1438,5 грн) її темп зростання уповільнюється і може бути описаний лінійною моделлю  $y = 85,55t - 171073$  ( $R^2 = 0,978$ ). У даний період згідно моделі мінімальна зарплата щорічно зростала на 85,55 грн і в 2017

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

році повинна була би становити 1488,16 грн, а в 2018 році — 1573,71 грн. Проте у 2017 році мінімальна зарплата зросла у два рази порівняно з кінцем 2016 року і становила 3200 грн. З 1 січня 2018 р. мінімальна зарплата зросла на 523 грн (16%) і склала 3723 грн. Формування рівня мінімальної зарплати повинно базуватись на величині прожиткового мінімуму, але прожитковий мінімум у 1996–1997 роках перевищував мінімальну зарплату в 5–6 разів, поступово ця різниця зменшувалась і в 2010–2011 роках рівень мінімальної зарплати зрівнявся з прожитковим мінімумом і навіть незначно переважив його. Проте у 2012–2013 роках знову спостерігалось незначне відставання мінімальної зарплати від прожиткового мінімуму. У 2017 р. ситуація докорінно змінилась у зв'язку з дворазовим збільшенням мінімальної зарплати до 3200 грн і загального показника прожиткового мінімуму до 1700 грн (з 1 грудня 2017 р.). Ця пропорція збереглась і в 2018 році: мінімальна зарплата — 3723 грн; прожитковий мінімум для непрацездатного населення з 1 липня 2018 року — 1435 грн, з 1 грудня — 1497 грн, а для працездатного — з 1 липня 2018 року — 1841 грн, з 1 грудня — 1921 грн (загальний показник прожиткового мінімуму з 1 липня 2018 року — 1777 грн; а з 1 грудня 2018 року — 1853 грн). Далі мінімальна зарплата у національній валюті почала зростати стрімкішими темпами. З 1 вересня 2020 р. мінімальна зарплата становила 5000 грн, з 1 січня 2021 р. — 6000 грн. Аналогічно відбувається і зростання прожиткового мінімуму: з 1 січня по 30 червня 2021 р. — 2189 грн, а з 1 липня 2021 р. по теперішній час — 2294 грн. На початку 2014 р. середня зарплата становила 3 тис. 148 грн. При курсі 8 гривень за американський долар вона була рівна 394 долари США. За рік середня зарплата збільшилась на 9,8% до 3 тис. 455 грн в національній валюті. За умови зростання курсу долара по відношенню до гривні середня зарплата становила 213,8 доларів США. У січні 2016 р. середня зарплата становила 4 тис. 362 грн або 173,4 доларів США. На початку 2017 р. середня зарплата була трішки більшою 6 тис. грн або 221,5 доларів США. У січні 2018 р. — 7 тис. 711 грн (275 дол. США). На початку 2019 р. — 9 тис. 223 грн (332,3 дол. США). На початку 2020 р. — 10 тис. 727 грн (430, 5 доларів США), а в січні 2021 р. — 12 тис. 337 грн (437,6 дол. США). Середня зарплата в Україні у січні 2021 р. зросла на 15% порівняно з її значенням рік тому. У Рівненській, Тернопільській, Хмельницькій, Херсонській, Миколаївській, Чернівецькій, Черкаській, Житомирській областях вона зросла на 18–21% в той час, як у Київській області — тільки на 11,1%.

## Моделі сталого розвитку

---

Динаміка мінімальної зарплати в доларах США характеризується поступовим зростанням зарплат, досягненням нею максимальної величини у 2013 році і різким спадом. А тому її тренд непогано описується кубічною залежністю  $y = -0,0674t^3 + 405,34t^2 - 812696t + 5E + 08$ ,  $R^2 = 0,8238$ . Дану динаміку можна розділити на 3 періоди. В першому докризовому періоді, починаючи з 1996 року мінімальна зарплата майже плавно в межах коливань зросла з 7,941 дол. США до її максимального значення 101,097 дол. США в 2008 році. Другий (післякризовий) період починається у 2009 році, коли мінімальна зарплата в доларах США знизилась до 82,551, після чого плавно зростала до величини 144,241 в 2013 році. Це найбільше значення мінімальної зарплати в доларах США з 1996 року дотепер. Третій період характеризується тим, що величина мінімальної зарплати в 2014 році знизилась до рівня 2008 року і становила 102,441 дол. США і далі постійно знижувалась до рівня 2005 року, а саме 56,42 дол. США в 2016 році. Це пов'язано з об'єктивною причиною — агресією Росії на Сході України. В 2017 році спостерігається різке збільшення мінімальної зарплати більш ніж у 2,1 рази до 120,301 дол. США. В січні 2018 року мінімальна зарплата зросла на 7,5 % і становила 129,34 дол. США.

Найголовнішим макроекономічним показником, який впливає на показники матеріальної забезпеченості населення, є валовий внутрішній продукт. Динаміка ВВП в гривнях з 1996 р. по 2020 р. має тенденцію до зростання і з високим ступенем достовірності може бути описана такими моделями:

- лінійною  $y = 104,95t - 209744$  ( $R^2 = 0,9043$ );
- квадратичною  $y = 5,8383t^2 - 23318t + 20000000$  ( $R^2 = 0,9859$ ).

Закономірно, що динаміка курсу долара США відносно гривні відобразилась на динаміці ВВП у доларах, яка розбивається на ті ж самі часові інтервали. В інтервалі 1996–1999 рр. ВВП в доларах США спадав з 43,155 млрд. дол. США в 1996 р. до 25,007 млрд. дол. США у 1999 році, після чого ВВП зросло до 179,992 млрд. дол. США у 2008 р. Динаміка ВВП в доларах має ті ж закономірності, що й динаміка прожиткового мінімуму і мінімальної зарплати і розбивається на такі ж самі часові інтервали.

У період 1996–2008 рр. тренд динаміки з високим ступенем достовірності ( $R^2 = 0,9881$ ) описується квадратичною залежністю  $y = 2,0136t^2 - 8052,2t + 8000000$ . У 2009–2013 рр. ВВП зростав майже

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

по лінійній залежності. У 2009 році відбулось стрімке падіння ВВП у доларах США до 117,228 млрд. дол. США. І лише у 2013р. він незначно (182,026 млрд. дол. США) перевищив рівень 2008 р. Проте у 2014 році знову різко знизився рівень ВВП на 28%, у 2015 р. — на 49,7%, а у 2016 р. ВВП зросло на 4% в порівнянні з попереднім роком.

В цілому ж за весь період 1996–2020 рр. динаміка ВВП в доларах США може бути описана поліноміальною залежністю третього ступеня  $y = -0,0313t^3 + 0,892t^2 + 1,0281t + 23,077$  ( $R^2 = 0,6938$ ), яка має точки мінімуму та максимуму досліджуваного показника, що може свідчити про циклічний або хвилеподібний характер динаміки ВВП та про циклічний характер розвитку економіки.

Важливо з'ясувати вплив валового внутрішнього продукту на величину мінімальної зарплати. Це може бути виражене в економетричних моделях залежності мінімальної зарплати від валового внутрішнього продукту в гривневому і доларовому еквівалентах.

Важливою характеристикою заробітної плати є відсоток заробітної плати у структурі валового внутрішнього продукту. Частка мінімальної заробітної плати в структурі ВВП України становить приблизно 16 %, що нижче, ніж в європейських країнах, а в США та Японії вона є більшою 75 %.

Розглянемо та проаналізуємо динаміку значень ВВП та заробітної плати в Україні в сукупності, де  $y$  — досліджуваний результативний показник (середня зарплата, мінімальна зарплата, прожитковий мінімум відповідно до моделі),  $x$  — значення валового внутрішнього продукту. Значення коефіцієнтів множинної кореляції (табл. 4.1.6), а в даних моделях це фактично коефіцієнти парної кореляції, свідчать про надзвичайно щільний зв'язок між середньою, мінімальною заробітними платами, прожитковим мінімумом та валовим внутрішнім продуктом відповідно. При цьому необхідно відмітити, що оцінки коефіцієнтів економетричних моделей при факторі–аргументі приймають додатні значення. Це закономірно, адже ВВП є джерелом забезпечення соціальних стандартів населення. У залежності середньої заробітної плати від ВВП значення статистики Фішера є наступним  $F = 1052,265$ ; статистики Стьюдента для фактору ВВП  $t = 32,439$ ;  $p$ -значення є близьким до нуля, що свідчить про достовірність розрахованої моделі та значущість оцінок коефіцієнтів моделі на високому рівні. В економетричній моделі залежності мінімальної заробітної плати від ВВП аналогічно:  $F = 505,438$ ; статистика Стьюдента для фактору ВВП  $t = 22,482$ ;  $p$ -

## Моделі сталого розвитку

значення є близьким до нуля, що також свідчить про достовірність розрахованої моделі та значущість оцінок коефіцієнтів моделі на високому рівні. У залежності прожиткового мінімуму від ВВП:  $F = 435,122$ ; статистики Стьюдента для фактору ВВП  $t = 20,86$ ;  $p$ -значення є близьким до нуля, що свідчить про достовірність розрахованої моделі та значущість оцінок коефіцієнтів моделі на високому рівні.

*Табл. 4.1.6. Економетричні моделі залежності середньої заробітної плати, мінімальної заробітної плати та прожиткового мінімуму від валового внутрішнього продукту України*

Економетрична модель	Коефіцієнт детермінації	Коефіцієнт множинної кореляції
Залежність середньої заробітної плати від валового внутрішнього продукту		
$y = 2,7559x - 471,98$	$R^2 = 0,9786$	$R = 0,9892$
Залежність мінімальної заробітної плати від валового внутрішнього продукту		
$y = 1,0689x - 244,55$	$R^2 = 0,9565$	$R = 0,978$
Залежність прожиткового мінімуму від валового внутрішнього продукту		
$y = 0,4723x + 220,47$	$R^2 = 0,9565$	$R = 0,9746$

Оскільки досліджується взаємозв'язок між динамічними факторами, доцільно прослідкувати взаємозалежності цих показників у динаміці. А саме дослідити вплив валового внутрішнього продукту на середню, мінімальну заробітні плати та прожитковий мінімум із врахуванням часового лагу впливу, бо закономірно, що ВВП країни використовується не тільки для забезпечення добробуту населення у даний період, а також має бути використаним для розвитку економіки, а саме створення нових підприємств, нових робочих місць, вкладення інвестицій у розвиток нових технологій виробництва, розвиток інфраструктури, що в майбутньому забезпечить в свою чергу збільшення обсягів валового внутрішнього продукту. Для цього були розраховані величини взаємної кореляційної функції (табл. 4.1.7, 4.1.8, 4.1.9).

У таблиці 4.1.7 розраховано значення взаємної кореляційної функції між середньою заробітною платою та ВВП. Аналізуючи таблицю, знайдемо найбільше значення кореляційної функції, рівне 0,9892, яке відповідає лагу часу  $\tau = 0$ . На нашу думку, в умовах дефіциту бюджету велика частина валового внутрішнього продукту безпосередньо витрачається на сплату заробітних плат у поточному періоді. При цьому



#### ***Розділ 4. Економіко-математичне моделювання***

має місце і заборгованість по виплаті заробітних плат. Зауважимо, що при  $\tau = 1$  значення взаємної кореляційної функції, рівне 0,9845, досить близьке до попереднього. Це свідчить також про пролонгований вплив ВВП на середню заробітну плату з лагом часу рівним 1 рік.

*Табл. 4.1.7. Взаємна кореляційна функція  $\tau$  залежності середньої заробітної плати від валового внутрішнього продукту*

$\tau$	0	1	2	3	4	5	6
$R(\tau)$	0,9892	0,9845	0,9748	0,9603	0,9489	0,9486	0,9558

У таблиці 4.1.8 знайдено значення взаємної кореляційної функції між мінімальною заробітною платою та ВВП. Аналізуючи таблицю, знайдемо найбільше значення кореляційної функції, рівне 0,9804, яке відповідає лагу часу  $\tau = 1$ . Зауважимо також, що її досить близькі значення, рівні 0,978 та 0,974 відповідають лагам часу  $\tau = 0$  та  $\tau = 2$  відповідно. Це свідчить про пролонгований вплив ВВП на мінімальну заробітну плату з лагом часу, рівним 1–2 роки.

*Табл. 4.1.8. Взаємна кореляційна функція  $\tau$  залежності мінімальної заробітної плати від валового внутрішнього продукту*

$\tau$	0	1	2	3	4	5	6
$r(\tau)$	0,9780	0,9804	0,974	0,955	0,9362	0,9279	0,9305

Аналіз табл.4.1.9 відображає значний вплив ВВП на рівень прожиткового мінімуму протягом всіх досліджуваних лагів часу, особливо при  $\tau = 6$ . На нашу думку, хоча прожитковий мінімум є постійно зростаючим, методика його розрахунку не є досконалою і не враховує нагальних потреб населення України.

*Табл 4.1.9. Взаємна кореляційна функція  $\tau$  залежності прожиткового мінімуму від валового внутрішнього продукту*

$\tau$	0	1	2	3	4	5	6
$r(\tau)$	0,9746	0,9706	0,9714	0,9787	0,9893	0,991	0,9836

Таким чином, розраховані та проаналізовані регресійно-кореляційні залежності рівнів середньої заробітної плати, мінімальної заробітної плати і прожиткового мінімуму від валового внутрішнього продукту України, досліджено значення взаємно кореляційних функцій для досліджуваних показників. Оскільки зростання валового внутрішнього продукту є основним джерелом матеріальної забезпеченості

## Моделі сталого розвитку

---

населення, то необхідно працювати над питанням збільшення ВВП та доходів до бюджету України. У першу чергу потрібно зменшувати корупцію та корупційні схеми, намагатися зменшувати державний та гарантований державою борг, збільшувати кількість та якість робочих місць, залучаючи як власні, так і закордонні інвестиції, що мають значний потенціал для впровадження новітніх технологій виробництва.

У Стратегії сталого розвитку України до 2030 року передбачається впровадження європейських стандартів життя, базовими складовими яких є прожитковий мінімум, мінімальна заробітна плата, а в результаті і середня заробітна плата. Ці показники відображають спроможність населення на відтворення та розвиток. Основне джерело забезпечення соціально-економічних стандартів — валовий внутрішній продукт. Саме зростання ВВП України сприяє збільшенню прожиткового мінімуму, мінімальної та середньої заробітних плат через певні лагові інтервали часу. Оскільки ріст соціальних стандартів населення України не забезпечується повністю ростом економіки, особливо в умовах світової пандемії, а й державними запозиченнями, то необхідно здійснювати заходи щодо подальшого реформування економіки та сприяння створення середовища для її розвитку. На нашу думку, найважливішими кроками є:

- припинення військових дій на Сході України;
- подолання корупції на всіх рівнях управління;
- зменшення зовнішнього державного боргу та відповідно витрат на його обслуговування;
- залучати інвестиції, як власні, так і закордонні для реалізації інноваційних проектів;
- переорієнтувати економіку, експортуючи не сировину, а готову продукцію та послуги.

Таким чином, збільшуючи обсяги валового внутрішнього продукту та надходження до бюджету, уряд зможе збільшити та забезпечити соціальні гарантії для населення України.

Питання зовнішньої заборгованості України також є надзвичайно важливими для сучасного етапу стабільного розвитку країни. Неefективне використання зовнішніх запозичених коштів призводить до фактичної втрати державою своєї економічної та політичної безпеки, зокрема до зменшення показників життєвого рівня населення. Тому дуже важливим є аналіз державного та гарантованого державою зовнішнього боргу України, прожиткового мінімуму, мінімальної і сере-

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

---

дньої зарплат та встановлення причинно–наслідкового зв'язку між зовнішньою заборгованістю, прожитковим мінімумом, мінімальною та середньою зарплатами з використанням економетричних моделей.

Однією з найважливіших характеристик державних фінансів певної країни є рівень зовнішнього боргу. Наразі поточний стан світової фінансової системи можна охарактеризувати як кризу надмірної заборгованості, що проявляється борговою кризою ЄС. Питання зовнішньої заборгованості України є важливими для сучасного етапу економічного і політичного розвитку держави. Досвід різних країн підтверджує, що використання додаткових можливостей розвитку, які можуть надати зовнішні джерела фінансування — політичний чинник поступального руху вперед. Проте неефективне використання зовнішніх боргових зобов'язань призводить до фактичної втрати державою своєї економічної і політичної безпеки. Так, наразі на обслуговування зовнішнього боргу держави витрачається 120 млрд. грн (4,4 млрд. дол. США), що фактично є половиною державного зовнішнього боргу України в 1996 році, який становив 8,9 млрд. дол. США. Саме тому ефективне управління суверенними боргами, що включає вирішення питань стосовно неефективності структури боргу, раціонального використання залучених коштів, швидких темпів зростання обсягів зовнішніх запозичень держави, удосконалення механізму управління державними зобов'язаннями має бути одним із найпріоритетніших напрямів макроекономічної та фінансової політики України на сучасному етапі.

Теоретичні та практичні аспекти проблеми ефективного управління суверенними боргами розглядаються у працях вітчизняних вчених Г.Кучера, В.Калитчука, Т.Вахненка, І.Рака, І.Лютого, А.Сігайова, Ю.Суботович, О.Чеберяко, В.Федосова, Б.Луціва та ін. Для перехідної економіки України, як відмічають Г.Кучер, В.Калитчук та Т.Вахненко, необхідне застосування більш низьких показників боргового навантаження, оскільки трансформація, що має місце, передбачає не тільки докорінне реформування структурних та інституційних підвалин економіки та суспільства, а й вибір нової моделі макроекономічного балансування. Праці згаданих авторів носять описовий характер, що не дає можливості зробити прогноз величин гарантованого державою зовнішнього боргу України і його вплив на макроекономічні показники держави.

Оскільки зовнішній борг, гарантований державою, необхідно повертати, а також на його обслуговування витрачаються державні кошти, то він, безумовно, негативно впливає на рівень соціально–

## Моделі сталого розвитку

економічних показників життя населення, таких як прожитковий мінімум, мінімальна та середня зарплати. Тому виявимо та проаналізуємо взаємозв'язки гарантованого зовнішнього державного боргу з цими показниками на основі статистичної інформації за 1996–2020 рр.

Зауважимо, що з 1996 року по 1999 рік обсяг боргу у доларах незначно збільшувався, з 2000 по 2003 роки практично не змінювався, а протягом 2006–2007 років спостерігаються його коливання, як в сторону збільшення, так і в сторону зменшення у відповідні роки. Починаючи з 2008 року відбувається значне збільшення державного боргу. Тренд боргу в доларах в період 2008–2015 років описується лінійною моделлю

$$y_t = 2,9194t + 21,328 \quad (R^2 = 0,7914),$$

де  $t$  — фактор часу. Адекватність моделі перевірили за критерієм Фішера. Обчислене  $F_{емп} = 22,57$  для рівня надійності  $p = 0,95$  є більшим за  $F_{кр} = 5,99$ , що вказує на адекватність моделі. В результаті дослідження автокореляції залишків методом Дарбіна–Уотсона розраховано  $DW_{емп} = 0,8381$ . Для рівня надійності  $p = 0,95$  та  $n = 8$  ( $d_L = 0,76$ ;  $d_U = 1,33$ ) неможливо зробити певних висновків про наявність автокореляції. Для нижчого рівня надійності автокореляція відсутня. Для перевірки наявності гетероскедастичності використано тест Глейсера, в якому лінійна регресія абсолютних значень залишків має вигляд  $|u_i| = -0,3725t + 4,6572$ . Для числа ступенів вільності  $k = 6$  та рівня надійності  $p = 0,95$  розраховано  $t_\beta = 1,4058$  ( $t_{кр} = 2,447$ ), що свідчить про незначущість кутового коефіцієнту, а отже про відсутність гетероскедастичності.

Квадратична модель тренду зовнішнього боргу в доларах США

$$y_t = -0,5855t^2 + 8,1886t + 12,546,$$

незважаючи на високий коефіцієнт детермінації ( $R_2 = 0,9187$ ) не може бути використана для прогнозу, оскільки державний борг має тенденцію до постійного зростання, а в квадратичній моделі він досягає максимального значення, а потім спадає. За весь період 1996–2016 років тренд боргу описується такими моделями:

$$y = 0,1246t^2 - 497,89t + 497423 \quad (R^2 = 0,924)$$

та

$$y_t = -0,0094t^3 + 56,777t^2 - 114141t + 8 \cdot 10^7 \quad (R^2 = 0,9393).$$

Динаміка боргу в гривнях за 1996–2016 роки теж описується квадратичною залежністю

$$y_t = 4,5857t^2 - 63,666t + 198,6 \quad (R^2 = 0,8562),$$

що також вказує на його щорічне зростання.

Деяка відмінність трендів боргу в гривнях та доларах вочевидь

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

пов'язана з динамікою курсу долара.

Із 1996 року по 1999 рік курс долара плавно збільшується з 1,889 до 5,2163 грн, з 1999 року по 2008 рік практично залишається на одному рівні, а в 2009 році стрибкоподібно зростає до 7,7912 грн і залишається постійним до 2012 року. З 2012 року по 2016 рік курс долара збільшується по майже лінійній залежності  $y_t = 4,0074t + 0,3831$  ( $R^2 = 0,9011$ ). На кінець 2016 року середній курс долара США складає 25,4965 грн.

Зростання курсу долара США і валового зовнішнього гарантованого державою боргу негативно впливає на соціальні показники рівня життя населення України: прожитковий мінімум, мінімальну та середню зарплату.

З 1996 року по 2000 рік прожитковий мінімум незначно вищий за мінімальну зарплату, з 2000 року по 2009 рік різниця між прожитковим мінімумом і мінімальною зарплатою збільшується, а з 2010 року дотепер мінімальна зарплата несуттєво почала переважати прожитковий мінімум.

Прожитковий мінімум з 1996 року по 2016 рік в гривнях описується практично функціональною квадратичною залежністю

$$y_t = 2,6896t^2 + 10,128t + 77,235 \quad (R^2 = 0,9889),$$

а в доларах США

$$y_t = -0,0952t^3 + 2,7233t^2 - 15,256t + 59,824 \quad (R^2 = 0,8502).$$

Зауважимо, що у період 1996–1998 років значення прожиткового мінімуму у доларах зменшувалось, а з 1999 року по 2008 рік спостерігалось його плавне зростання (майже по лінійній залежності). У 2009 році у зв'язку із значним збільшенням курсу долара, пов'язаним із економічною кризою, спостерігається зменшення прожиткового мінімуму в доларовому еквіваленті. Після цього з 2009 до 2013 років простежується друга вітка зростання прожиткового мінімуму. В 2014–2016 роках відмічається зменшення прожиткового мінімуму в доларах США у зв'язку з різким зростанням курсу долара в даний період.

Мінімальна зарплата в 1996–2016 роках в гривнях має таку ж тенденцію, що й прожитковий мінімум і описується практично функціональною квадратичною залежністю

$$y_t = 3,6234t^2 - 0,6682t + 2,012 \quad (R^2 = 0,9882),$$

а в доларах США

$$y_t = -0,1133t^3 + 3,3394t^2 - 18,945t + 36,172 \quad (R^2 = 0,9233).$$

Проаналізуємо динаміку мінімальної зарплати в доларах США в період плавного зростання курсу долара з 2001 року по 2013 рік. В

## Моделі сталого розвитку

даний період мінімальна зарплата в доларах США зростала згідно лінійної практично функціональної залежності

$$y_t = 10,97t + 7,9909 \quad (R^2 = 0,9844).$$

Із моделі випливає, що мінімальна зарплата зростала щорічно практично на \$11 і склала в 2013 році \$152,3833, а починаючи з 2014 року почала стрімко спадати і склала в тому ж році \$102,4407 і \$63,04876 у 2015 році та на кінець 2016 року склала \$60,7966. Для дослідження адекватності моделі використано критерій Фішера. Обчислене  $F_{емп} = 539$  для рівня надійності  $p = 0,95$  є більшим за  $F_{кр} = 4,84$ , що вказує на адекватність моделі. В результаті дослідження автокореляції залишків методом Дарбіна–Уотсона розраховано  $DW_{емп} = 1,7459$ . Для рівня надійності  $p = 0,95$  та  $n = 13$  значення нижньої та верхньої меж відповідно рівні  $d_L = 1,01$  та  $d_U = 1,34$ , що вказує про відсутність автокореляції. Для перевірки наявності гетероскедастичності використано тест Глейсера, в якому лінійна регресія абсолютних значень залишків має вигляд  $|u_t| = 0,0123t + 4,1478$ . Для числа ступенів вільності  $k = 11$  та рівня надійності  $p = 0,95$  розраховано  $t_\beta = 0,0559$  ( $t_{кр} = 2,201$ ), що свідчить про незначущість кутового коефіцієнту, а отже про відсутність гетероскедастичності.

Середня зарплата в 1996–2020 роках у гривнях аналогічно описується практично функціональною квадратичною залежністю

$$y_t = -12,851t^2 - 56,876t + 159,05 \quad (R^2 = 0,9943),$$

а в доларах США

$$y_t = -0,3616t^3 + 11,176t^2 - 75,078t + 164,64 \quad (R^2 = 0,919).$$

Тенденція зміни значень середньої зарплати у доларах США має ті ж вітки, що й прожитковий мінімум та мінімальна зарплата в доларах США. Таким чином, можна зробити висновок, що курс долара США відносно гривні відіграє суттєву роль у формуванні показників життєвого рівня населення України.

Розглянемо залежність прожиткового мінімуму від боргу в гривнях. Вона описується двома лінійними вітками зростання: в 1996–2013 роках це залежність виду

$$y = 3,0579x + 134,3 \quad (R^2 = 0,8823),$$

а в 2014–2016 роках

$$y = 2,0705x - 1915,8 \quad (R^2 = 0,9216),$$

де  $y$  — прожитковий мінімум (грн),  $x$  — державний борг (млрд. грн).

Із моделі випливає, що зростання боргу супроводжується зростанням прожиткового мінімуму. В першому періоді зростання боргу на 1

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

млрд. грн приводило до зростання прожиткового мінімуму на 3,0579 грн, а в другому періоді тільки на 2,0705 грн, що пов'язане з соціальними змінами в Україні та агресією Росії на Сході України. Робимо висновок, що крім негативної сторони (обслуговування і повернення боргу) маємо і позитивний результат: забезпечення соціальних гарантій рівня життя. В той же час залежність прожиткового мінімуму в доларах США від боргу в доларах США не має чітко вираженої залежності. Разом з тим державний борг (у доларах США) може впливати на прожитковий мінімум (у доларах США) з деяким лагом часу. Для цього була побудована кореляційна функція залежності прожиткового мінімуму від державного боргу в доларах США (табл. 4.1.10).

З таблиці видно, що найбільше значення взаємна кореляційна функція набуває на четвертому періоді. На даному проміжку часу слід очікувати найбільшого зростання прожиткового мінімуму, зумовленого зростанням державного боргу.

*Табл. 4.1.10. Кореляційна залежність прожиткового мінімуму від державного боргу в доларах США*

Лаг часу	$\tau = 0$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$	$\tau = 5$	$\tau = 6$
Коефіцієнт кореляції	0,5381	0,6856	0,869	0,9353	0,9446	0,9287	0,8958

Динамічна модель розподіленого лагу у такому випадку має вигляд ( $y$  — прожитковий мінімум;  $x$  — державний борг)

$$y_t = 0,3802x_{t-4} - 4,8765 \quad (R^2 = 0,8922), \quad (4.1.1)$$

або

$$y_t = 0,0011x_{t-4}^2 + 0,2x_{t-4} + 0,9312 \quad (R^2 = 0,9005).$$

З моделі (4.1.1) випливає, що збільшення державного боргу на 1 млрд. дол. США в періоді  $t - 4$  приводить до зростання прожиткового мінімуму на 0,3802 долара США у даному періоді. Проведений аналіз параметрів вищенаведених моделей згідно  $t$ -критерію Стюдента показав їх значущість на високому рівні довіри.

Важливо також дослідити зворотну залежність — вплив прожиткового мінімуму на зовнішній державний борг. З квадратичної залежності боргу від прожиткового мінімуму в гривнях

$$y = 0,0008x^2 - 0,5349x + 118,56 \quad (R^2 = 0,9114)$$

видно, що зростання прожиткового мінімуму призводить до збільшення державного боргу. Це також впливає з вище викладеного.

## Моделі сталого розвитку

Залежність боргу у гривнях від мінімальної зарплати у гривнях описується моделлю:

$$y = 0,0007x^2 - 0,4696x + 95,79 \quad (R^2 = 0,9078).$$

Залежність мінімальної зарплати у гривнях від боргу у гривнях носить такий же характер, що й залежність прожиткового мінімуму від боргу, оскільки мінімальна зарплата несуттєво відрізняється від прожиткового мінімуму.

Мінімальна зарплата у доларах США від боргу в доларах США описується поліноміальною залежністю третього ступеня

$$y = -0,0048x^3 + 0,0948x^2 + 8,035x - 59,476 \quad (R^2 = 0,7986).$$

Ця функція відображає зростання мінімальної зарплати у доларах до максимальної величини, а потім її спад, що й спостерігається.

Проте залежність мінімальної зарплати у доларах США від державного боргу у доларах США може мати певний лаг (зрушення). Побудована кореляційна функція показує, що зрушення відбуваються на четвертому періоді ( $\tau = 4$ ), як і у випадку прожиткового мінімуму (табл. 4.1. 11).

Табл. 4.1.11. Кореляційна залежність мінімальної зарплати від державного боргу в доларах США

Лаг часу	$\tau = 0$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$	$\tau = 5$	$\tau = 6$
Коефіцієнт кореляції	0,7149	0,8203	0,9334	0,9726	0,9812	0,9705	0,9396

Динамічні моделі розподіленого лагу в такому випадку ( $y$  — мінімальна зарплата;  $x$  — державний борг) мають вигляд:

$$y_t = 0,2982x_{t-4} + 6,3684 \quad (R^2 = 0,9628),$$

або

$$y_t = -0,00003x_{t-4}^3 + 0,0058x_{t-4}^2 + 0,0167x_{t-4} + 9,0151 \quad (R^2 = 0,9859),$$

де  $y_t$  — мінімальна зарплата у період  $t$  в доларах США;  $x_{t-4}$  — державний борг у доларах США, зсунутий на 4 роки. Параметри моделі згідно  $t$ -критерію Стьюдента є значущими на високому рівні довіри.

Залежність середньої зарплати у доларах США від боргу у доларах США носить аналогічний характер до залежності мінімального прожиткового мінімуму та мінімальної зарплати у доларах США від боргу у доларах США. Залежність виглядає наступним чином

$$y = -0,00007x^3 - 0,6892x^2 + 42,129x - 283,91 \quad (R^2 = 0,7618)$$

де  $y$  — середня зарплата у доларах США;  $x$  — державний борг у доларах США.



#### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Цікаво було дослідити вплив боргу в доларах США попереднього періоду на борг поточного періоду. Для цього ми побудували відповідну економетричну модель виду

$$y_t = -0,1235 + 0,9262y_{t-1} \quad (R^2 = 0,9598).$$

З моделі випливає, що збільшення боргу поточного періоду на 1 млрд. дол. США призводить до зростання боргу наступного періоду на 0,9262 млрд. дол. США. Оскільки гарантований державою борг є випадковою величиною, то для побудови економетричних моделей необхідно застосувати метод інструментальних змінних в якому борг  $y_t$  (млрд. дол. США) в даному періоді залежить від боргу в попередньому періоді  $y_{t-1}$ . Залежність зовнішнього боргу від прожиткового мінімуму  $x_t$  в доларах описується моделлю

$$y_t = -0,660961 + 1,182267y_{t-1} - 0,016213x_t \quad (R^2 = 0,9426). \quad (4.1.2)$$

Із моделі (4.1.2) випливає, що збільшення зовнішнього боргу на 1 млрд. дол. США в поточному періоді призводить до збільшення боргу в наступному періоді на 1,182267 млрд. дол. США. Враховуючи, що коефіцієнти при змінній  $y_{t-1}$  в даній та попередніх моделях є співвимірними, вважаємо, що рівень прожиткового мінімуму несуттєво впливає на зростання державного боргу. Залежність прожиткового мінімуму від державного боргу описується наступною моделлю з інструментальними змінними

$$y_t = 41,30103 + 0,23203y_{t-1} + 0,936436x_t \quad (R^2 = 0,4626).$$

де  $y_t$  — прожитковий мінімум в доларах США,  $y_{t-1}$  — прожитковий мінімум в попередньому періоді,  $x_t$  — борг в млрд. доларів США.

Макроекономічні диспропорції у фінансовому секторі держави постійно загострюються проблемами, що виникають у сфері управління державним боргом. Їх прояв особливо посилюється у період наростання фінансової кризи та її наслідків у післякризовий період і дові, що традиційні форми та застосовувані методи управління не мають позитивного впливу на соціальну та економічну сфери, а навпаки, призводять до прискорення деформаційних процесів та гальмування розвитку національної економіки. Саме тому ефективне управління суверенними боргами, що включає вирішення питань стосовно неефективності структури боргу, раціонального використання залучених коштів, швидких темпів зростання обсягів зовнішніх запозичень держави, удосконалення механізму управління державними зобов'язаннями має бути одним із найпріоритетніших напрямів макроекономічної та фінансової політики кожної держави на сучасному етапі.

## Моделі сталого розвитку

---

Необхідно відзначити, що сподівання на вирішення гострих внутрішніх проблем виключно за рахунок іноземного капіталу є ілюзорними. Насамперед необхідно мобілізувати внутрішні джерела для інвестицій у національну економіку, а також створити загальні економічні умови для їх ефективного використання. У цьому контексті першочерговими завданнями економічної політики в Україні виступають раціональне використання доходів від експорту та забезпечення міжгалузевого переливу капіталів у рамках національної економіки.

На основі аналізу тренду динаміки величини зовнішнього гарантованого державою боргу України та економетричного моделювання розраховано його прогностні значення на: 2017 рік — 50,518 млрд. дол. США; 2018 рік — 53,437 млрд. дол. США; 2019 рік — 56,356 млрд. дол. США; 2020 рік — 59,275 млрд. дол. США, що свідчить про можливе збільшення зовнішнього гарантованого державою боргу України на 33,98% у 2020 році в порівнянні з 2016 роком при незмінності виявлених тенденцій його зростання. Таким чином спостерігається негативна тенденція швидких темпів зростання зовнішнього гарантованого державою боргу, що разом із збільшенням витрат на його обслуговування та повернення може призвести до втрати державою своєї економічної та політичної безпеки. Разом із цим спостерігається і деякий позитивний результат від зовнішніх запозичень, оскільки зростання зовнішнього гарантованого державою боргу супроводжується можливістю забезпечення соціальних гарантій рівня життя населення: збільшенням прожиткового мінімуму, мінімальної та середньої заробітних плат. Для стабільного розвитку України та зменшення негативних аспектів існування державного боргу необхідно здійснювати не тільки зважену боргову політику, а й оптимально використовувати запозичені грошові ресурси, зокрема для реалізації ефективних управлінських рішень у сфері економіки, для реалізації яких можливе використання запозичених коштів.

Ріст соціальних стандартів населення України не забезпечується ростом економіки, а лише в основному державними запозиченнями. Для забезпечення росту економіки необхідно реформувати економіку і запровадити фінансово-бюджетні стимули. Тому необхідно провести наступні кроки:

- 1) подолати корупцію в державних органах влади і створити антикорупційний суд;
- 2) здійснювати заходи на зменшення зовнішнього державного

## ***Розділ 4. Економіко-математичне моделювання***

боргу, оскільки значна частина бюджету України йде на його обслуговування;

3) переорієнтувати економіку з експорту сировини на експорт товарів і послуг, оскільки основні надходження у бюджет відбуваються за їх рахунок;

4) вкласти значні державні інвестиції у дрібний і середній бізнес;

5) провести судову реформу;

6) залучити іноземні інвестиції до розширення виробництва і створити законодавчу базу для захисту прав іноземних інвесторів та прав власності;

7) приватизувати збиткові державні підприємства на основі державних конкурсів і привести ефективних менеджерів;

8) скасувати усі перешкоди на валютному ринку та запровадити вільний обіг капіталу;

9) впроваджувати інноваційні технології для збільшення продуктивності праці, яка приведе до зростання ВВП.

### ***4.1.3. Моделювання взаємозв'язку державного та гарантованого державою зовнішнього боргу України з дефіцитом бюджету і витратами та заощадженнями населення***

Нестабільність і невизначеність економічної ситуації в Україні, дефіцитність бюджетної системи, обмеженість внутрішніх джерел фінансування і їх дорожнеча для забезпечення функціонування економіки України обумовлюють гостру необхідність залучення ресурсів на зарубіжних ринках. Державні запозичення як інструмент економічної політики держави виконують не тільки функцію збалансування державних фінансів, а і здійснюють опосередкований вплив на низку економічних процесів і явищ. Наразі поточний стан світової фінансової системи можна охарактеризувати як кризу надмірної заборгованості, що проявляється борговою кризою ЄС. Зовнішній борг є складовою частиною економічної системи, справляючи як пряму, так і опосередковану дію на державний бюджет, грошово-кредитну і валютні системи, рівень інфляції, внутрішні і зовнішні заощадження, іноземні інвестиції тощо. Таким чином, зовнішній борг впливає на економіку України в цілому, а можливості його ефективного використання в більшості визначаються загальним рівнем розвитку економіки і зачіпають практично всі елементи економічної системи.

Дослідженню впливу державного боргу на розвиток економіки

## Моделі сталого розвитку

---

країни присвячено значну кількість праць зарубіжних економістів. Класики політекономії (А. Сміт; Д. Рікардо; Дж.С. Мілль) розглядали державний борг як однозначно негативне явище, що є значним тягарем для держави та зумовлює проблеми з його обслуговуванням в майбутньому. Проте Дж.М. Кейнс не зводить державний борг в ранг незаперечного негативу, а вважає його одним з наслідків стабілізаційної політики, формуючи модель дефіцитного фінансування, яка значною мірою є домінуючою в економічній практиці розвинутих країн світу.

Теоретичні та практичні аспекти проблеми ефективного управління суверенними боргами розглядаються у працях вітчизняних вчених Г.Кучера, В.Калитчука, Т.Вахненко, І.Рака, І.Лютого, А.Сігайова, Ю.Суботович, О.Чеберяко, В.Федосова та ін. Для перехідної економіки України, як відмічено у роботі Г.Кучера та В.Калитчука, необхідне застосування більш низьких показників боргового навантаження, оскільки трансформація, що має місце, передбачає не тільки докорінне реформування структурних та інституційних підвалин економіки та суспільства, а й вибір нової моделі макроекономічного балансування.

Як зазначено в роботі Т.Вахненко, зовнішні позики, що мають тривалі терміни повернення коштів, стають значним джерелом фінансування інвестиційної діяльності в економіці України. Поряд з цим, не варто переоцінювати роль зовнішніх позик у виконанні фундаментальних завдань економічного розвитку. Необхідно мобілізувати внутрішні джерела для інвестицій у національну економіку, а також створити загальні економічні умови для їх ефективного використання. К.С.Єкімова вважає, що державний борг може бути лише у тих випадках, коли всі витрати, здійснені на отримання, обслуговування та виплату заборгованості сприяють збільшенню доходів держави саме у майбутніх періодах. Бажано, щоб кошти, що залучаються, спрямовувалися на інвестиції. Слід відзначити, що суттєвий внесок у вивченні ролі та значення державного боргу в економіці зробили українські науковці — Т.Богдан, В.Дудченко, О.Корнійчук, В.Козюк, С.Юрій. У працях науковців представлено, насамперед, узагальнення закордонного досвіду, теорії і методології управління державним боргом. За Т.В.Черничко виникнення боргу країни може бути зумовлене як об'єктивними, так і суб'єктивними причинами. До об'єктивних можна віднести: погіршення світової економічної кон'юнктури, що негативно впливає на вітчизняне виробництво; боргові зобов'язання, що виникли у зв'язку з зміною суспільного ладу та переходом прав правонаступництва і пов'язані з

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

---

попередніми запозиченнями; утворення нових країн у зв'язку з розпадом світових імперій, які накопичили борги; застосування нових виробничих технологій в передових індустріальних країнах та багато іншого. До суб'єктивних можна віднести наступні причини: невірна курсова політика національного банку України; невірно спроектований та затверджений бюджетний закон України; нецільове використання бюджетних коштів; недостатня підготовка та непрозоре проведення тендерів з державних закупок; неефективна господарська діяльність.

Усі роботи згаданих вище авторів носять описовий характер, і в них не подані прогнози сумарного зовнішнього боргу держави і не виявлено причинно-наслідкового зв'язку боргу з основними макроекономічними показниками. Тому дане дослідження присвячене аналізу державного та гарантованого державою зовнішнього боргу України, дефіциту бюджету, витрат та заощаджень населення, встановленню їх трендів динаміки для прогнозування даних показників та визначенню причинно-наслідкового зв'язку між сумарним зовнішнім боргом України, дефіцитом бюджету та витратами і заощадженнями населення на основі економетричного моделювання.

Формування зовнішнього державного боргу України почалося відносно недавно, після отримання Україною незалежності. На момент розпаду СРСР Україна не мала зовнішніх зобов'язань щодо союзних боргів, оскільки Росія взяла на себе відповідальність за всі борги Радянської держави (66 млрд. доларів на кінець 1991 року). З 1992 року в Україні спостерігається поступова активізація зовнішніх запозичень на міжнародних фінансових ринках.

За методикою Світового банку (залежно від дебітора) зовнішній борг держави складається з двох частин: прямого державного та гарантованого державою боргу і приватного негарантованого довгострокового боргу.

Особливою перешкодою є те, що поширені на сьогодні результати статистичної оцінки динаміки державного боргу України не мають єдиної статистичної чи аналітичної бази наскрізного дослідження всього періоду від проголошення Україною незалежності і дотепер. До 1999 року борг обчислювався згідно з методологією МБРР, а з 1999 року — згідно з методологією МВФ. Аналізуючи статистичні дані (табл. 4.1.12), зазначимо, що за період 1996–2016 років динаміка зростання державного та гарантованого державою зовнішнього боргу є нестабільною, оскільки на неї впливали соціально-економічні процеси в Україні, так що її можна розділити на такі періоди: 1996–2006

## Моделі сталого розвитку

рр. — період стабільного розвитку економіки (докризисний); 2007–2011 рр. — період стрімкого зростання боргу (кризовий); 2012–2014 рр. — період уповільнення приросту боргу (посткризовий); з 2015 року і дотепер — період нової економічної кризи.

Табл. 4.1.12. Зовнішній державний борг і витрати та заощадження населення України за 1996–2020 роки

Роки	Дефіцит бюджету, % ВВП	Державний та гарантований державою зовнішній борг		Витрати та заощадження населення	
		млрд. дол. США	млрд. грн	млрд. дол. США	млрд. грн
1996		8,9	16,8121	20,6252	38,961
1997		9,7	18,3233	25,3748	47,933
1998		11,6	39,7532	15,57514	53,376
1999		12,5	65,20375	11,41	59,518
2000		10,4	56,57808	15,39962	83,777
2001		10,2	54,79542	19,14242	102,835
2002		10,2	54,33132	34,74505	185,073
2003		10,7	57,05989	40,4433	215,672
2004		12,1	64,36232	51,55681	274,241
2005		11,7	59,95899	74,42465	381,404
2006		11,2	56,56	94,91267	479,309
2007	1,4	15,27	77,1135	123,4236	623,289
2008	1,32	18,53804	97,64354	160,5485	845,641
2009	3,89	26,51868	206,6124	114,7815	894,286
2010	5,94	34,75961	275,8383	138,7639	1101,175
2011	1,79	37,47452	298,582	158,988	1266,753
2012	3,79	38,6588	308,9263	182,436	1457,864
2013	4,45	37,536	300,0252	193,7612	1548,733
2014	4,98	38,7922	461,2315	127,5688	1516,768
2015	2,28	43,4454	949,547	79,7937	1743,979
2016	2,9	45,6046	1127,968	80,4574	2051,381
2017	1,6	48,9894	1374,9955	99,7023	2652,082
2018	1,66	50,4625	1397,2178	119,4386	3248,73
2019	1,96	48,9408	1159,2216	145,1186	3744,06
2020	5,18	53,7208	1518,9348	147,3453	3072,428

Перший період можна охарактеризувати як відносно стабільний,

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

в якому обсяг сумарного зовнішнього боргу у доларах незначно збільшувався з 8,9 млрд. дол. США і досяг найбільшої величини 12,5 млрд. дол. США у 1999 році. В інших роках даного періоду спостерігається його коливання. Згідно динаміки його тренду, що описується лінійною моделлю, середньорічне зростання боргу у докризовий період становило 0,16 млрд. дол. США. Другий період охоплює настання світової економічної кризи, що почалася в кінці 2007 року. У даний період борг зріс у 2,45 рази з 15,27 до 37,47452 млрд. дол. США; у гривневому еквіваленті відповідно у 3,87 рази з 77,1135 до 298,582 млрд. грн. Слід відмітити, що з 2011 році спостерігається сповільнення динаміки приросту боргу, і в 2013 р. — борг мав від’ємний приріст. Третій період характеризується початком становлення стабільної економічної ситуації в державі. У 2013 році борг зменшився на 2,9% у порівнянні з 2012 роком, а в 2014 році борг збільшився тільки на 0,35% відносно 2012 року. Четвертий період (період нової економічної кризи), що почався у 2015 році, знаменується найгіршими та найгострішими для національної економіки економічними показниками.

З 2015 року рівень сумарного державного боргу різко зростає. У 2015 році борг зріс на 14,98% у порівнянні з 2014 роком, а у 2016 році — збільшився на 3,2% у порівнянні з 2015 роком, у 2017 — на 7,43%, в 2018 — на 3,0% відповідно, у 2019 — зменшився на 3,11%, а в 2020 — знову збільшився аж на — 9,77%. Рівень зовнішнього державного та гарантованого державою боргу у 2015 році склав 43,4454 млрд. дол. США (949,547 млрд. грн), у 2016 р. — 45,6046 млрд. дол. США (1127,968 млрд. грн), у 2017 р. — 48,9894 млрд. дол. США (1374,9955 млрд. грн), у 2018 р. — 50,4625 млрд. дол. США (1397,2178 млрд. грн), у 2019 р. — 48,9408 млрд. дол. США (1159,2216 млрд. грн), у 2020 р. — 53,7208 млрд. дол. США (1518,9348 млрд. грн). У четвертому періоді (нова економічна криза) збільшення боргу обумовлене об’єктивними причинами: після зміни влади внаслідок трагічних подій зими 2014 року відбулися кардинальні зміни в політиці держави, що вплинуло на фінансово-економічну сферу. До того ж в цей період відбулася анексія Криму та окупація Сходу України Росією, що призвело до значних витрат з бюджету України на її оборону. Цей рік та наступні роки знаменуються найгіршими та найгострішими для національної економіки економічними показниками.

Результатом різкого зростання дефіциту бюджету та нарощення боргових зобов’язань влітку 2015 року міг би стати технічний дефолт. У дано-

## Моделі сталого розвитку

му випадку фінансовим помічником виступив МВФ з метою підтримання української економіки, адже обвал економіки хоча би однієї країни може стати причиною негативних зрушень у міжнародному масштабі.

Для побудови трендів динаміки використали статистичні дані державного та гарантованого державою зовнішнього боргу за 1996–2020 роки. За цей період тренд боргу в доларовому еквіваленті описується такими моделями:

$$\begin{aligned}y &= 2,1185t - 1,1925 \quad (R^2 = 0,8958); \\y &= 0,0696t^2 + 0,3077t + 6,9561 \quad (R^2 = 0,9359); \\y_t &= -0,0095t^3 + 0,4405t^2 - 3,6254t + 16,302 \quad (R^2 = 0,9555).\end{aligned}$$

Зауважимо, що з 1996 року по 1999 рік обсяг боргу в доларах США незначно збільшувався, з 2000 по 2003 роки практично не змінювався, а протягом 2006–2007 років спостерігаються його коливання, як в сторону збільшення, так і в сторону зменшення у відповідні роки.

Починаючи з 2007 року, відзначаємо значне збільшення державного боргу. Тренд боргу в доларах в період 2007–2016 років описується лінійною моделлю

$$y_t = 2,6549t + 18,625 \quad (R^2 = 0,9035),$$

де  $t$  — фактор часу. Для дослідження адекватності моделі використано критерій Фішера. Обчислене  $F_{емт} = 112,398$  для рівня надійності  $p = 0,95$  є більшим за  $F_{кр} = 4,75$ , що вказує на адекватність моделі.

Квадратичну модель

$$y_t = -0,1722t^2 + 5,2374t + 11,738 \quad (R^2 = 0,9522)$$

з високим коефіцієнтом детермінації можна було б також використати для прогнозу при непогіршенні економічної ситуації, оскільки вона відображає тенденцію до можливого спаду рівня сумарного зовнішнього державного боргу.

Динаміка боргу в гривні за 1996–2020 роки теж може бути описана квадратичною залежністю

$$y_t = 4,8724t^2 - 67,689t + 207,07 \quad (R^2 = 0,9292),$$

що також вказує на його щорічне зростання.

Деяка відмінність трендів боргу в гривнях та доларах США вочевидь пов'язана з динамікою курсу долара. Зауважимо, що з 1996 року по 1999 рік курс долара США відносно гривні плавно збільшувався з 1,889 до 5,2163 грн, з 1999 року по 2008 рік практично залишався на одному рівні, а в 2009 році стрибкоподібно зростає до 7,7912 грн і залишався постійним до 2012 року. З 2012 року по 2020 рік курс долара США збільшується по майже лінійній залежності  $y_t = 4,0074t + 0,3831$



#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

( $R^2 = 0,9011$ ). На кінець 2019 року середній курс долара США по відношенню до гривні становить 25,8 грн. На кінець 2020 року середній курс долара США рівний 26,95 грн.

Оскільки зростання суверенного боргу відбувається на тлі постійного дефіцитного фінансування державного бюджету доцільно дослідити залежність сумарного зовнішнього державного боргу України від дефіциту державного бюджету. Простежуються дві вітки зростання: I — з 2007 по 2010 роки, II — з 2011 по 2014 роки, що характеризують докризовий та посткризовий періоди відповідно. У кризовий період дефіцит бюджету зріс у 4,5 рази з 1,32 % до 5,94 % ВВП. У 2011 році завдяки діям уряду відбувся різкий спад дефіциту бюджету до 1,79 % ВВП, після чого дефіцит бюджету щорічно зростав і досяг 4,98 % у 2014 році. В 2015 році уряд зменшив дефіцит бюджету до 2,28 % ВВП. Шляхом побудови економетричних моделей з високим рівнем достовірності у кризовому періоді виявлена пряма лінійна залежність між величиною сумарного зовнішнього державного боргу в гривнях і дефіцитом бюджету виду  $y = 41,856x + 32,979$  ( $R^2 = 0,9829$ ), де  $y$  — сумарний зовнішній державний борг,  $x$  — дефіцит бюджету (% ВВП). Згідно цієї моделі збільшення дефіциту бюджету на 1 % призводило до збільшення сумарного зовнішнього державного боргу на 41,856 млрд. грн. Збільшення дефіциту бюджету на 1 % призводило до зростання боргу на 3,8762 млрд. дол. США згідно моделі  $y = 3,8762x + 11,61$  ( $R^2 = 0,9717$ ). Обернена залежність вказує на те, що збільшення боргу на 1 млрд. дол. США призводило до збільшення дефіциту бюджету на 0,2507 % ВВП згідно моделі  $y = 0,2507x - 2,8218$  ( $R^2 = 0,9717$ ), де  $y$  — дефіцит бюджету (% ВВП),  $x$  — сумарний зовнішній державний борг. Тенденція збільшення дефіциту бюджету від боргу в доларовому еквіваленті зберігається і в посткризовому періоді.

Таким чином, без виваженої економічної політики формуватиметься замкнене коло постійного збільшення дефіциту бюджету та державного боргу, що набиратиме оберти, доки уряд не застосує певний набір методів управління боргами. Таке явище отримало назву «боргової спіралі».

Заборгованість держави відображається на соціально-економічних показниках рівня життя населення України: мінімальній та середній зарплатах, прожитковому мінімумі, мінімальній та середній пенсіях, а, відповідно, і на витратах та заощадженнях населення.

Тренд витрат та заощаджень населення в гривнях за 1996–2020 роки

## Моделі сталого розвитку

---

добре описується квадратичною майже функціональною залежністю

$$y_t = 8,9651t^2 - 83,761t + 252,3 \quad (R^2 = 0,9776).$$

Незважаючи на початок економічної кризи в Україні у 2008 році, тренд витрат та заощаджень населення за 2008–2015 роки

$$y_t = 130,17t + 711,12 \quad (R^2 = 0,9585))$$

показує, що рівень даного показника щорічно зростає в середньому на 130,17 млрд. грн. Адекватність моделі перевіримо за критерієм Фішера. Обчислене  $F_{\text{емп}} = 13,86$  для рівня надійності  $p = 0,95$  є більшим за  $F_{\text{кр}} = 5,99$ , що вказує на адекватність моделі. В результаті дослідження автокореляції залишків методом Дарбіна–Уотсона розраховано  $DW_{\text{емп}} = 1,7772$ . Для рівня надійності  $p = 0,95$  та  $n = 8$  ( $d_L = 0,76$ ;  $d_U = 1,33$ ) неможливо зробити певних висновків про наявність автокореляції. Для нижчого рівня надійності автокореляція відсутня. Для перевірки наявності гетероскедастичності використано тест Глейсера, в якому лінійна регресія абсолютних значень залишків має вигляд  $|u_t| = 4,7648t + 26$ . Для числа ступенів вільності  $k = 6$  та рівня надійності  $p = 0,95$  розраховано  $t_\beta = 0,1615$  ( $t_{\text{кр}} = 2,447$ ), що свідчить про незначущість кутового коефіцієнту, а отже про відсутність гетероскедастичності.

Тренд витрат та заощаджень населення в доларах США в загальному дуже добре описується кубічною моделлю, що відображає загальну тенденцію розвитку

$$y_t = -0,0362t^3 + 1,0171t^2 + 1,3096t + 2,3335 \quad (R^2 = 0,7198).$$

Проте, на нашу думку, цей тренд доцільно розділити на три періоди: з 1996 по 2000 роки спостерігалось несуттєве коливання значень даного показника; з 2001 по 2008 роки (стабільний розвиток економіки) відбувалось зростання витрат та заощаджень населення на 19,28 млрд. дол. США в середньому щорічно по майже лінійній залежності; у 2009 році у зв'язку з значним зростанням курсу долара США спостерігалось значне зменшення даного показника у доларах США у порівнянні з 2008 роком. Проте з 2009 року по 2013 рік (економічна криза, що супроводжувалася суттєвим зростанням курсу долара США) значення даного показника продовжувало зростати з 114,782 до 193,761 млрд. дол. США, в середньому за рік на 20,163 млрд. дол. США. З 2014 року до 2015 року спостерігається значний спад витрат та заощаджень населення у доларах США від 127,569 до 79,794 млрд. дол. США у зв'язку з новим стрибкоподібним зростанням курсу долара США. З 2016 року почалось зростання з 80,457 млрд. дол. США до 147,345 млрд. дол. США. Оскільки світові показники стандарту

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

життя населення прийнято вимірювати в доларах США, необхідно відмітити все-таки зубожіння населення України.

Важливо дослідити, як впливає борг у гривнях на витрати та заощадження у гривнях. У період 1996–2013 років спостерігається тенденція до зростання витрат та заощаджень поряд із нарощуванням боргу у гривнях. Побудована економетрична модель

$$y = 2,198x + 256,87 (R^2 = 0,8848),$$

де  $y$  — витрати та заощадження (млрд. грн),  $x$  — борг (млрд. грн), показує, що зростання боргу на 1 млрд. грн супроводжувалось зростанням витрат та заощаджень населення на 2,198 млрд. грн. Це показує, що частково борг йде на підтримання соціальних стандартів рівня життя населення. Розширення видатків бюджету за рахунок боргового фінансування призводить до зростання номінальних доходів населення безпосередньо (через заробітну плату працівників бюджетної сфери, соціальні трансферти тощо) й опосередковано (через видатки на інші напрями, які впливають на номінальні доходи громадян). Це викликає збільшення попиту поряд із нездатністю економіки збільшувати виробництво суспільного продукту, що є одним із факторів зростання цін. В період 2014–2015 років спостерігається тенденція до уповільнення позитивного впливу зовнішніх запозичень на витрати та заощадження населення, оскільки з об'єктивних причин йде згортання соціальних програм.

Залежність витрат та заощаджень у доларах США від боргу у доларах США може бути описана квадратичною залежністю

$$y = 0,0094x^3 - 1,0658x^2 + 37,171x - 249,38 (R^2 = 0,732).$$

Зауважимо, що з 1996 по 2008 рік йде зростання витрат та заощаджень у доларах США разом із нарощуванням боргу у доларах США. У 2009 році у зв'язку з різким зростанням курсу долара США відбувається спад витрат та заощаджень у доларах США, після чого спостерігається зростання цієї величини, яка досягає максимуму у 2013 році до 193,7672 млрд. дол. США, а з 2014 року відбувається її спад у зв'язку з новим «стрибком» зростання курсу долара США, зменшення витрат та заощаджень спостерігається також у 2015 році. З 2016 року відбувається їх збільшення. При цьому борг у доларах США постійно зростає окрім 2019 року. Це свідчить про значний відтік запозичених коштів на подолання негативних наслідків війни на Сході України, а також неефективне використання запозичених іноземних коштів.

Слід зауважити, що вплив боргу на витрати та заощадження населення може відбуватися з деяким запізненням, або часовим лагом.

## Моделі сталого розвитку

Для обґрунтування лагу чи лагів використаємо взаємну кореляційну функцію, розраховані значення якої подані в таблиці 4.1.13, з якої видно, що найбільше значення взаємна кореляційна функція досягає через рік, тобто позитивні результати від зовнішніх запозичень у поточному періоді проявляться наступного року. Відповідно дану залежність можна описати:

- лінійною моделлю —  $y_t = 4,2848x_{t-1} + 98,465$  ( $R^2 = 0,8702$ )
- квадратичною моделлю —  $y_t = -0,0086x_{t-1}^2 + 7,8382x_{t-1} - 88,427$  ( $R^2 = 0,9119$ ).

Табл. 4.1.13. Взаємна кореляційна функція залежності витрат та заощаджень населення від державного боргу в гривнях

Лаг часу	$\tau = 0$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$	$\tau = 5$
Коефіцієнт кореляції	0,8344	0,9328	0,9129	0,8654	0,7977	0,7307

З лінійної моделі випливає, що збільшення сумарного зовнішнього державного та гарантованого державою боргу в гривнях на 1 млрд. супроводжується збільшенням витрат та заощаджень населення через рік на 4,2848 млрд. грн. Проте, враховуючи постійну девальвацію гривні відносно долара США та значні витрати на обслуговування зовнішнього боргу, не можна точно спрогнозувати вплив зовнішнього боргу держави на зростання доходів та витрат населення у гривневому еквіваленті.

Оскільки однією з світових валют є долар США, проведемо аналіз впливу боргу в доларах США на витрати та заощадження населення в доларах США. Аналогічно в таблиці 4.1.14 подані розраховані значення взаємної кореляційної функції залежності цих показників.

Табл. 4.1.14. Взаємна кореляційна функція залежності витрат та заощаджень населення від державного боргу в доларовому еквіваленті

Лаг часу	$\tau = 0$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$	$\tau = 4$	$\tau = 5$
Коефіцієнт кореляції	0,7594	0,7241	0,6325	0,5064	0,3391	0,1565

З таблиці 4.1.14 видно, що, максимального значення взаємна кореляційна функція досягає в поточному році. Модель залежності витрат та заощаджень населення від державного боргу в доларовому еквіваленті має вигляд

#### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

$$y_t = 3,6858x_t + 8,5895 \quad (R^2 = 0,5766).$$

Отже, збільшення боргу у даному періоді на 1 млрд. дол. США супроводжується збільшенням витрат та заощаджень населення у цьому ж періоді на 3,6858 млрд. дол. США. Різниця у величинах зрушення у гривневому та доларовому еквівалентах виникла через девальвацію курсу гривні. Адекватність усіх запропонованих вище економетричних моделей підтвердилась в результаті перевірки згідно відомих критеріїв.

Оскільки борг є випадковою величиною, то для детальнішого аналізу побудовано економетричну модель з інструментальними змінними залежності витрат та заощаджень від величини боргу у гривнях, що має вигляд

$$y_t = 45,43005 + 1,067699y_{t-1} + 0,024325x_t \quad (R^2 = 0,9854),$$

де  $y_t$  — витрати та заощадження (млрд. грн) у  $t$ -му періоді,  $y_{t-1}$  — витрати та заощадження в попередньому періоді,  $x_t$  — борг (млрд. грн) у  $t$ -му періоді. З моделі випливає, що витрати та заощадження мають накопичувальний характер, оскільки зростання рівня витрат та заощаджень в поточному році на 1 млрд. грн приводить до зростання витрат та заощаджень населення на 1,067699 млрд. грн в наступному році. Зростання боргу в поточному році на 1 млрд. грн приводить до зростання витрат та заощаджень у тому ж році на 0,024325 млрд. грн. Для аналізу адекватності побудованої економетричної моделі обчислено стандартні похибки оцінок параметрів моделі, що відповідно дорівнюють  $S_{a_0} = 27,2874$ ;  $S_{a_1} = 0,0740$ ;  $S_{a_2} = 0,1858$  та емпіричні значення  $t$ -критерію Стьюдента:  $t_{a_0} = 1,6649$ ;  $t_{a_1} = 14,4282$ ;  $t_{a_2} = 0,1309$ , порівняння яких з критичними значеннями  $t$ -критерію Стьюдента вказує на значущість або високу достовірність оцінюваного параметра при заданій величині витрат та заощаджень, зсунутих на одиничний лаг часу. Звідси випливає, що з високою мірою достовірності оцінюваний параметр при заданій величині витрат та заощаджень є значущим.

З моделі випливає, що борг позитивно, але недостатньо суттєво впливає на витрати та заощадження населення. Це зумовлено політичною і економічною кризою, а також збільшенням видатків уряду України на оборону країни у зв'язку з тривалим військовим конфліктом на Сході України та збільшенням витрат уряду з обслуговування власних боргових зобов'язань.

### 4.1.4. Економіко-математичне моделювання, статистично-економетричний аналіз та оцінка зовнішньоекономічної діяльності України

Зовнішня торгівля значною мірою впливає на зростання валового внутрішнього продукту (ВВП) країни, як основного джерела формування доходів суб'єктів фінансових відносин. Доведено, що позитивний вплив на зростання ВВП країни має експортно-імпортна діяльність держави, особливо в умовах високої як продуктивності, так і конкурентоспроможності вітчизняної продукції. Зокрема, найбільш поширеним є аналіз структури ВВП за кінцевим використанням — за сукупними витратами. Така структура описується формулою:

$$ВВП = СВ + ВІ + ДЗ + ЧЕ,$$

де *ВВП* — валовий внутрішній продукт;

*СВ* — споживчі витрати;

*ВІ* — валові інвестиції;

*ДЗ* — державна закупівля товарів і послуг;

*ЧЕ* — чистий експорт.

Таким чином, чистий експорт як різниця між експортом та імпортом є однією із основних складових валового внутрішнього продукту. Зокрема для «вимірювання зовнішньої торгівлі» визначальними є обсяги експорту та імпорту, що складають основу для розрахунку інших показників розвитку зовнішньої торгівлі. Для аналізу протікання торгівлі можна провести компаративний аналіз основних показників на основі абсолютних, відносних величин і описових статистик. Також для аналізу експортно-імпортних операцій доцільно використовувати коефіцієнт залежності економіки країни від імпорту. Важливим показником для аналізу є також коефіцієнт покриття експорту імпортом.

Протягом 2006–2020 років імпорт товарів та послуг в Україну перевищує їх експорт, що свідчить про орієнтацію вітчизняного ринку не на розвиток власного виробництва товарів та послуг, необхідних для забезпечення потреб населення, а на імпорт їх необхідного обсягу та експорт здебільшого сировини, включаючи деревину, яка є дуже повільно відновлювальним ресурсом, що також значно погіршує екологічну ситуацію в окремих регіонах. Це сприяє утворенню додаткової вартості виробленої продукції за кордоном, але не у власних підприємств та фірм. Таким чином, на даний час Україна не відноситься до високо розвинутих країн, в яких значення вартості експортованої

#### ***Розділ 4. Економіко-математичне моделювання***

продукції та послуг є більшим по відношенню до їх імпорту.

Останнім часом Україна має певні проблеми із сальдо зовнішньоторгових операцій (різниця між обсягами експорту та імпорту), значення якого досить часто є від'ємним, що свідчить про більшу вартість товарів та послуг, які наша країна імпортує у порівнянні з їх експортом за виключенням 2005 року (табл. 4.1.15).

*Табл. 4.1 15. Зовнішньоторговельний баланс України*

Роки	Номінальний ВВП, млрд. грн	Експорт товарів та послуг, млрд. грн	Імпорт товарів та послуг, млрд. грн	Коефіцієнт імпоротної залежності	Коефіцієнт покриття експорту імпортом	Сальдо, млрд. грн
2005	441,452	227,252	223,555	0,51	1,02	3,697
2006	544,153	253,707	269,200	0,49	0,94	-15,493
2007	720,731	323,205	364,373	0,51	0,89	-41,168
2008	948,056	444,859	520,588	0,55	0,85	-75,729
2009	913,345	423,564	438,860	0,48	0,97	-15,296
2010	1082,569	549,365	580,944	0,54	0,95	-31,579
2011	1316,6	707,953	779,028	0,59	0,91	-71,075
2012	1408,889	717,347	835,394	0,59	0,86	-118,047
2013	1454,931	681,899	805,662	0,55	0,85	-123,763
2014	1566,728	770,121	834,133	0,53	0,92	-64,012
2015	1979,458	1044,541	1084,016	0,55	0,96	-39,475
2016	2383,182	1174,625	1323,127	0,56	0,89	-148,502
2017	2982,92	1430,230	1618,749	0,54	0,88	-188,519
2018	3558,706	1608,890	1914,893	0,54	0,84	-306,003
2019	3974,564	1636,416	1947,599	0,49	0,84	-311,183
2020	4194,102	1637,399	1681,526	0,40	0,97	-44,127

*Джерело: розроблено авторами*

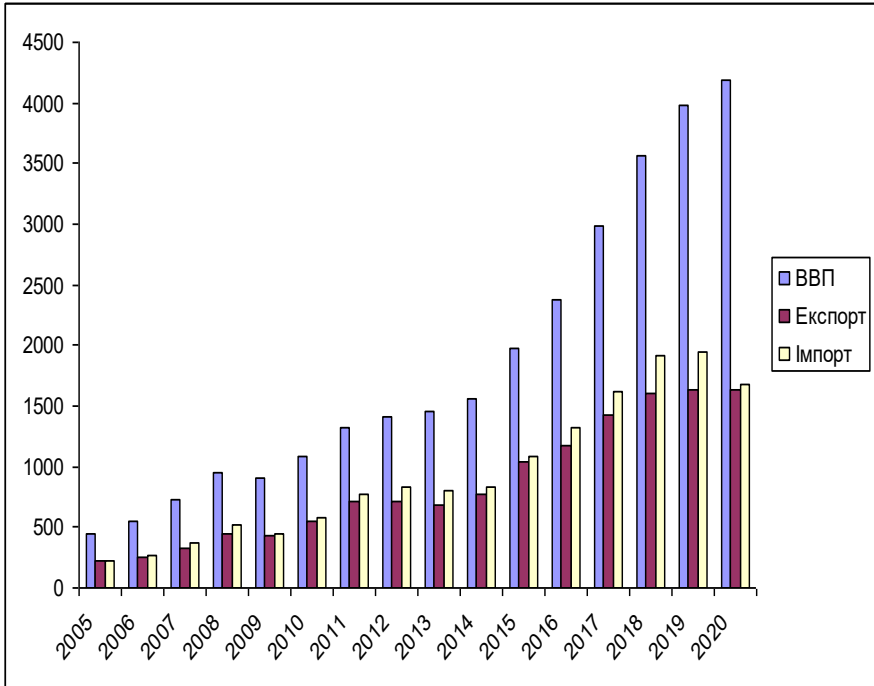


Рис. 4.1.1. Динаміка ВВП, експорту та імпорту України за 2005–2020 роки у гривневому еквіваленті

Обчислимо економетричну модель залежності номінального ВВП від експорту України за статистичними даними 2005–2020 років:

$$y = 2,3899x - 194,219 \quad (R = 0,9859),$$

де фактор–аргумент  $x$  — експорт товарів та послуг,  $y$  — номінальний ВВП. Значення коефіцієнту множинної кореляції, емпіричні значення критерію Фішера (484,89) і статистики Стьюдента для коефіцієнту фактора–аргументу (22,02) свідчать про адекватність регресійної залежності; відповідне значення  $p$  — величини ( $2,91E-12$ ) відображає високий рівень значущості фактору–аргументу  $x$  (експорту товарів та послуг) на 1% рівні значущості або 99% достовірності. Якщо експорт товарів та послуг зростає на 1 млрд. грн, то номінальний ВВП зростає в середньому на 2,3899 млрд. грн. Дослідимо також економетричну модель залежності номінального ВВП від імпорту України за статистичними даними 2005–2020 років:

$$y = 2,0583x - 116,243 \quad (R = 0,9766),$$



#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

де фактор–аргумент  $x$  — імпорт товарів та послуг,  $y$  — номінальний ВВП. Значення коефіцієнту множинної кореляції, емпіричні значення критерію Фішера (288,0) і статистики Стьюдента для коефіцієнту фактору–аргументу (16,97) свідчать про адекватність регресійної залежності; відповідне значення  $p$  — величини (9,84E–11) відображає високий рівень значущості фактора–аргументу  $x$  (імпорту товарів та послуг) на 1% рівні значущості або 99% достовірності. Якщо експорт товарів та послуг зростає на 1 млрд. грн, то номінальний ВВП зростає в середньому на 2,0583 млрд. грн. Необхідно відмітити наявність щільного зв'язку також між експортом та імпортом товарів і послуг (коефіцієнт парної кореляції рівний 0,9938).

Одним із показників збалансованості зовнішньої торгівлі вважається ступінь імпортової залежності економіки країни:

$$K_1 = \frac{I}{ВВП},$$

де  $I$  — імпорт, ВВП — валовий внутрішній продукт. Якщо цей показник є меншим 0,15 (або 15% у відсотковому співвідношенні), то такі операції є достатньо безпечними. Також дуже важливим є показник покриття експорту імпортом, що визначається як відношення доходів від експорту до витрат на імпорт (може вимірюватись у відсотках):

$$K_2 = \frac{E}{I},$$

де  $E$  — експорт. Тому подальше дослідження включає розрахунок та аналіз цих показників (табл. 4.1.15). Найменші значення коефіцієнту імпортової залежності (менші 0,5) спостерігаються у 2006, 2009, 2019 роках та найменше, рівне 0,4, у 2020 році. Найбільші, рівні 0,59, у 2011 та 2012 роках. Зауважимо, що даний коефіцієнт став меншим у 2019 році у порівнянні з попереднім роком (з 0,54 до 0,49), а у 2020 році ще зменшився до 0,4, що є позитивною тенденцією. Хоча на всьому досліджуваному періоді відображається тенденція до збереження імпортової залежності України. Аналогічно, значення коефіцієнтів покриття експорту імпортом відображають незбалансованість зовнішньоекономічної діяльності, що здійснюється Україною. Вони є меншими від одиниці майже на всьому досліджуваному періоді, за виключенням 2005 року, в якому цей показник дорівнював 1,02. Таким чином, тільки у даному році значення експорту товарів та послуг перевищувало значення їх імпорту. Зауважимо, що найменше значен-

## Моделі сталого розвитку

---

ня коефіцієнту покриття експорту імпортом, рівне 0,84, відмічається в 2018 та 2019 роках, а за останній 2020 рік цей показник дещо покращився і став рівним 0,97. Таким чином, протягом 2006–2020 років спостерігається обернена, не сприятлива для України тенденція меншого значення вартості експорту товарів і послуг у порівнянні з їх імпортом. Відмітимо, що найкращі значення показників не завжди співпадають. Тому для більш детального аналізу потрібно використовувати їх разом, а також й інші коефіцієнти.

Необхідно відмітити, що у 2019 році негативний баланс експортно–імпортних операцій дещо покращився. За 2019 рік експорт товарів і послуг зріс на 11,2% (до 63,68 млрд. американських доларів), тоді як імпорт — тільки на 6% (до 67,31 млрд. американських доларів). Водночас у торгівлі товарами імпорт зростав випереджальними темпами — на 6,3% (до 60,78 млрд. дол. США), тоді як експорт — на 5,8% (до 50,06 млрд. дол. США). Тому дефіцит зовнішньої торгівлі України у 2019 році скоротився на 41,5% — до 3,63 млрд. американських доларів. Негативне сальдо зовнішньоторговельного балансу України зберігалось і в 2020 році, хоча в першому кварталі минулого року дефіцит зовнішньої торгівлі скоротився до 9,4 млн. американських доларів у порівнянні з 437,9 млн. американських доларів за аналогічний квартал 2019 року. В експрес–випуску від 15.12.2020 Державної служби статистики України повідомляється, що у січні–жовтні 2020 року експорт товарів зменшився і становив 39633,5 млн. дол. США, або 95,2% порівняно із січнем–жовтнем 2019 року імпорт також зменшився до 42987,0 млн. дол. США, або 85,7%. Хоча експорт та імпорт товарів дещо зменшився у доларовому вимірі, зовнішньоторговельний баланс покращився: негативне сальдо також зменшилось і було рівним 3353,5 млн. дол. США в останньому періоді (у порівнянні з січнем–жовтнем 2019 року, в якому сальдо також було негативним –8496,3 млн. дол. США). Коефіцієнт покриття експортом імпорту у даному періоді становив 0,92, що є більшим у порівнянні з таким же ж терміном попереднього року, який був рівний 0,83. Зовнішньоторговельний оборот товарів та послуг України у 2020 році становив 118.3 млрд. доларів США та у порівнянні з 2019 роком зменшився на 13.5 млрд. доларів США, тобто на 10.2%. Сальдо торговельного балансу товарів та послуг стало від’ємним та становило 118.3 млрд. доларів США. Але дещо покращилось у порівнянні з 2019 роком на 3.4 млрд. доларів США. Зовнішньоторговельний оборот товарів та послуг України у 2020 році

## ***Розділ 4. Економіко-математичне моделювання***

становив 118.3 млрд. доларів США та у порівнянні з 2019 роком зменшився на 13.5 млрд. доларів США, тобто на 10.2%. Сальдо торговельного балансу товарів та послуг стало від'ємним та становило 118.3 млрд. доларів США. Але дещо покращилось у порівнянні з 2019 роком на 3.4 млрд. доларів США. Експорт товарів у 2020 році зменшився у порівнянні з 2019 роком на 1,7% (на 841,7 млн. дол. США) і склав 49,2 млрд. дол. США.

Негативним для покращення зовнішньоторговельного балансу України є вплив COVID-19 та відповідні обмежувальні заходи країн у міжнародній торгівлі. Також в Україні спостерігається високий рівень корупції та неефективне управління, що не є сприятливим для ефективної міжнародної торгівлі.

У зв'язку з вищенаведеними даними Україні потрібно наполегливо працювати у напрямку збільшення експортних операцій, одержання позитивного платіжного балансу, наряду із зменшенням нецільового і неефективного використання грошових ресурсів та ліквідації корупції, використовуючи та впроваджуючи інноваційні методи виробництва та менеджменту, прийняття оптимальних управлінських рішень. Зауважимо, що значення коефіцієнтів імпортої залежності і покриття експортом імпорту значно перевищують допустимий рівень протягом майже всього досліджуваного періоду. Негативне сальдо експортно-імпортних операцій за 2006–2020 роки також свідчить про деякі дисбаланси у зовнішньоторгових відносинах України. У зв'язку з цим необхідно розробляти та впроваджувати економічні і політичні рішення щодо збільшення експорту українських товарів та послуг та зменшення імпортої залежності.

### **4.2. Економіко-математичне моделювання на мікрорівні**

#### ***4.2.1. Економіко-математичне моделювання процесів функціонування підприємств в умовах невизначеності та ризику***

У сучасних умовах глобальної світової економічної кризи, зумовленої коронавірусною інфекцією, особливу увагу потрібно надавати вдосконаленню процесу управління діяльністю підприємств з використанням економіко-математичного моделювання та математичного апарату прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику.

Розглянемо економіко-математичну модель процесу функціонування підприємства, використання якої забезпечить одержання оптимального управлінського рішення при умові максимізації його загаль-

## Моделі сталого розвитку

ного прибутку від виробничої діяльності. З метою оптимізації процесів функціонування та розвитку підприємств пропонується наступна економіко–математична модель, що враховує стохастичну складову процесів в економічній сфері діяльності. Для її побудови введемо поняття, що будуть використані в подальшому.

Індекси:  $t$  — плановий період,  $i$  — вид продукції,  $q$  — технологія,  $m$  — вид товарної продукції,  $s$  — ресурс. Множини:  $D_1, D_2$  — технології виробництва. Техніко–економічні коефіцієнти і константи:  $C_{iqt}(\theta)$  — вартість виробництва одиниці  $i$ -ої товарної продукції, що виготовляється за  $q$ -ою технологією в періоді  $t$ ;  $\bar{C}_{iqt}(\theta)$  — собівартість виробництва одиниці  $i$ -ої товарної продукції;  $d_{sigt}(\theta)$  — витрати  $s$ -го ресурсу на одиницю виробництва  $i$ -ої товарної продукції при використанні  $q$ -ої технології у прогнозованому періоді  $t$ ;  $Q_m^1(\theta)$  — обсяг виробництва продукції  $m$ -го виду в прогнозованому періоді  $t$  для виконання договірних зобов'язань,  $Q_m^2(\theta)$  — обсяг виробництва продукції  $m$ -го виду для задоволення внутрішньогосподарських потреб і реалізації договірних зобов'язань,  $\bar{Q}_m(\theta)$  — максимально можливий обсяг виробництва продукції  $m$ -го виду. Змінні величини:  $X_{iqt}(\theta)$  — заплановане виробництво  $i$ -ої продукції в періоді  $t$ , яка виробляється за технологією  $q$ ;  $\theta$  — множина можливих сценаріїв розвитку економічної ситуації та інших стохастичних і некерованих факторів.

Оцінка ефективності розвитку підприємств здійснюється на основі системи економічних показників. Тому в якості критеріїв оптимальності використовують показники: товарна продукція, прибуток і рентабельність. Розглянемо економіко–математичну модель, в якій відображені основні обмеження, що відповідають умовам функціонування підприємств, та використовується критерій оптимальності — прибуток. Така оптимізаційна модель має наступний вигляд:

максимізувати математичне сподівання отриманого прибутку від реалізації продукції

$$M \left( \sum_{i \in D_1} \sum_{q \in D_2} \sum_{t=1}^T (c_{iqt}(\theta) - \bar{c}_{iqt}(\theta)) X_{iqt}(\theta) \right)$$

при виконанні наступних умов:

- 1) по виконанню виробничих завдань і можливості реалізації

виробленої продукції

$$P\left(\theta: Q_{mt}^1(\theta) + Q_{mt}^2(\theta) \leq \sum_{i \in D_1} \sum_{q \in D_1} X_{iqt}(\theta) \leq \bar{Q}_{mt}(\theta)\right) \geq \alpha_{mt}^1$$

( $m \in D_2$ ;  $t = 1, 2, \dots, T$ );

2) по використанню виробничих ресурсів

$$P\left(\theta: \sum_{i=1}^I \sum_{m \in D_1} \sum_{t=1}^T d_{sigt}(\theta) X_{iqt}(\theta) \leq d_s\right) \geq \alpha_s$$

( $s = 1, 2, \dots, S$ );

3) по невід'ємності змінних

$$X_{iqt}(\theta) \geq 0; \quad (i \in D_1; \quad q \in D_1; \quad t = \overline{1, T}),$$

де  $\alpha_{mt}^1$ ,  $\alpha_s$  — ймовірності виконання відповідних обмежень.

Необхідно зауважити, що при оптимізації складних динамічних систем дуже часто зустрічаються багатокритеріальні задачі. Це пов'язано не тільки з формальними труднощами вибору та обґрунтування єдиного критерію, але і з багатоцільовим характером функціонування економічної системи, коли необхідно приймати до уваги одночасно декілька показників ефективності (максимум прибутку, товарної та кінцевої продукції, рентабельності, мінімум собівартості і т. д.).

Відомо, що співпадіння екстремальних значень двох і більше критеріїв можливе лише при випадковому збігу обставин і в практичних розрахунках їх отримання малоімовірне. Тому виникає задача вибору такого варіанту, який був би відносно однаково ефективним для множини найбільш привабливих критеріїв. Такі задачі називаються багатокритеріальними з векторним критерієм оптимальності.

При розв'язуванні задач даного класу необхідне виконання наступних умов: обґрунтування множини критеріїв для заданої задачі; кількісна оцінка відносної переваги критеріїв або побудова деякої шкали переваг; визначення умов можливого компромісу та обґрунтування методу знаходження компромісного варіанту. Множина можливих критеріїв визначається характерними властивостями для економічного процесу і обґрунтовується на основі логічного аналізу. У даний час для одержання компромісних варіантів існує ряд методів, серед яких особливу увагу заслуговують методи В. Садовського, І. Никовського, І. Саскі, Х. Ютлера, методи послідовних поступок, відносного показника та інші.

Для прийняття оптимальних управлінських рішень можна вико-

## Моделі сталого розвитку

ристовувати також критерії прийняття рішень в умовах невизначеності. Критерій Лапласа використовується при умові, коли ймовірності можливих умов реалізації проектів (економічних станів) невідомі, тобто в умовах повної невизначеності. По критерію Лапласа оптимальним рішенням буде таке, що забезпечує

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_i \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m V(a_i, c_j) \right\}, \text{ якщо } V(a_i, c_j) - \text{прибуток} \\ \min_i \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m V(a_i, c_j) \right\}, \text{ якщо } V(a_i, c_j) - \text{витрати} \end{array} \right.$$

де  $c_1, c_2, \dots, c_m$  — стани економічної системи;  $a_i$  — можливі варіанти управлінських рішень;  $m$  — кількість можливих станів економічної ситуації  $c_j$  ( $j = \overline{1, m}$ ). Даний критерій доцільно використовувати в тих випадках, коли різниця між окремими станами системи велика, тобто велика дисперсія значень.

Критерій Вальда є найбільш обережним, оскільки він ґрунтується на виборі альтернативи з усіх найгірш можливих. У зв'язку з цим критерій Вальда часто називають максимінним (мінімаксним).

Якщо результат  $V(a_i, c_j)$  відображає втрати особи, що приймає рішення, то за критерієм Вальда оптимальним рішенням буде альтернатива, що забезпечує  $\min_i \max_j \{V(a_i, c_j)\}$ . Якщо ж  $V(a_i, c_j)$  відображає вигреш, відповідно до максимінного критерію, вибирається оптимальне рішення, яке забезпечує  $\max_i \min_j \{V(a_i, c_j)\}$ .

Критерій Севіджа використовує для аналізу матрицю «співчуття» особи, що приймала рішення у зв'язку із вибором неоптимального рішення  $W(a_i, c_j)$ , яка обчислюється за наступною формулою:

$$W(a_i, c_j) = \begin{cases} \max_k \{V(a_k, c_j)\} - V(a_i, c_j), & \text{якщо } V(a_i, c_j) - \text{прибуток} \\ V(a_i, c_j) - \min_k \{V(a_k, c_j)\}, & \text{якщо } V(a_i, c_j) - \text{втрати.} \end{cases}$$

Незалежно від того, є  $V(a_i, c_j)$  прибутком або втратами, функція  $W(a_i, c_j)$  в обох випадках визначає втрати. Тому до  $W(a_i, c_j)$  слід використовувати тільки мінімаксний критерій Вальда або будь-який інший критерій для функції втрат.

Критерій Гурвіца встановлює баланс між випадками крайнього

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

оптимізму й крайнього песимізму, порівнюючи обидві альтернативи з допомогою відповідних коефіцієнтів  $\alpha$ , та  $(1 - \alpha)$ , де  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Якщо  $V(a_i, c_j)$  представляє прибуток, то вибираємо альтернативу, яка забезпечує

$$\max_i \left[ \alpha \max_j \{V(a_i, c_j)\} + (1 - \alpha) \min_j \{V(a_i, c_j)\} \right].$$

У випадку, коли  $V(a_i, c_j)$  представляє втрати, критерій вибирає альтернативу, яка зумовлює

$$\min_i \left[ \alpha \min_j \{V(a_i, c_j)\} + (1 - \alpha) \max_j \{V(a_i, c_j)\} \right].$$

Параметр  $\alpha$  представляє собою показник оптимізму (ступінь впевненості): при  $\alpha = 1$ , критерій дуже оптимістичний; при  $\alpha = 0$  — дуже песимістичний. Значення  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) може визначатися в залежності від характеру особи, яка приймає рішення, тобто, що їй більш характерно: песимізм або оптимізм.

Критерій Байєса використовується за умови, коли відомий розподіл ймовірностей відбуття станів системи. Оптимальною вважається альтернатива, яка забезпечує екстремальне (min або max) значення даного математичного сподівання:

$$\begin{cases} \max_i \sum_{j=1}^m p_j \cdot \{V(a_i, c_j)\}, \text{ якщо } V(a_i, c_j) - \text{прибуток} \\ \min_i \sum_{j=1}^m p_j \cdot \{V(a_i, c_j)\}, \text{ якщо } V(a_i, c_j) - \text{втрати.} \end{cases}$$

Практичне використання методологічних засад економіко-математичного моделювання з метою оптимізації управлінських рішень, конкурентоздатний вихід українських підприємств на світові ринки забезпечать можливість покращання економічної стабільності та економіки України.

### **4.2.2. Математичне моделювання функціонування аграрних підприємств**

У системі соціально-економічних перетворень, що здійснюються в Україні з часу набуття нею політичної незалежності, особливе місце посідає глибоке реформування сільського господарства, яке зумовлює сучасні аграрні відносини. З переходом агропромислових об'єктів господарювання України на ринкові відносини особливо актуальним пос-

## Моделі сталого розвитку

---

тало питання прийняття ефективних управлінських рішень для забезпечення стабільного функціонування та розвитку аграрних формувань. Розглянемо та обґрунтуємо економіко–математичну модель функціонування сільськогосподарського підприємства, використання якої забезпечить розрахунок та вибір оптимальних рішень в аграрній сфері.

Управлінські рішення приймаються керівництвом підприємства, як правило, на основі аналізу минулого та можливого майбутнього розвитку подій у його господарській діяльності. Ситуаційне управління підприємством ґрунтується на оперативному прийнятті управлінських рішень, виходячи з наявної ситуації, обставин, подій у виробництві й на ринку продукції, пов'язаних із розвитком економіки держави та можливих погодних умов.

Теоретичні та практичні аспекти проблеми ефективного управління сільськогосподарськими підприємствами розглядаються у працях вітчизняних вчених І.Ф.Баланюка, В.Г.Андрійчука, Ю.Я.Лузан, С.Л.Кошель, І.В.Лозинської, Р.В.Ліпського та ін. Праці згаданих авторів носять в основному описовий характер. Для перехідної економіки України, як відмічено у роботі І.Ф.Баланюка, необхідно підвищення рівня організаційного забезпечення дальшого розвитку аграрних відносин (програмне забезпечення, використання здобутків попереднього етапу аграрної реформи, формування системи пріоритетів, підвищення надійності кадрового забезпечення, формування і ефективне використання ринкової інфраструктури в аграрному секторі, здійснення поглибленого моніторингу подальшого розвитку аграрних відносин). В.Г.Андрійчук проаналізував економіку аграрних підприємств України. У роботах Ю.Я. Лузана та І.В.Лозинської проаналізовано проблеми розвитку тваринництва і обґрунтовані методи виходу його із кризи. Вчені розглядають та обґрунтовують методологічні принципи розвитку тваринництва, використання яких зумовить покращання економічних показників даної галузі, а також збільшення обсягів виробництва, рентабельності та конкурентоздатності продукції тваринництва. Р.В.Ліпський аналізує шляхи підвищення праце–ресурсного забезпечення агроформувань. Дані автори, на жаль, не використовують економіко–математичних моделей функціонування та розвитку аграрних формувань. А.М. Гатаулін, Г.В. Гаврилов, Л.А. Харитоновна, В.А. Кардаш у своїх роботах розглядають таку можливість, оскільки економіко–математичні моделі представляють собою концентрований вираз загальних взаємозв'язків та закономірностей економічних явищ у ма-



## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

тематичній формі. Це дало б можливість змодельовати різні напрямки спеціалізації агроформування та розрахувати оптимальне управлінське рішення. Зауважимо також, як відмічають В.В.Вітлінський та С.І.Наконечний, при менеджменті управлінської діяльності необхідно враховувати вплив зовнішніх факторів, що можуть мати як позитивний, так і негативний вплив на розвиток галузі. Це відображає можливі потенційні ризики, що особливо властиво для сільського господарства, для якого характерні умови невизначеності. На сільськогосподарське виробництво значно впливають природно-кліматичні фактори, які в основному не можуть бути точно передбачені та мають стохастичний вплив на урожайність культур, що вирощуються, і, відповідно, на продуктивність худоби в результаті використання кормової бази та кінцеві результати функціонування агропромислового комплексу.

Побудова економіко-математичної моделі процесу функціонування аграрного підприємства, використання якої забезпечить одержання оптимального управлінського рішення при умові максимізації його загального прибутку від виробничої діяльності. З метою оптимізації процесів функціонування та розвитку аграрних формувань пропонується наступна економіко-математична модель, що враховує стохастичну складову процесів в аграрному секторі. Для її побудови введемо поняття, що будуть використані в подальшому.

Індекси:  $t$  — плановий період,  $r$  — підперіод періоду,  $i$  — рослинна культура,  $k$  — тваринна галузь,  $j$  — статеві-вікова група тварин,  $f$  — варіант продуктивності,  $v$  — вид корму,  $\mu$  — група кормів,  $p$  — поживна речовина,  $q$  — технологія,  $m$  — вид товарної продукції,  $s$  — ресурс.

Множини:  $D_1, D_2, D_3$  — технології обробітку відповідних товарних і кормових культур, вирощування (відгодовування) тварин;  $D_4, D_5$  — види рослинної і тваринної товарної продукції;  $D_l$  — підмножина товарних культур;  $\bar{D}$  — багаторічні трави;  $D_1^{(i)}, D_2^{(i)}, \dots, D_n^{(i)}$  — види кормів, які отримують з  $i$ -ої багаторічної культури першого, другого, ...,  $n$ -го укосів.

Техніко-економічні коефіцієнти і константи:  $C_{iqt}(\theta)$  — вартість одиниці  $i$ -ої товарної рослинної продукції, що виготовляється за  $q$ -ою технологією в періоді  $t$ ;  $\bar{C}_{iqt}(\theta)$  — собівартість виробництва одиниці  $i$ -ої товарної культури;  $a_{mjkt}(\theta)$  — вихід продукції  $m$  за період  $t$  від

## Моделі сталого розвитку

від однієї тварини  $j$ -ої статеві-вікової групи  $f$ -ої продуктивності  $k$ -ої галузі, яких утримують за  $q$ -ою технологією;  $c_{mjfkqt}(\theta)$  — вартість одиниці  $m$ -ої продукції тваринництва;  $\bar{c}_{jfkqt}(\theta)$  — витрати на утримання однієї тварини без врахування кормів;  $\bar{c}_{vjfkqt}(\theta)$  — собівартість виробництва одиниці  $v$ -ого виду корму;  $d_{sqt}(\theta)$ ,  $d_{svjfkqt}(\theta)$ ,  $d_{sjfkqt}(\theta)$  — витрати  $s$ -го ресурсу на одиницю відповідної діяльності;  $\gamma_v^1(\theta)$ ,  $\gamma_v^2(\theta)$ , ...,  $\gamma_v^n(\theta)$  — площа земельних угідь, необхідна для виробництва одиниці  $v$ -ого корму при першому, другому, ...,  $n$ -го укосах;  $K_{jfkmt}(\theta)$  — частина тварин  $j$ -ої статеві-вікової групи  $k$ -ої тваринницької галузі, яка може в періоді  $t$  досягти продуктивності  $f$  по основній продукції  $m$ ;  $Q_{mt}^1(\theta)$ ,  $Q_{mt}^2(\theta)$  — обсяг виробництва продукції  $m$ -го виду в плановому періоді  $t$  для виконання держзамовлення, а також задоволення внутрішньогосподарських потреб і реалізації договірних зобов'язань.

Змінні величини:  $X_{iqt}(\theta)$  — заплановане виробництво  $i$ -ої культури в періоді  $t$ , яка вирощується за технологією  $q$ ;  $Z_{jfkqt}(\theta)$  — поголів'я тварин  $j$ -ої статеві-вікової групи  $f$ -ої продуктивності  $k$ -ої галузі, яких утримують за  $q$ -ою технологією;  $Y_{vjfkqt}(\theta)$  — кількість  $v$ -ого корму, отриманого за  $q$ -тою технологією, необхідне для відгодівлі тварин  $j$ -ої статеві-вікової групи  $f$ -ої продуктивності  $k$ -ої галузі в періоді  $t$ ;  $Y_{vjfkqr}(\theta)$  — кількість  $v$ -ого корму, що згодовується в  $r$ -тому півперіоді періоду  $t$ ;  $\theta$  — множина станів природи та інших некерованих факторів.

Оцінка ефективності розвитку сільськогосподарських підприємств здійснюється на основі системи економічних показників. Тому в якості критеріїв оптимальності використані показники: товарна продукція, прибуток і рентабельність. Фрагмент запропонованої економіко-математичної моделі, в якому відображені тільки основні обмеження і критерій оптимальності — прибуток, має вигляд:

Максимізувати математичне сподівання отриманого прибутку від реалізації рослинної і тваринної продукції

$$M \left( \sum_{t \in D_1} \sum_{q \in D_1} \sum_{t=1}^T (c_{iqt}(\theta) - \bar{c}_{iqt}(\theta)) X_{iqt}(\theta) + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^J \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K \sum_{q \in D_3} \sum_{t=1}^T \left( \sum_{m \in D_5} a_{mjfkqt}(\theta) c_{mjfkqt}(\theta) - \bar{c}_{jfkqt}(\theta) \right) Z_{jfkqt}(\theta) - \right. \\ \left. - \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{j=1}^J \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K \sum_{q \in D_2} \sum_{t=1}^T \bar{c}_{vjfkqt}(\theta) Y_{vjfkqt}(\theta) \right)$$

при виконанні умов:

1. По виконанню виробничих завдань і можливості реалізації виробленої продукції

$$P \left\{ \theta : Q_{mt}^1(\theta) + Q_{mt}^2(\theta) \leq \sum_{i \in D_1} \sum_{q \in D_1} X_{iqt}(\theta) \leq \bar{Q}_{mt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{mt}^1 \quad (m \in D_4; t = 1, 2, \dots, T).$$

$$P \left\{ \theta : Q_{mt}^1(\theta) + Q_{mt}^2(\theta) \leq \sum_{i \in D_1} \sum_{q \in D_1} X_{iqt}(\theta) \leq \bar{Q}_{mt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{mt}^1 \quad (m \in D_5; t = 1, 2, \dots, T).$$

2. По використанню виробничих ресурсів

$$P \left\{ \theta : \sum_{i=1}^I \sum_{m \in D_1} \sum_{t=1}^T d_{siqt}(\theta) X_{iqt}(\theta) + \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{q \in D_2} \sum_{j=1}^J \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T d_{svjfkqt}(\theta) Y_{vjfkqt}(\theta) + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^J \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K \sum_{q \in D_3} \sum_{t=1}^T d_{sjfkqt}(\theta) Z_{jfkqt}(\theta) \leq d_s + \sum_{t=1}^T u_{st}(\theta) \right\} \geq \alpha_s \quad (s = 1, 2, \dots, S).$$

3. По структурі посівних площ:

а) по співвідношенню посівних площ сільськогосподарських культур

$$P \left\{ \theta : \sum_{i \in M_1} \sum_{q \in D_{M_1}} \beta_i^1 d_{s_0iqt}(\theta) X_{iqt}(\theta) - \sum_{i \in M_2} \sum_{q \in D_{M_2}} \beta_i^2 d_{s_0iqt}(\theta) X_{iqt}(\theta) = 0 \right\} \geq \alpha_{M_1 M_2};$$

б) по балансу площ різних укосів однієї і тієї ж багаторічної кормової культури

$$P \left\{ \theta : \sum_{v \in D_1^{(i)}} \sum_{j=1}^J \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K \sum_{q \in D_2} \sum_{r=1}^R \gamma_v^1(\theta) Y_{vjfkqr}(\theta) = \dots = \sum_{v \in D_n^{(i)}} \sum_{j=1}^J \sum_{f=1}^F \sum_{k=1}^K \sum_{q \in D_2} \sum_{r=1}^R \gamma_v^n(\theta) Y_{vjfkqr}(\theta) \right\} \geq \alpha_{it}$$

( $i \in \bar{D}; t = 1, 2, \dots, T$ );

## Моделі сталого розвитку

в) по формуванню зеленого конвеєра

$$P \left\{ \theta : \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{q \in D_2} \psi_{\mu, v, jfkqtr} Y_{v, jfkqtr}(\theta) \geq \frac{N_{tr}}{N_t} V_{\mu, jfkqt} Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{jfkqtr}^1$$

$$P \left\{ \theta : \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{q \in D_2} \psi_{\mu, v, jfkqtr} Y_{v, jfkqtr}(\theta) \leq \frac{N_{tr}}{N_t} W_{\mu, jfkqt} Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{jfkqtr}^2$$

$$(j = \overline{1, J}; \quad f = \overline{1, F}; \quad k = \overline{1, K}; \quad t = \overline{1, T}; \quad r = \overline{1, R}; \quad q \in D_3).$$

4. По обороту стада:

а) по структурі тваринницьких галузей

$$P \left\{ \theta : \sum_{f=1}^F Z_{j+1, fkqt}(\theta) \leq K_{jkqt}(\theta) \sum_{f=1}^F Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{jkqt}$$

$$(j = \overline{1, J}; \quad k = \overline{1, K}; \quad q \in D_3; \quad t = \overline{1, T});$$

б) по структурі статеві-вікових груп в розрізі продуктивності тварин

$$P \left\{ \theta : \sum_{f=1}^F \sum_{q \in D_3} Z_{jfkqt}(\theta) \leq K_{jfkmt}(\theta) \sum_{f=1}^F \sum_{q \in D_3} Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{jfk}$$

$$(j = \overline{1, J}; \quad f = \overline{1, F-1}; \quad k = \overline{1, K}; \quad t = \overline{1, T}).$$

5. По формуванню раціонів відгодівлі тварин:

а) по забезпеченню тварин кожної статеві-вікової групи поживними речовинами не менше і не більше заданої норми згідно варіантів продуктивності

$$P \left\{ \theta : \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{q \in D_2} \phi_{pv, jfkqt}(\theta) Y_{v, jfkqt}(\theta) \geq \underline{a}_{pjfkqt} Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{pjfkqt}^1$$

$$P \left\{ \theta : \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{q \in D_2} \phi_{pv, jfkqt}(\theta) Y_{v, jfkqt}(\theta) \leq \bar{a}_{pjfkqt} Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{pjfkqt}^2$$

$$(j = \overline{1, J}; \quad f = \overline{1, F}; \quad k = \overline{1, K}; \quad t = \overline{1, T}; \quad p = \overline{1, P}; \quad q \in D_3);$$

б) по структурі споживання окремих груп кормів тваринами кожної статеві-вікової групи

$$P \left\{ \theta : \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{q \in D_2} \psi_{\mu, v, jfkqt} Y_{v, jfkqt}(\theta) \geq V_{\mu, jfkqt} Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{\mu, jfkqt}^1$$

$$P \left\{ \theta : \sum_{v=1}^{\Phi} \sum_{q \in D_2} \psi_{\mu v jfkqt} Y_{v jfkqt}(\theta) \leq W_{\mu jfkqt} Z_{jfkqt}(\theta) \right\} \geq \alpha_{\mu jfkqt}^2$$

$$(j = \overline{1, J}; f = \overline{1, F}; k = \overline{1, K}; t = \overline{1, T}; \mu = \overline{1, O}; q \in D_3).$$

6. По невід'ємності змінних

$$X_{iqt}(\theta) \geq 0; Y_{v jfkqt}(\theta) \geq 0; Y_{v jfkqtr}(\theta) \geq 0; Z_{jfkqt}(\theta) \geq 0,$$

$$(i \in D_1; q \in D_1 \cap D_2 \cap D_3; v = \overline{1, \Phi}; j = \overline{1, J}; f = \overline{1, F}; k = \overline{1, K}; t = \overline{1, T}; r = \overline{1, R}),$$

де  $\alpha_{mi}^1, \alpha_{mi}^2, \alpha_s, \alpha_{M_1 M_2}, \alpha_{it}, \alpha_{jfkqtr}^1, \alpha_{jfkqtr}^2, \alpha_{jkqt}, \alpha_{jfk}, \alpha_{pjfkqt}^1, \alpha_{pjfkqt}^2, \alpha_{\mu jfkqt}^1, \alpha_{\mu jfkqt}^2$  — ймовірності виконання відповідних обмежень.

Інтеграція економіки України, зокрема аграрної сфери, у світове господарство і недостатня ефективність функціонування сільськогосподарських формувань зумовлюють необхідність подальшого дослідження оптимізації прийняття оптимальних управлінських рішень. Практичне використання методологічних засад розвитку рослинницької та тваринницької галузей, конкурентоздатний вихід українських підприємств на світові ринки забезпечить можливість покращення економічної стабільності аграрної галузі та економіки України в цілому.

#### **4.2.3. Математичне моделювання депозитно-кредитних операцій комерційних банків**

В умовах ринкової економіки для функціонування та розвитку комерційних банків надзвичайно важливим є процес управління депозитно-кредитними операціями. Для прийняття ефективних управлінських рішень необхідно оптимізувати структуру банківських активів та пасивів, тобто залучення грошових ресурсів, котрі визначають ресурсний потенціал комерційного банку, та їх розміщення у прибуткові активи.

Механізм розрахунку оптимального управлінського рішення щодо функціонування комерційних банків пропонують економіко-математичні моделі управління їх депозитно-кредитними стратегіями. В усьому світі застосування математичних методів для розв'язання фінансових проблем уже набуло широкого поширення і з практичного погляду вони є головним інструментом менеджерів банку.

Більшість труднощів моделювання банківської фірми пов'язано з розмаїттям банківських операцій. Як посередник банк обслуговує позичальників і кредиторів, що позичають їм свої фонди. При цьому

## Моделі сталого розвитку

---

банк бере на себе одночасно ризик неповернення виданих кредитів і несподіваного затребування депозитів. Як і будь-яка комерційна фірма банк повинен забезпечувати прибуток своїм акціонерам, головною метою котрих є одержання високих дивідендів. Якщо банківська фірма не буде відповідати цій вимозі, питання про її подальше функціонування буде, скоріше всього, вирішено негативно. Крім того, банківські фірми є найбільш регульованими організаціями і мають задовольняти чимало вимог, що накладаються на неї з боку суспільства в особі контролюючих органів.

Модель банківської фірми має поєднувати два підходи: як до фінансового посередника, котрий повинен з часом максимізувати свою цінність, і як до регульованої організації, яка забезпечує надійну роботу фінансово-кредитної системи країни.

У вітчизняній та зарубіжній літературі дослідженню проблем оптимізації функціонування та розвитку комерційних банків приділяється значна увага. Відомі праці А.М.Мороза, О.І.Лаврушина, М.І.Савлука, А.А.Пересади, Г.Марковіца, Д.Ратнера, В.І.Грушко, І.В.Волошина, З.М.Васильченко, О.Д.Вовчак, К.І.Старовойта та інших. Цікавою є оптимізаційна модель «дохідність–ризик» у фінансовому механізмі інвестиційної діяльності комерційних банків, запропонована Ксенією Старовойт–Білоник. У ній автор ставить за мету максимізацію прибутків банку від формування портфелю банківських активів із врахуванням ризику розміщення банківських коштів, обмежуючи також максимально можливий ризик від даних операцій. Проте у даному дослідженні автор не розглядає оптимізацію залучення грошових ресурсів. Необхідно також відмітити актуальність досліджень оцінки ефективності інвестиційних проектів у банківській діяльності, здійснене З.М.Васильченко та І.П.Васильченко, де розвинуто існуючі методологічні підходи щодо оцінювання ефективності інвестицій з використанням теперішньої та майбутньої вартості грошових потоків. Але, на нашу думку, оптимізацію залучення інвестиційних проектів також потрібно здійснювати разом з оптимізацією залучення грошових ресурсів. Віддаючи належне науковим напрацюванням вітчизняних та зарубіжних учених з цієї проблематики, слід зауважити, що існує потреба в подальшому дослідженні оптимізації депозитно-кредитних стратегій комерційних банків.

Для оптимізації активно-пасивних банківських стратегій використовується наступна економіко-математична модель управління depo-

#### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

зитно-кредитними стратегіями комерційного банку, що відображає метод розподілу активів.

У зв'язку з тим, що терміни обігу коштів, залучених із певного джерела і розміщених у певний прибутковий актив можуть не співпадати, необхідно розглянути виникнення двох ситуацій:

- а) період обігу залучених коштів дорівнює  $k$  періодам обігу цих коштів, розміщених в актив;
- б) період обігу розміщених коштів дорівнює  $k$  періодам обігу цих коштів залучених із певного джерела.

Для опису цих ситуацій будемо вважати, що є  $m$  джерел ресурсів різного типу ( $R_1, R_2, \dots, R_m$ ) і  $n$  пунктів розміщення ( $A_1, A_2, \dots, A_n$ ). Кожний  $i$ -ий пункт залучення ресурсів (розміщення ресурсів) характеризується двома параметрами:

$T_{ri}$  — час залучення ресурсів ( $T_{ai}$  — час розміщення ресурсів);

$C_{ri}$  — ціна залучення ресурсів ( $C_{ai}$  — ціна розміщення ресурсів);

$S_i$  — частина ресурсів, залучених із джерела  $R_i$ , які підлягають обов'язковому резервуванню (у відсотках).

Задано матриці  $k_{ij}$  і  $k'_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $k_{ij}$  і  $k'_{ij} > 1$ , при цьому або  $k_{ij} = 1$ , або  $k'_{ij} = 1$ . Коефіцієнт  $k_{ij}$  показує, скільки разів має бути залучено ресурс із джерела  $R_i$  щоб він міг бути один раз розміщений у пункті  $A_j$ . Коефіцієнт  $k'_{ij}$  показує, скільки разів один раз залучений ресурс із джерела  $R_i$  може бути розміщений у пункті  $A_j$ . На всі джерела і на всі пункти розміщення накладено умови рівності обсягів ресурсів  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) і  $b_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) відповідно. Потрібно скласти план залучення ресурсів із різних джерел та розміщення їх у всі можливі активи, щоб сумарний прибуток від цих вкладень був максимальним. Необхідно врахувати вимогу зменшення інтенсивності роботи щодо залучення та розміщення коштів, тобто мінімізації частоти залучення ресурсів для одного вкладення і частоти вкладення при одному залученні.

Нехай  $x_{ij}$  — кількість одиниць ресурсу, залученого із джерела  $R_i$  і спрямованого в пункт вкладення  $A_j$ . Функція цілі визначає сумарний прибуток від спрямування ресурсів, залучених із усіх джерел в усі пункти вкладання, а коефіцієнти цільової функції визначають прибуток від вкладання ресурсів, залучених із джерела  $R_i$  та вкладених у пункт  $A_j$ , і задаються з огляду на те, що всі ресурси, залучені із джерела  $R_i$ , повністю вкладаються в пункт  $A_j$ , за винятком частини коштів  $s_i$ , які підлягають обов'язковому резервуванню. При цьому вимагається, щоб виконувались співвідношення, котрі виражають обмеженість створе-

## Моделі сталого розвитку

них банком активів та пасивів. Вимога невід'ємності кількості ресурсів є природною. Умови мінімізації частоти залучення і вкладення коштів виражаються цільовими функціями.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$$

$$d_{ij} = \begin{cases} \left( \frac{S_i}{100} + \left(1 - \frac{S_i}{100}\right) \times (1 + c_{ai} T_{ai})^{k_{ij}} - (1 + c_{ri} T_{ri}) \right), k_{ij} = 1 \\ \left( 1 + c_{ri} T_{ri} / \left(1 - \frac{S_i}{100}\right) \right)^{k_{ij}-1} \times \left( \frac{S_i}{100} - 1 - c_{ri} T_{ri} \right) + \left(1 - \frac{S_i}{100}\right) \times (1 + c_{ri} T_{ri}) \right), k_{ij}' = 1 \end{cases}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m (1 - s_i) x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} k_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} k_{ij}' \rightarrow \min.$$

При цьому передбачається, що загальна сума залучених ресурсів, які підлягають обов'язковому резервуванню, дорівнює сумі всіх вкладень:

$$\sum_{i=1}^m a_i (1 - s_i) = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Сформульована модель є багатокритеріальним завданням лінійної оптимізації. Згортання критеріїв дозволяє привести його до стандартного виду завдання лінійного програмування.

Цікавою є також математична модель управління ресурсами банку, побудована на основі методу спільного фонду коштів.

На нашу думку, дані моделі не зовсім адекватно відображають процес депозитних і кредитних стратегій комерційних банків. Необхідно оптимізувати банківські операції щодо оптимізації розміщення грошових коштів за рахунок використання залучених активів при аналізі не тільки їх загальної дохідності, а і враховуючи динаміку прийня-



## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

яття рішень у часі. Тому пропонується використання наступної економіко-математичної моделі.

Цільова функція — максимум сумарного прибутку від депозитних та кредитних операцій комерційних банків

$$\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^{\Delta t_1} x_{ij}^{t_1} + \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^{\Delta t_2} y_{ij}^{t_2} - \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_{ij}^{\Delta t_1} x_{ij}^{t_1} \rightarrow \max.$$

Наступні обмеження моделюють балансові умови залучення та використання грошових ресурсів:

$$\sum_{t_1=t+1}^T \sum_{j=1}^n x_{ij}^{t_1} + \xi_{ij}^t = R_i^t + c_{ij}^{\Delta t_2} \sum_{t_2}^t y_{ij}^{t_2} \quad i = \overline{1, m}; t = \overline{1, T}$$

$$(t_1 > t; t > t_2; \Delta t_2 = t - t_2).$$

Обмеження по використанню активів  $i$ -го виду

$$\sum_{j=1}^n \sum_{t_1=t+1}^T x_{ij}^{t_1} = R_i^t \quad i = \overline{1, m}; t = \overline{1, T}.$$

$$\sum_{t=1}^T R_i^t = R_i, \quad i = \overline{1, m}.$$

Обмеження по загальному використанню активів

$$\sum_{t=1}^T R_t = R.$$

Обмеження по виконанню всіх поточних зобов'язань комерційного банку

$$\sum_{i=1}^m \xi_{ij}^t = P_j^t \quad j = \overline{1, n}; t = \overline{1, T}.$$

Обмеження по виконанню загальних зобов'язань комерційного банку

$$\sum_{t=1}^T P_j^t = P_j, \quad j = \overline{1, n};$$

$$\sum_{j=1}^n P_j = P,$$

де  $x_{ij}^{t_1}$  — це ресурси, що надходять з  $i$ -го джерела та використовуються у  $j$ -му напрямку, причому дані ресурси розміщуються у  $t$ -му періоді часу та будуть повернені у  $t_1$ -му періоді часу;

$\xi_{ij}^t$  — обсяг поточних пасивів  $j$ -го виду, які потрібно виконати у

## Моделі сталого розвитку

$t$ -му періоді часу за рахунок активів, що надійдуть із  $i$ -го джерела;

$R_i^t$  — це частина ресурсів  $i$ -го виду, що будуть використовуватися у  $t$ -му періоді часу;

$P_j^t$  — це обсяг пасивів  $j$ -го виду, що необхідно сплатити у  $t$ -му періоді часу;

$y_{ij}^{t_2^t}$  — це частина ресурсів з  $i$ -го джерела, що були використані у  $j$ -му напрямку в  $t_2$ -му періоді часу з обумовленим періодом їх повернення у  $t$ -му періоді із відповідними відсотками;

$R_i$  — це загальний обсяг активів, що надходитиме з  $i$ -го джерела;

$R$  — це загальний обсяг активів комерційного банку;

$P$  — це загальний обсяг пасивів банку.

Коефіцієнт  $c_{ij}^{\Delta t_1}$  виражає дохід банку від розміщення одиниці грошових коштів, залучених з  $i$ -го джерела і розміщених у  $j$ -му напрямку на  $\Delta t_1$  період часу.

Коефіцієнт  $v_{ij}^{\Delta t_1}$  визначає витрати банку від залучення одиниці грошових коштів з  $i$ -го джерела та їх розміщення у  $j$ -му напрямку на  $\Delta t_1$  період часу, враховуючи відповідні відсоткові ставки та накладні витрати на обслуговування позик та депозитів.

Оскільки на процес функціонування комерційних банків впливають випадкові фактори, то доцільно розглянути стохастичну економіко-математичну модель їх депозитно-кредитних стратегій:

$$\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^{\Delta t_1}(\theta) x_{ij}^{t_1}(\theta) + \sum_{t=2}^T \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^{\Delta t_2}(\theta) y_{ij}^{t_2^t}(\theta) - \sum_{t=1}^{T-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_{ij}^{\Delta t_1}(\theta) x_{ij}^{t_1}(\theta) \rightarrow \max;$$

$$\sum_{t=t+1}^T \sum_{j=1}^n x_{ij}^{t_1}(\theta) + \xi_{ij}^{t_1}(\theta) = R_i^t(\theta) + c_{ij}^{\Delta t_2}(\theta) \sum_{t_2}^t y_{ij}^{t_2^t}(\theta),$$

$$i = \overline{1, m}; \quad t = \overline{1, T}, \quad (t_1 > t; \quad t > t_2; \quad \Delta t_2 = t - t_2);$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{t_1=t+1}^T x_{ij}^{t_1}(\theta) = R_i^t(\theta) \quad i = \overline{1, m}; \quad t = \overline{1, T};$$

$$\sum_{t=1}^T R_i^t(\theta) = R_i(\theta), \quad i = \overline{1, m};$$

$$\begin{aligned}\sum_{t=1}^T R_t(\theta) &= R(\theta); \\ \sum_{i=1}^m \xi_{ij}^t(\theta) &= P_j^t(\theta), \quad j = \overline{1, n}; \quad t = \overline{1, T}; \\ \sum_{t=1}^T P_j^t(\theta) &= P_j(\theta), \quad j = \overline{1, n}; \\ \sum_{j=1}^n P_j(\theta) &= P(\theta),\end{aligned}$$

де  $\theta$  — параметр, що відображає стохастичність використовуваних показників.

Числовий розрахунок дозволить визначити оптимальну схему залучення та розміщення ресурсів на деякий період часу. Маркетингові дослідження ринку ресурсів дають змогу визначити обсяг коштів, доступних для банку і спрогнозувати ціни покупки та продажу ресурсів на кожній стадії, а також визначити відповідно обсяги поточних активів та пасивів на кожній стадії процесу.

Отже, з метою оптимізації функціонування комерційних банків необхідно впроваджувати нові методи управління активно-пасивними банківськими стратегіями з використанням економіко-математичних моделей.

## Моделі сталого розвитку

---

### 4.2.4. Прогнозування часових рядів за допомогою ARIMA-моделей

Організації і підприємства збирають і зберігають величезні обсяги даних в своїх базах даних. Цю колекцію даних можна ефективно використовувати для пошуку корисних шаблонів (закономірностей), які можуть поліпшити бізнес.

Data Mining — це процес виявлення раніше невиявлених закономірностей на основі величезних обсягів операційних даних. Після того, як шаблони знайдені, їх, крім того, можна використовувється для побудови певних рішень для зростання і поліпшення організацій. Збір даних — це процес прийняття рішень, який складається з різних методів і алгоритмів, включаючи класифікацію, асоціативні правила, класифікацію, часові ряди і т. д. для здобуття знань з баз даних.

Одним з найважливіших завдань для організацій є знаходження приблизного прогнозу на майбутнє. Перший етап в наближенні майбутнього складається з збору даних з минулого. У зв'язку з цим зазвичай мають справу зі статистичними даними, отриманими через регулярні проміжки часу, наприклад, дні, місяці, роки і т. д., які повинні бути однаковими для всіх вимірювань. Зазвичай такі дані називаються часовими рядами.

Часовий ряд — це упорядкований набір спостережень змінної, взятих через рівні проміжки часу. Прогнозування часових рядів — це використання моделі для прогнозування майбутніх подій на основі відомих минулих подій. В історичних даних може бути також відсутнє значення. Це значення має бути заповнено перед прогнозуванням будь-яким з методів, таких як просте середнє, ковзне середнє або зважене ковзне середнє. В часових рядах треба знайти закономірність в історичних даних і екстраполювати цю закономірність на майбутнє. Часовий ряд, що містить спостереження однієї змінної, називається одновимірним, тоді як спостереження кількох змінних називаються багатовимірними.

Методи моделювання часових рядів припускають, що історія повторюється якщо не точно, то досить близько, щоб, вивчаючи минуле, можна було приймати більш правильні рішення в майбутньому. Часові ряди можуть мати такі характеристики, як тренд, циклічність, сезонність і нерегулярність. Залежно від характеристик, представлених даними часового ряду, відповідна модель буде застосовуватися до даних часового ряду. Поступове зміщення рівня ряду вгору чи вниз, або тенденція значень ряду збільшуватися або зменшуватися з плином часу, називається віковим трендом або просто трендом. Сезонні коливання в часовому ряду — це коливання у році протягом сезону. Селе-

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

дньострокові зміни в ряду, викликані обставинами, повторюваними циклами, називаються циклічними варіаціями. Непередбачувані впливи, які не є регулярними, а також не повторюються в певному зразку, називаються нерегулярними варіаціями.

У традиційному аналізі часових рядів для опису цих чотирьох компонентів використовуються два підходи: мультиплікативний і адитивний.

Мультиплікативна модель:

$$Y = T \cdot S \cdot C \cdot I,$$

адитивна модель:

$$Y = T + S + C + I,$$

де  $Y$  позначає спостереження, а  $T$ ,  $S$ ,  $C$  і  $I$  — тренд, сезонна, циклічна і нерегулярна складові відповідно.

Мультиплікативна модель заснована на припущенні, що чотири компоненти часового ряду не обов'язково незалежні і можуть впливати один на одного, тоді як в адитивній моделі передбачається, що чотири компоненти часового ряду не залежать одне від одного.

Одним із факторів, який впливає на вибір методу прогнозування є встановлений для прогнозу часовий горизонт. Збільшення термінів прогнозу для досліджуваного процесу збільшує дисперсію випадкової складової. Сукупна похибка прогнозу може бути розкладена на три складові:

- похибки, які виникають при визначенні форми зв'язку, тобто ступеню співпадання певної функції із наявним трендом;
- похибки при визначенні параметрів вибраної в якості тренду функції (похибки, які залежать від методу аналітичного виразу залежності);
- випадкові відхилення від тренду, спричинені індивідуальними особливостями процесу.

Правильно вибрана форма аналітичного виразу та найбільш точний метод визначення параметрів прогнозної моделі значною мірою підвищують оцінку точності прогнозу. Точність прогнозної моделі визначається на основі похибок прогнозу: MAD (Mean Absolute Derivation), MSE (Mean Squared Error), MAPE (Mean Absolute Percentage Error), MPE (Mean Percentage Error). Очевидно, що зазначені показники можуть бути розраховані після того, як період упередження (часовий горизонт прогнозу) вже завершився та є в наявності фактичні дані про прогнозований показник, або значення показника на ретроспективній ділянці. В останньому випадку наявна інформація ділиться на дві частини: на основі першої — оцінюються параметри моделі, а дані другої частини розглядаються в якості фактичних. Похибки прогнозів, отримані ретроспективно (на дру-

## Моделі сталого розвитку

---

гій ділянці) характеризують точність відповідної моделі.

Сьогодні доступні різні методи прогнозування, такі як методи ковзної середньої, експоненційне згладжування, регресійний підхід, інтегрована модель авторегресії — ковзного середнього ARIMA, нейронні мережі, і т.д.

Останнім часом популярними стали ARIMA-моделі (Autoregressive Integrated Moving Average), які пояснюють поведінку часового ряду, виходячи лише з його значень в попередні моменти часу, а також добре описують як стаціонарні, так і нестаціонарні часові ряди.

Як зазначає І. Лук'яненко, широкому застосуванню ARIMA-моделей сприяє те, що [1]:

1) не завжди попередня інформація про можливі взаємозв'язки між динамічними рядами може бути добре обґрунтована; у цьому випадку чисто статистична модель, що зв'яже поточні та попередні значення досліджуваного показника, може використовуватися для короткострокових прогнозів;

2) інколи з добре відомих структурних моделей економічної теорії можна отримати моделі типу авторегресійних або моделей ковзного середнього, особливо у процесі оцінювання наведеної форми симультивних систем рівнянь, тобто під час вираження ендогенних змінних структурної моделі через попередньо визначені та екзогенні змінні.

Значна частина методів аналізу зорієнтована на стаціонарні процеси, статистичні властивості яких не змінюються протягом часу (середнє та дисперсія постійні у випадку нормального розподілу). Однак багато часових рядів мають нестаціонарний характер. Оскільки, більшість часових рядів можна привести до стаціонарних після виділення тренду, сезонної компоненти чи взяття різниці, тому стаціонарним часовим рядам приділяється велика увага.

Розглянемо різні приклади нестаціонарних часових рядів.

Спочатку розглянемо тренд. Нехай часовий ряд можна представити

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad (4.2.1)$$

Тут ряд  $y_t$  представлено у вигляді композиції детермінованої складової  $\alpha + \beta t$  (лінійний тренд) і випадкової складової  $\varepsilon_t$ , що є стаціонарним часовим рядом з нульовою середньою. Також зустрічаються інші приклади тренду: квадратичний  $\alpha + \beta t + \gamma t^2$ , експоненційний  $\alpha e^{\beta t}$  і т. п.

Для того щоб виділити тренд в моделі (і їй подібних), можна застосувати звичайну техніку оцінювання параметрів регресійних рівнянь, вважаючи  $t$  незалежною змінною. Після цього ми отримуємо ряд

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

залишків, для опису якого можна буде застосувати моделі стаціонарних часових рядів.

Розглянемо сезонність. В економічних даних часто зустрічається сезонна компонента. Наприклад, в кварталних даних може спостерігатися сезонна компонента з періодом 4:

$$y_t = S(t) + \varepsilon_t, S(t+4) = S(t). \quad (4.2.2)$$

Тут ряд  $y_t$  представлений в вигляді композиції періодичної детермінованої складової  $S(t)$  (сезонна компонента) і випадкової складової  $\varepsilon_t$ , що є стаціонарним часовим рядом з нульовою середньою. Сезонну компоненту  $S(t)$  можна представити в вигляді

$$S(t) = \beta_1 d_{1t} + \beta_2 d_{2t} + \beta_3 d_{3t} + \beta_4 d_{4t},$$

де  $d_i$  — фіктивні (бінарні) змінні для кварталів. Для виділення сезонної компоненти можна застосувати методи оцінювання параметрів регресії до рівняння:

$$y_t = \beta_1 d_{1t} + \beta_2 d_{2t} + \beta_3 d_{3t} + \beta_4 d_{4t} + \varepsilon_t. \quad (4.2.3)$$

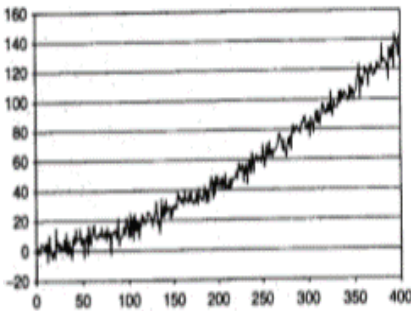
Часто модель (4.2.3) представляють в вигляді регресії з обмеженням, включаючи в неї константу:

$$y_t = \alpha + \beta_1 d_{1t} + \beta_2 d_{2t} + \beta_3 d_{3t} + \beta_4 d_{4t} + \varepsilon_t, \quad \sum \beta_i = 0, \quad (4.2.4)$$

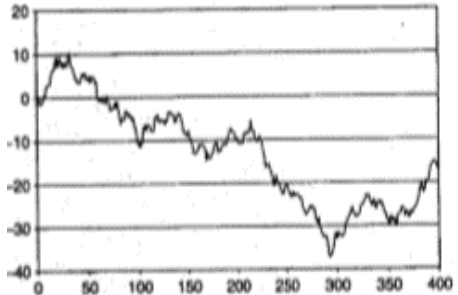
В (4.2.4) коефіцієнти  $\beta_i$  представляють відхилення від середнього за рік рівня в кварталі  $i$ .

Як і в випадку виділення тренду, методи моделювання стаціонарних часових рядів застосовуються далі до ряду залишків регресії.

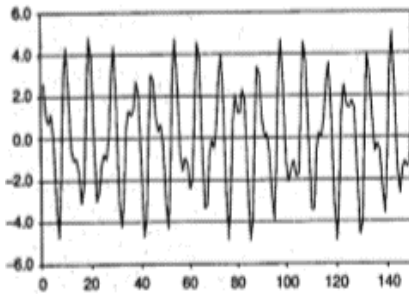
Типові приклади графіків нестационарних часових рядів приведені на рисунку 4.2.1.



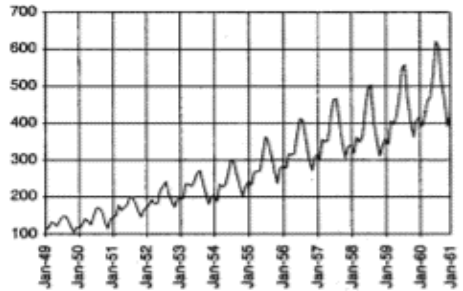
а)



б)



в)



з)

Рис. 4.2.1. Типові приклади графіків нестационарних часових рядів:

а) тренд, б) випадкове блукання, в) сезонність, з) тренд і сезонність

Розглянемо взяття послідовної різниці. Випадковий процес  $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$ ,  $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$ ,  $t = 1, \dots, n$  є прикладом нестационарного часового ряду. Проте, якщо до нього застосувати операцію взяття послідовної різниці, отримаємо стаціонарний часовий ряд:

$$z_t = \Delta y_t = (1 - L)y_t = y_t - y_{t-1}, \quad z_t = \varepsilon_t.$$

Для більш загального процесу  $A(L)y_t = \varepsilon_t$ , де  $A(L)$  має один одиничний корінь, тобто,  $A(L) = B(L)(1 - L)$  а всі корені  $B(L)$  лежать зовні одиничного кола, це ж перетворення  $z_t = \Delta y_t$  приводить до стаціонарного процесу  $B(L)z_t = \varepsilon_t$ .

Взяття різниці також приводить до стаціонарного процесу ряд (4.2.1) з лінійним трендом:

$$\Delta y_t = \beta + u_t, \quad u_t = \Delta \varepsilon_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}. \quad (4.2.5)$$

У випадку квадратичного тренду  $\alpha + \beta t + \gamma t^2$  взяття першої різниці не приводить до стаціонарного ряду, але якщо взяти другу різницю  $\Delta^2 y_t = \Delta(\Delta y_t) = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2})$ , то  $\Delta y_t = \beta + \gamma(2t - 1) + \Delta \varepsilon_t$ ,  $\Delta^2 y_t = 2\gamma + \Delta^2 \varepsilon_t$  і  $\Delta^2 y_t$  вже є стаціонарним часовим рядом.

У випадку наявності сезонної компоненти (4.2.2) усунути останню можна з допомогою оператора взяття сезонної послідовної різниці  $\Delta_4 y_t = (1 - L^4)y_t = y_t - y_{t-4}$ . Якщо період сезонної компоненти дорівнює 12 (це може бути для місячних даних), то треба застосувати оператор  $\Delta_{12}$ .

Слід відмітити, що застосування оператора послідовної різниці не обов'язково приводить нестационарний ряд до стаціонарного.

Таким чином, застосовуючи виділення тренду, сезонності і / або



## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

оператор послідовної (і сезонної) різниці, часто можна отримати з вихідного часового ряду стаціонарний.

Яким чином визначають за наявними спостереженнями, чи є ряд стаціонарним.

Перше — подивитись на графік отриманих спостережень. Можливо, він містить очевидний на око тренд або періодичну компоненту (сезонність). Також можливо, що розкид спостережень зростає чи спадає з часом. Це може служити вказівкою на залежність середньої або відповідно дисперсії від часу. В обох випадках ряд буде, найшвидше, нестаціонарний.

Друге — побудувати графік вибіркової автокореляційної функції (ACF) або корелограми (correlogram):

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4.2.6)$$

Корелограма стаціонарного часового ряду «швидко спадає» з ростом  $k$  після декількох перших значень. Якщо ж графік спадає дуже повільно, то є основи припустити нестаціонарність ряду. Крім ACF, можна також побудувати графік часткової автокореляційної функції PACF, яка теж повинна швидко спадати для стаціонарного процесу.

У загальному випадку, коефіцієнт часткової кореляції між  $y_t$  та  $x_1$  при виключенні впливу  $x_2$  визначається за формулою:

$$r(y, x_1 | x_2) = \frac{r(y, x_1) - r(y, x_2)r(x_1, x_2)}{\sqrt{1 - r^2(y, x_2)}\sqrt{1 - r^2(x_1, x_2)}}. \quad (4.2.7)$$

Значення його лежить в інтервалі  $[-1; 1]$ , як у звичайного коефіцієнта кореляції.

Часткова автокореляційна функція  $PACF(k)$  є «чиста кореляція» між  $y_t$  і  $y_{t-k}$  при виключенні впливу проміжних значень  $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k-1}$ .

Якщо застосувати процедуру обчислення вибіркового часткового коефіцієнта кореляції, то виявляється, що у випадку стаціонарного ряду  $y_t$  значення вибіркової часткової автокореляційної функції  $PACF(k)$  обчислюється як МНК-оцінка останнього коефіцієнта  $\beta_k$  в  $AR(k)$  регресійному рівнянні:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \dots + \beta_k y_{t-k} + \varepsilon_t, \quad (4.2.8)$$

Третє — можна використовувати формальні тести на наявність одиничного кореня (тест Дікі – Фуллера DF, розширений тест Дікі – Фуллера ADF, тест МакКінлі і ін.).

## Моделі сталого розвитку

Розглянемо частковий випадок моделі Бокса-Дженкінса — ARMA моделі для стаціонарних часових рядів.

Нехай є наступний клас моделей стаціонарних рядів:

$$y_t - \phi_1 y_{t-1} - \dots - \phi_p y_{t-p} = \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2), \quad (4.2.9)$$

або в короткій формі

$$\Phi(L)y_t = \delta + \Theta(L)\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2), \quad (4.2.10)$$

де  $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$  і  $\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$  — поліноми від оператора зсуву. Така модель називається моделлю авторегресії і ковзної середньої — ARMA( $p, q$ ).

Розглянемо прості ARMA моделі.

Процес AR(1) або ARMA(1,0) представляється формулою:

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2). \quad (4.2.11)$$

Його числові характеристики

$$E(y_t) = \frac{\delta}{1 - \phi_1}, \quad V(y_t) = \gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1 - \phi_1^2}, \quad \gamma_k = \phi_1^k \gamma_0,$$

$$\rho_k = \gamma_k / \gamma_0 = \phi_1^k \quad (4.2.12)$$

Необхідною умовою стаціонарності процесу  $y_t$  є умова  $|\phi_1| < 1$ .

Часткова автокореляційна функція AR(1) процесу дорівнює нулю для значень  $k > 1$ .

Авторегресійний процес AR(2) або ARMA(2,0):

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2). \quad (4.2.13)$$

Нехай вільний член рівняння дорівнює нулю:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2). \quad (4.2.14)$$

$PACF(k) = 0$  для  $k > 2$ . Для AR( $p$ ) процесу часткова автокореляційна функція  $PACF(k) = 0$ , починаючи з  $k = p + 1$ . Необхідно наголосити, що цей результат вірний для теоретичної часткової автокореляційної функції і не завжди вірний для вибіркової часткової автокореляційної функції. Проте, на практиці відбувається різке спадання  $PACF$  до значень близьких до нуля після  $k$ , що дорівнює порядку авторегресійного процесу.

Розглянемо процеси ковзної середньої. Моделлю ковзної середньої (MA) порядку  $q$  називається модель ARMA(0,  $q$ )

$$y_t = \delta + \Theta(L)\varepsilon_t = \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2), \quad (4.2.15)$$

яка позначається MA( $q$ ). З (4.2.15) видно, що процес MA( $q$ ) стаціонарний при будь-якому  $q$  і будь-яких  $\theta_i$ .

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Розглянемо  $MA(1)$

$$y_t = \delta + \Theta(L)\varepsilon_t = \delta + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2). \quad (4.2.16)$$

$MA(1)$  в вигляді авторегресійного процесу:

$$\Theta(L)^{-1}y_t = \Theta(L)^{-1}\delta + \varepsilon_t \quad (4.2.17)$$

або

$$y_t = \frac{\delta}{1-\theta_1} - \theta_1 y_{t-1} - \theta_1^2 y_{t-2} - \dots + \varepsilon_t. \quad (4.2.18)$$

Таке  $AR(\infty)$  представлення  $MA(1)$  процесу (4.2.16) можливе тільки у випадку оборотності оператора  $\Theta(L) = 1 - \theta L$ , тобто, коли виконується умова оборотності  $|\theta| < 1$ .

Середня і дисперсія процесу  $MA(1)$ :

$$E(y_t) = \delta, \quad V(y_t) = \sigma^2(1 + \theta_1^2). \quad (4.2.19)$$

Автокореляційна функція процесу  $MA(1)$ :

$$\gamma_1 = Cov(y_t, y_{t-1}) = -\theta_1\sigma^2. \quad (4.2.20)$$

Автокореляційна функція  $ACF(k) = 0$  для  $k > 1$ , тобто її вигляд аналогічний вигляду  $PACF$  для  $AR(q)$  процесу.

Часткова автокореляційна функція  $PACF(k)$  для  $MA(q)$  процесу, аналогічно  $ACF(k)$  для  $AR(q)$  процесу, експоненційно спадає. Таким чином, має місце деяка симетрія: пара графіків ( $ACF, PACF$ ) для  $MA(q)$  процесу мають такий же вигляд, як пара графіків ( $PACF, ACF$ ) для  $AR(q)$ .

Слід відмітити, що подібно  $AR(\infty)$  представленню (4.2.18) для  $MA(1)$  процесу (4.2.16) існує  $MA(\infty)$  представлення для  $AR(1)$  процесу (4.2.11):

$$y_t = (1 - \phi_1 L)^{-1}(\delta + \varepsilon_t) = \frac{\delta}{1 - \phi_1} + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (4.2.21)$$

Розглянемо найпростіший змішаний  $ARMA(1,1)$  процес (4.2.10) з  $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L$ , і  $\Theta(L) = 1 - \theta_1 L$ :

$$y_t - \phi_1 y_{t-1} = \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2). \quad (4.2.22)$$

Будем вважати, що  $|\phi_1| < 1$  і  $|\theta_1| < 1$ . Процес  $ARMA(1,1)$  є стаціонарним і зворотним.

Середня, дисперсія і коваріація  $ARMA(1,1)$  процесу:

$$E(y_t) = \frac{\delta}{1 - \phi_1} \quad (4.2.23)$$

## Моделі сталого розвитку

$$\gamma_0 = V(y_t) = \sigma^2 \frac{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1}{1 - \phi_1^2} \quad (4.2.24)$$

$$\gamma_1 = Cov(y_t, y_{t-1}) = \phi_1\gamma_0 - \theta_1\sigma^2 \quad (4.2.25)$$

Для автокореляцій порядку більше 1 отримуємо рекурентне співвідношення

$$\begin{aligned} \gamma_k = Cov(y_t, y_{t-k}) &= \phi_1\gamma_{k-1}, \rho_k = \phi_1^{k-1}\rho_1, k > 1, \\ \rho_1 &= \frac{(1 - \phi_1\theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 + \theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1}. \end{aligned} \quad (4.2.26)$$

З (4.2.26) видно, що *ACF* для *ARMA*(1,1) процесу веде себе так як *ACF* для *AR*(1) процесу. Хоча значення  $\rho_1$  інше, але співвідношення між  $\rho_1$  і наступними значеннями *ACF* точно такі ж.

Цей висновок можна узагальнити на випадок *ARMA*(*p*, *q*) процесу. Перші *q* значень *ACF* визначаються взаємодією *AR* і *MA* компонент, а подальша поведінка автокореляційної функції така ж, як у *AR*(*p*) процесі.

Аналогічний висновок справедливий для часткової автокореляційної функції *ARMA*(*p*, *q*) процесу. Вона спадає подібно *PACF* для *MA*(*q*) процесу.

Узагальнимо вище приведені результати у вигляді таблиці 4.2.1.

Табл. 4.2.1. Поведінка автокореляційної і часткової автокореляційної функцій для різних процесів *ARMA*

Процеси	Функції	
	Автокореляційна функція (корелограма)	Часткова автокореляційна функція
<i>AR</i> (1)	Експоненційно спадає	<i>PACF</i> ( <i>k</i> ) = 0 при <i>k</i> > 1
<i>AR</i> (2)	Експоненційно спадає	<i>PACF</i> ( <i>k</i> ) = 0 при <i>k</i> > 2
<i>AR</i> ( <i>p</i> )	Експоненційно спадає	<i>PACF</i> ( <i>k</i> ) = 0 при <i>k</i> > <i>p</i>
<i>MA</i> (1)	<i>ACF</i> ( <i>k</i> ) = 0 при <i>k</i> > 1	Експоненційно спадає
<i>MA</i> (2)	<i>ACF</i> ( <i>k</i> ) = 0 при <i>k</i> > 2	Експоненційно спадає
<i>MA</i> ( <i>q</i> )	<i>ACF</i> ( <i>k</i> ) = 0 при <i>k</i> > <i>q</i>	Експоненційно спадає
<i>ARMA</i> ( <i>p</i> , <i>q</i> )	Експоненційно спадає при <i>k</i> > <i>q</i>	Експоненційно спадає при <i>k</i> > <i>p</i>

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Для вибору найкращої *ARIMA*-моделі переважно застосовують алгоритм за методом Бокса-Дженкінса. Він передбачає побудову *ARIMA*-моделі на основі наявного динамічного ряду. В деяких випадках навіть акцентують увагу на тому, що чим більша довжина динамічного ряду, тим буде кращою модель.

Деякі нестационарні часові ряди можуть бути приведені до стаціонарних з допомогою оператора послідовної різниці. Нехай, часовий ряд  $y_t$  після застосування  $d$  раз оператора послідовної різниці, став стаціонарним рядом  $\Delta^d y_t$ , що задовольняє *ARMA*( $p, q$ ) моделі (4.2.10). Тоді процес  $y_t$  називається інтегрованим процесом авторегресії і ковзної середньої *ARIMA*( $p, d, q$ ). Слід відмітити, що з моделі, наприклад, для ряду  $\Delta y_t$  легко отримати модель для вихідного ряду  $y_t$ , використовуючи співвідношення  $y_t = y_{t-1} + \Delta y_t$ .

Методологія Бокса-Дженкінса підбору *ARIMA* моделі для даного ряду спостережень складається з трьох етапів.

### 1. Ідентифікація моделі

1.1. Перший крок — отримання стаціонарного ряду. Тестується ряд на стаціонарність, використовуючи описані вище методи: візуальний аналіз графіку, візуальний аналіз *ACF* і *PACF*, тести на одиничні корені. Якщо отримується стаціонарний ряд, то переходимо до наступного пункту, якщо ні — застосовуємо оператор взяття послідовної різниці і повторяєм тестування. На практиці послідовна різниця береться, як правило, не більше двох разів.

1.2. Після того як отримано стаціонарний часовий ряд, будуються його вибіркові *ACF* і *PACF*, які дозволяють сформулювати декілька гіпотез про можливі порядки авторегресії  $p$  і ковзної середньої  $q$ . Зазвичай, використовуються моделі більш низьких порядків, як правило, з  $p + q \leq 3$  (якщо немає сезонної компоненти).

Вибіркові *ACF* і *PACF*, зазвичай, не співпадають з теоретичними аналогами, але достатньо близькі до них.

### 2. Оцінювання моделі і перевірка адекватності моделі

2.1. Для кожної з вибраних на першому етапі моделей оцінюються їх параметри і обчислюються залишки.

2.2. Кожна з моделей перевіряється, наскільки вона відповідає даним. З моделей, адекватних даним, вибирається найпростіша (з меншою кількістю параметрів).

### 3. Прогнозування

## Моделі сталого розвитку

Після того, як на другому етапі вибрана модель, можна будувати прогноз на один або декілька кроків за часом і оцінювати довірчі межі прогнозних значень.

У сучасних комп'ютерних пакетах є різні методи оцінювання ARMA моделей, такі, як лінійний або нелінійний МНК, повний або умовний метод максимальної правдоподібності.

### *Прогнозування обсягів портфельних інвестицій в Україну*

Визначимо:

- найбільш оптимальну модель ARIMA для прогнозування;
- прогнозний обсяг портфельних інвестицій.

В якості інформаційної бази застосовувалися дані про щоквартальні обсяги портфельних інвестицій за період з I кварталу 1998 року по I квартал 2014 року (65 даних), які були опубліковані Національним банком України.

Вихідний часовий ряд портфельних інвестицій в Україну має наступний вигляд (рис. 4.2.2).

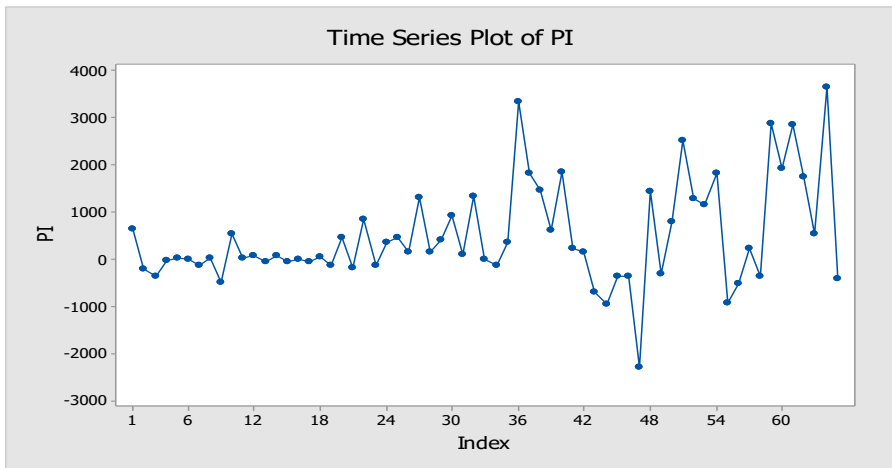


Рис. 4.2.2. Обсяг портфельних інвестицій в Україну (млн. дол. США)

Аналіз функції вибіркової автокореляції вихідних даних свідчить: коефіцієнти автокореляції швидко згасають, це означає, що вихідний ряд портфельних інвестицій є стаціонарним. Функція вибіркової часткової автокореляції, свідчить що перший, другий і четвертий коефіцієнти часткової автокореляції є значущі, всі інші — незначущі і вони плавно наближаються до нуля. В сукупності структура функцій вибір-

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

кової автокореляції і вибіркової часткової автокореляції відповідає процесу ARIMA(2,0,4).

Перевірка моделі на адекватність через аналіз залишків свідчить про те, що коефіцієнти автокореляції залишків є незначними (рис.4.2.3), знаходяться в межах нуля в діапазоні  $\pm 2/\sqrt{n}$ , а отже можемо зробити висновок — вибрана модель є адекватною. Прогноз для 66 і 67 періоду становить  $\hat{Y}_{66} = 221,05$  млн. дол. США і  $\hat{Y}_{67} = 576,34$  млн. дол. США відповідно.

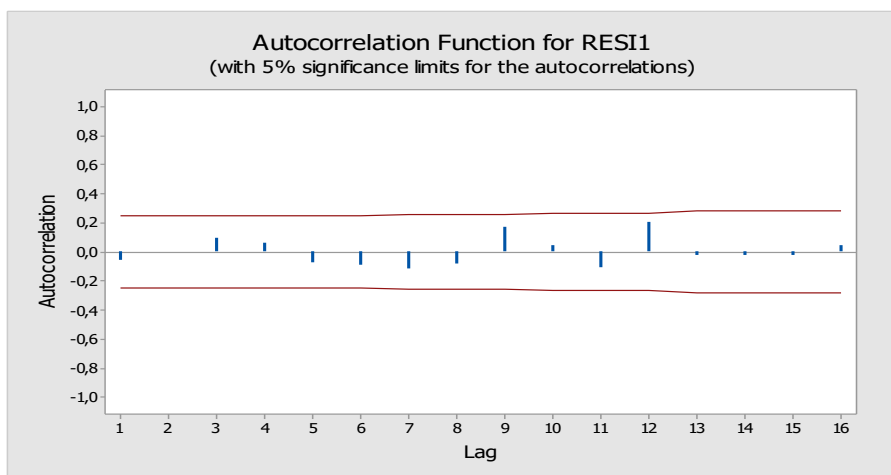


Рис. 4.2.3. Автокореляційна функція залишків для моделі ARIMA (2,0,4)

Оскільки набір автокореляційних функцій може відрізнитися від теоретичних функцій внаслідок варіацій вибірки, то ми вирішили також побудувати моделі з авторегресією і ковзним середнім нижчих порядків задля принципу економії, який полягає в переважанні простої моделі більш складній [2]. Показники їх точності наведені в таблиці 4.2.2.

Табл. 4.2.2. Показники точності моделей

Модель	MAPE	MAD	MSD
ARIMA (1, 0, 0)	2,250921	706,0783	1152435
ARIMA (2, 0, 0)	1,590415	670,3394	1012981
ARIMA (4, 0, 0)	1,997346	657,9827	940211,5
ARIMA (2, 0, 4)	3,471811	653,9083	913834,8
ARIMA (4, 0, 4)	1,49423	619,2669	835757,9

## Моделі сталого розвитку

---

Як видно з таблиці 4.2.2 за показниками точності найкращою є модель високих порядків ARIMA (4, 0, 4). Якщо вибрати модель нижчих порядків, то за показником MAPE кращою є модель ARIMA (2, 0, 0). Проте прогностні значення за цією моделлю для 66 і 67 періодів суттєво відрізняються від вище отриманих: вони становлять  $\hat{Y}_{66} = 1328,48$  млн. дол. США і  $\hat{Y}_{67} = 151,08$  млн. дол. США.

Прогнозування обсягів іноземних інвестицій на основі довгих динамічних рядів дає більш точний результат, оскільки прогнозування за допомогою моделей ARIMA здійснюється шляхом аналізу інформації, яка міститься в передісторії часового ряду. Відповідно чим довший часовий ряд, тим більша кількість інформації є доступною для аналізу та побудови якісного прогнозу.



**4.2.5. Модель Лоткі — Вольтерра в дослідженні конкурентної взаємодії підприємств**

Сучасне конкурентне економічне середовище характеризується значною нелінійністю і нерівноважністю, складною структурою зв'язків та зовнішніх впливів. Аналіз особливостей конкурентної взаємодії можна здійснювати на основі побудованих простих і одночасно адекватних математичних моделей. Серед них найбільш простою є екологічна модель конкурентної взаємодії Лоткі — Вольтерра, яка описує конкуренцію як динамічний процес [1].

Така модель, незважаючи на численну кількість недоліків (не враховуються інфляція, стохастичні збурення, мінливість основних параметрів системи), дозволяє досить просто описати базовий механізм конкуренції із збереженням внутрішніх взаємозв'язків.

В основу математичної моделі динаміки конкуренції підприємств покладемо біологічну модель чисельності популяцій «хижак — жертва» або модель Лоткі — Вольтерра [2, 3]. Для цього здійснимо інтерпретацію екологічних показників як економічних.

Нехай  $x_i$  — річний обсяг реалізованої продукції (в грошових або натуральних одиницях)  $i$ -го підприємства. Можна вважати, що при позитивній динаміці реалізації продукції, безмежності ринку та відсутності конкуренції швидкість зміни обсягу реалізованої продукції пропорційна обсягу реалізованої продукції, тобто

$$\frac{dx_i}{dt} = r_i x_i(t), \quad t \geq 0,$$

де коефіцієнт  $r_i$  відображає потенціально можливий річний приріст доходів або продукції в натуральному виразі  $i$ -го підприємства.

Ріст доходів зменшується або припиняється внаслідок дії конкурента або насичення ринку. Відносну міру обмеженого впливу конкуренції можна описати співвідношенням

$$\left( k_i - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \right) / k_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.27)$$

де  $k_i$  — максимальний обсяг ринку або доступного ресурсу для  $i$ -го підприємства в грошових або натуральних одиницях,  $\alpha_{ij}$  — коефіцієнт конкуренції між  $i$ -м та  $j$ -м підприємствами, який пропорційний імовірності зіткнення споживчих інтересів даної пари конкурентів. При  $i = j$   $\alpha_{ij} = 1$ . Врахувавши насичення ринку або вичерпність ресурсу в результаті діяльності  $i$ -го підприємства вираз (4.2.27) перепишемо у вигляді:

$$\left( k_i - x_i - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \right) / k_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2.28)$$

В (4.2.28) доданки взято із знаком «мінус», тому що процес конкуренції та насичення ринку (або нестачі ресурсів) призводить до зменшення обсягу реалізації продукції.

З урахуванням наведених міркувань отримаємо систему диференціальних рівнянь [4, с. 66] (*динамічна конкурентна модель Лоткі — Вольтерра*):

$$\dot{x} = r_i x_i \left( k_i - x_i - \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j \right) / k_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2.29)$$

У випадку двох конкурентів ( $n = 2$ ) систему (4.2.29) запишемо у канонічному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} x_2 x_1, \end{cases} \quad (4.2.30)$$

або в безрозмірних величинах

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - a_1 x_1^2 - b_1 x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - a_2 x_2^2 - b_2 x_2 x_1, \end{cases} \quad (4.2.31)$$

де

$$a_1 = \frac{r_1}{k_1}, \quad a_2 = \frac{r_2}{k_2}, \quad b_1 = \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1}, \quad b_2 = \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2}.$$

Система (4.2.31) має чотири стаціонарні точки (точки рівноваги):  $A_1(0;0)$ ,  $A_2(r_1 a_1^{-1}; 0)$ ,  $A_3(0; r_2 a_2^{-1})$ ,  $A_4\left(\frac{r_1 a_2 - b_1 r_2}{a_1 a_2 - b_1 b_2}; \frac{r_2 a_1 - b_2 r_1}{a_1 a_2 - b_1 b_2}\right)$ . При

чому точка  $A_4$  має місце, якщо  $a_1 a_2 > b_1 b_2$ ,  $r_1 a_2 > b_1 r_2$ ,  $a_1 r_2 > r_1 b_2$  або  $a_1 a_2 < b_1 b_2$ ,  $r_1 a_2 < b_1 r_2$ ,  $a_1 r_2 < r_1 b_2$ . Усі чотири точки належать області  $R_+^2$ . При різних значеннях параметрів системи стаціонарні точки утворюють стійкі і нестійкі вузли та сідла. Для визначення типу стаціонарних точок можна знайти власні значення матриці Якобі

$$J(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} r_1 - 2a_1 x_1 - b_1 x_2 & -b_1 x_1 \\ -b_2 x_2 & r_2 - 2a_2 x_2 - b_2 x_1 \end{bmatrix}$$

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

з характеристичного рівняння  $\lambda^2 - \sigma\lambda + \Delta = 0$ , де  $\sigma = \text{tr}J(x_{1s}; x_{2s})$ ,  $\Delta = \det J(x_{1s}; x_{2s})$ ,  $x_{1s}$  та  $x_{2s}$  — координати стаціонарних точок. Тоді матимемо корені характеристичного рівняння:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} - \Delta}.$$

Провівши аналітичні розрахунки, можна здійснити класифікацію стаціонарних розв'язків системи (4.2.30) та виділити основні типи ринків:

1. Точка  $A_1(0;0)$  є нестійким вузлом ( $\lambda_1 = r_1 > 0$ ,  $\lambda_2 = r_2 > 0$ ). Цій точці відповідає ситуація, коли конкуренції немає (конкуренти відсутні). Такий стан системи немає практичного інтересу.

2. Точка  $A_2(k_1; 0)$  є стійким вузлом, якщо  $\alpha_{21} > k_2 k_1^{-1}$ , та сідлом, якщо  $\alpha_{21} < k_2 k_1^{-1}$  ( $\lambda_1 = r_1 k_1^{-1}(k_1 - \alpha_{12} k_2)$ ,  $\lambda_2 = -r_2 < 0$ ).

3. Точка  $A_3(0; k_2)$  є стійким вузлом, якщо  $\alpha_{12} > k_1 k_2^{-1}$ , та сідлом, якщо  $\alpha_{12} < k_1 k_2^{-1}$  ( $\lambda_1 = -r_1 < 0$ ,  $\lambda_2 = k_2^{-1}(k_2 - \alpha_{21} k_1)$ ). Точки  $A_2$  та  $A_3$  є полярними, але однотипними за своїм змістом. Їм відповідає тип ринку агресивних конкурентів. Такий ринок рано чи пізно переходить в стан монополії. Ситуацію можна змінити, якщо на самому початку виробничої діяльності підприємство–аутсайдер підвищує свою конкурентоздатність, наприклад, за рахунок випуску нової продукції.

4. Точка  $A_4\left(\frac{k_1 - \alpha_{12} k_2}{1 - \alpha_{12} \alpha_{12}}, \frac{k_2 - \alpha_{21} k_1}{1 - \alpha_{12} \alpha_{12}}\right)$  є стійким вузлом, якщо

$$\alpha_{12} < k_1 k_2^{-1}, \quad \alpha_{21} < k_2 k_1^{-1} \quad (\lambda_{1,2} = -\frac{a_1 x_{1s} + a_2 x_{2s}}{2} \pm \sqrt{\frac{(a_1 x_{1s} + a_2 x_{2s})^2}{4} - \Delta} < 0$$

при  $\Delta = \frac{(r_1 a_2 - b_1 r_2)(r_2 a_1 - b_2 r_1)}{a_1 a_2 - b_1 b_2} > 0$ ). Точці  $A_4$  відповідає конкурентний

ринок, тобто ринок на якому підприємства конкуренти працюють стабільно досить тривалий час, зайнявши свою ринкову частку. Монополізувати ринок можна лише при зміні деяких параметрів системи.

Зобразимо лінії  $\alpha_{12} = k_1 k_2^{-1}$ ,  $\alpha_{12} = k_1 k_2^{-1}$ ,  $\alpha_{12} \alpha_{21} = 1$ , на яких відбувається зміна стійкості положення рівноваги в просторі параметрів  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{21}$  (рис. 4.2.4).

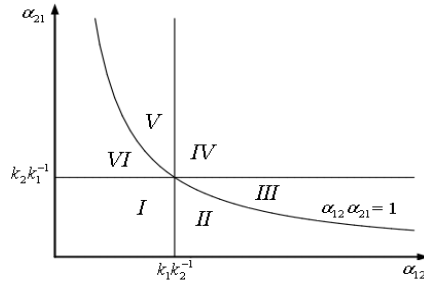


Рис. 4.2.4. Параметричний портрет системи (4.2.30) в просторі коефіцієнтів конкуренції  $\alpha_{12}$  та  $\alpha_{21}$

В областях II і III всі траєкторії на фазовому портреті прямують до асимптотично стійкого положення рівноваги  $A_3$ . В областях V та VI маємо аналогічну ситуацію, але з прямованням до  $A_2$ . В області IV положення рівноваги  $A_4$  є нестійким (сідлова точка), а  $A_2$  і  $A_3$  – стійкі вузли. У всіх розглянутих вище випадках одне з підприємств через деякий час обов’язково буде усунуте з ринку. В області I положення рівноваги  $A_4$  є асимптотично стійким (стійкий вузол), а усі інші положення нестійкими.

Числові розрахунки для системи (4.2.30) проводилися з використанням математичної системи Maple. Результати обчислень при значеннях параметрів  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,7$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$  наведено на рис. 4.2.5.

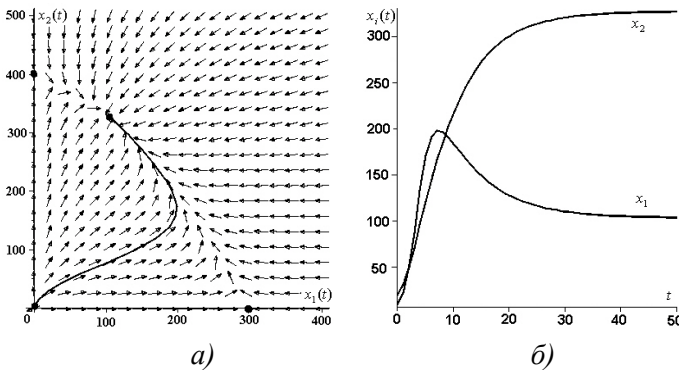


Рис. 4.2.5. Результати моделювання для стаціонарної точки типу  $A_4$ : а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

При цьому система (4.2.30) має положення рівноваги типу стійкий вузол  $A_4(103,448; 327,586)$ . Результати обчислень при  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,8$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$  наведено на рис. 4.2.6. При цьому система (4.2.30) має положення рівноваги типу стійкий вузол  $A_3(0; 400)$ . Як видно, зміна лише одного коефіцієнта  $\alpha_{12}$  привела до зміни положення рівноваги (відбувся перехід від конкурентного ринку до ринку агресивних конкурентів).

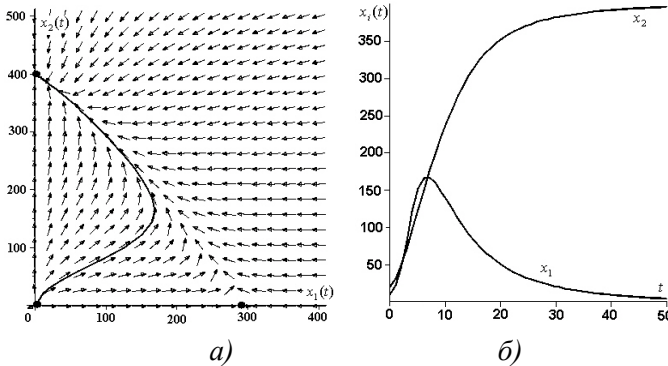


Рис. 4.2.6. Результати моделювання для стаціонарної точки типу  $A_3$ :  
 а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

У зв'язку з цим можна розглянути задачу синтезу керування відносного одного з конкуруючих підприємств, яка б забезпечила стійку роботу підприємств при запланованому обсязі реалізації продукції. Математична модель задачі керування відносно другого підприємства матиме вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} x_2 x_1 + u(x_1, x_2). \end{cases} \quad (4.2.32)$$

Синтез керування  $u(x_1, x_2)$  здійснимо методом аналітичного конструювання агрегованих регуляторів [5, с. 129]. Введемо макрозмінну

$$\psi(x_1, x_2) = x_2 - \gamma(d - x_1) \quad (4.2.33)$$

та підставимо її в функціональне рівняння

$$T\dot{\psi}(t) + \psi(t) = 0.$$

Звідси, з врахуванням (4.2.32), отримаємо керування

## Моделі сталого розвитку

$$u = \gamma \left( r_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_2 \right) x_1 - \left( r_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} x_1 \right) x_2 - \frac{1}{T} \psi, \quad (4.2.34)$$

яке переводить систему на многовид  $\psi = 0$  (4.2.33). Рівняння руху системи (4.2.32) на цьому многовиді має вигляд:

$$\dot{x}_{1\psi} = \left( r_1 - \gamma \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} d - \frac{r_1}{k_1} (1 + \alpha_{12} d) x_{1\psi} \right) x_{1\psi}.$$

Дане рівняння є логістичного типу, яким можна задати бажану динаміку реалізації продукції за короткий проміжок часу.

Замкнута система (4.2.32), (4.2.34) переписеться у вигляді

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = \gamma \left( r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} x_2 x_1 \right) - \frac{1}{T} \psi, \end{cases} \quad (4.2.35)$$

стан рівноваги якої визначається співвідношеннями:

$$x_{1s} = \frac{k_1 - \alpha_{12} \gamma d}{1 + \alpha_{12} \gamma}, \quad x_{2s} = \frac{\gamma(k_1 + d)}{1 + \alpha_{12} \gamma}.$$

Вибираючи значення параметрів  $\gamma$  і  $d$  в останніх формулах, можна задати бажаний стійкий обсяг реалізації продукції першого підприємства  $x_{1s}$  при сталому обсязі реалізації продукції іншого підприємства  $x_{2s}$ .

Фазовий портрет та графіки перехідних процесів для керованої системи (4.2.35) при  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,8$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$ ,  $T = 1$ ,  $\gamma = 0,5$ ,  $d = 0,1$  наведені на рис.4.2.7.

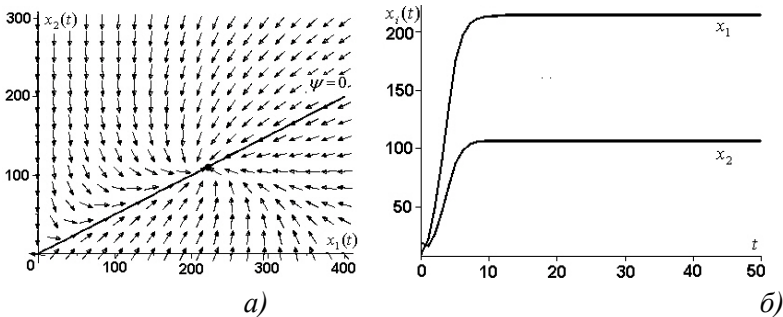


Рис. 4.2.7. Результати моделювання для керованої системи (4.2.35): а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Як видно, система (4.2.30) при заданих коефіцієнтах має точку рівноваги  $A_3(0; 400)$ , яка відповідає ситуації, коли перше підприємство з часом повністю втрачає ринок. Після введення керування (4.2.34) обидва підприємства за короткий проміжок часу займають свої частки ринку, що відповідають точці рівноваги  $(214,257; 107,178)$ .

З врахуванням введених нами позначень розглянемо конкурентну модель з станом насичення одного з підприємств [6]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} \frac{x_1 x_2}{(d + x_1)}, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} \frac{x_2 x_1}{(d + x_1)}. \end{cases} \quad (4.2.36)$$

В статті [6] було відзначено, що підприємства досягають стійкого положення рівноваги не одночасно. Знову розглянемо задачу побудови керування системою (4.2.36) з метою підтримки бажаного обсягу реалізації продукції першого підприємства шляхом впливу на швидкість росту обсягів реалізації другого підприємства. Тоді модель системи керування набуде вигляду:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = r_1 x_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1^2 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} \frac{x_1 x_2}{(d + x_1)}, \\ \dot{x}_2 = r_2 x_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2^2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} \frac{x_2 x_1}{(d + x_1)} + u(x_1, x_2). \end{cases} \quad (4.2.37)$$

Скориставшись методом аналітичного конструювання агрегованих регуляторів з макрозмінною (4.2.33), отримаємо закон керування

$$u = \gamma \left( r_1 - \frac{r_1}{k_1} x_1 - \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} \frac{x_2}{d + x_1} \right) x_1 - \left( r_2 - \frac{r_2}{k_2} x_2 - \frac{\alpha_{21} r_2}{k_2} \frac{x_1}{d + x_1} \right) x_2 - \frac{1}{T} \psi. \quad (4.2.38)$$

Цей закон переводить систему (4.2.36) на многовид  $\psi = 0$  (4.2.33). Маємо рівняння руху системи на цьому многовиді:

$$\dot{x}_{1\psi} = \left( r_1 - \gamma \frac{\alpha_{12} r_1}{k_1} d - \frac{r_1}{k_1} x_{1\psi} \right) x_{1\psi}.$$

Положення рівноваги замкнутої система (4.2.37), (4.2.38) визначається співвідношеннями:

$$x_{1s} = k_1 - \alpha_{12} \gamma, \quad x_{2s} = \gamma(k_1 + d - \gamma \alpha_{12}).$$

Фазовий портрет та графіки перехідних процесів для керованої системи (4.2.37, 4.2.38) при  $r_1 = 0,9$ ,  $r_2 = 0,5$ ,  $k_1 = 300$ ,  $k_2 = 400$ ,  $\alpha_{12} = 0,8$ ,  $\alpha_{21} = 0,7$ ,  $x_1(0) = 10$ ,  $x_2(0) = 20$ ,  $T = 1$ ,  $\gamma = 0,5$ ,  $d = 1$  наведені на

## Моделі сталого розвитку

рис. 4.2.8. Після введення керування (4.2.38) обидва підприємства за короткий однаковий проміжок часу займають свої частки ринку, що відповідають точці рівноваги (299,6; 150,2).

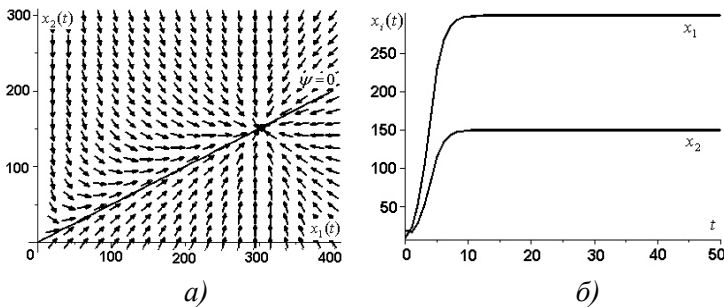


Рис. 4.2.8. Результати моделювання для замкнутої системи (11, 12): а – фазовий портрет в просторі параметрів  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  протягом часу  $t \geq 0$ ; б – графіки залежності зайнятої частки ринку  $x_1(t)$  і  $x_2(t)$  підприємствами протягом часу  $t$

В більшості публікаціях розглядаються модельні ситуації, які будуються на основі підбору числових значень параметрів системи диференціальних рівнянь. Вказати вірні значення цих параметрів часто буває непросто, а інколи взагалі неможливо. Конкуренти, як правило, приховують статистичну інформацію один від одного. Якщо ж оцінити невідомі параметри динамічної моделі за економічними показниками конкуруючих агентів протягом деякого періоду часу, то можна отримати досить реалістичну динамічну модель ринкової конкуренції.

Модель Лоткі–Вольтерра (4.2.29) перепишемо у вигляді:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_i x_i - a_{ii} x_i^2 - \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij} x_i x_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.39)$$

де  $x_i$  — обсяг доходів від послуг або обсяг послуг в натуральних одиницях  $i$ -го підприємства;  $a_i$  — коефіцієнт монопольності або коефіцієнт, який описує витрати на підтримку підприємства та просування товарів, послуг. Фактично коефіцієнт  $a_i$  характеризує темп росту доходів (або наданих послуг в натуральному виразі) підприємства. Чим кращий стан підприємства, тим більше значення  $a_i$ ;  $a_{ii}$  — коефіцієнт доступності ресурсів;  $a_{ii} x_i^2$  — зниження швидкості росту доходів (або обсягу надання послуг), який пов'язаний з вичерпністю ресурсів (трудових, природних, інформаційних та ін.);  $a_{ij}$  — коефіцієнт конкуренції



## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

між  $i$ -м та  $j$ -м підприємствами;  $a_{ij}x_i x_j$ , ( $i \neq j$ ) — зниження швидкості росту доходів (або надання послуг).

Щодо системи (4.2.39) потрібно знайти значення її параметрів. Це дозволяє обчислити будь-яку характеристику підприємства в довільний момент часу.

Для знаходження параметрів моделі (4.2.39) можна намітити кілька підходів:

1. З теорії динамічних систем система диференціальних рівнянь (4.2.39) має дві стаціонарні точки, одна з яких є нестійким вузлом з координатами рівними нулю. Координати іншої стійкої точки можна знайти з системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$a_{ii}x_i + \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij}x_i x_j = a_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.2.40)$$

Система (4.2.40) отримана з системи рівнянь (4.2.39) при  $\frac{dx_i}{dt} = 0$ . Ця

точка визначається точкою перетину  $n$  гіперплощин в фазовому просторі.

Задача знаходження параметрів моделі (4.2.39) буде розв'язана, якщо за динамікою реальних даних — часових статистичних рядів економічних показників вдасться знайти коефіцієнти системи (4.2.40).

2. Для параметризації моделі (4.2.39) можна побудувати нелінійну багатофакторну економетричну модель:

$$\Delta x_i = a_i x_i - a_{ii} x_i^2 - \sum_{j \neq i, j=1}^n a_{ij} x_i x_j + u_i, \quad \Delta x_i = x_i(t+1) - x_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.41)$$

де  $u_i$  — збурення. Для цього за конкретною статистичною вибіркою  $\{(x_i(t), y_i(t), t), i = \overline{1, k}\}$  обсягом  $k$  потрібно знайти такі значення оцінок невідомих параметрів  $a_i$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ij}$ , для яких побудована економетрична модель найкраще б описувала динамічні зміни. Для цього буде утворено функціонал методу найменших квадратів

$$F(\alpha_i, \alpha_{ii}, \alpha_{ij}) = \sum_{i=1}^k (\Delta x_i - \Delta \hat{x}_i)^2, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.2.42)$$

де  $\Delta \hat{x}_i$  — значення нелінійного рівняння регресії (4.2.41) з коефіцієнтами  $\alpha_i$ ,  $\alpha_{ii}$ ,  $\alpha_{ij}$  при  $x_i$  та  $y_i$ . Значення цих коефіцієнтів при яких досягається мінімум функціонала (4.2.42) приймаються в якості оцінок для  $a_i$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ij}$ . Модель (4.2.41) буде точніше описувати динамічні зміни у випадку обчислення приростів  $\Delta x_i$  при досить малих проміжках часу  $\Delta t_i$ .

## Моделі сталого розвитку

Розв'язати задачу безумовної (або умовної) мінімізації досить просто в програмі MS Excel з використанням команди *Solver* (Поиск решения).

3. Знаходження оцінок параметрів динамічних систем можна здійснювати опираючись на різноманітні алгоритми чисельних методів. До таких методів відносяться метод повної дискретизації, метод пострілів [7] та ін. Ці методи реалізовані в багатьох прикладних програмах. Так в пакеті прикладних програм Tomlab PROPT на основі математичної системи Matlab використовується псевдоспектральний метод коллокації (з точками Гаусса або Чебишева) для розв'язування задач оптимального керування та оцінки невідомих параметрів динамічних систем.

Цей метод дозволяє мінімізувати функціонал

$$J = \sum_{t=1}^k \sum_{i=1}^n (x_{i,t} - \tilde{x}_{i,t})^2,$$

де  $x_{i,t} = x_i(t)$  — відомі статистичні дані динамічних рядів для  $i$ -го підприємства в момент часу  $t$ , а  $\tilde{x}_{i,t}$  — відповідні значення в цей же момент часу, отримані в результаті проведених ітераційних процедур.

Дослідимо систему (4.2.39) на прикладі найбільших операторів мобільного зв'язку України. Для цього були зібрані дані про кількість користувачів за період з 31.03.2003р. по 30.09.2012р. Для вивчення вибрано три компанії з ринковою часткою більш, ніж 5% («Київстар», «МТС» і «Астеліт» (бренд life:)). Ринкові частки всіх інших компаній можна об'єднати і розглядати їх в ролі четвертого гравця ринку. Оскільки їх сумарна частка незначна і протягом досліджуваного періоду майже не змінюється, то для спрощення розрахунків умовного четвертого гравця включати в модель не будемо.

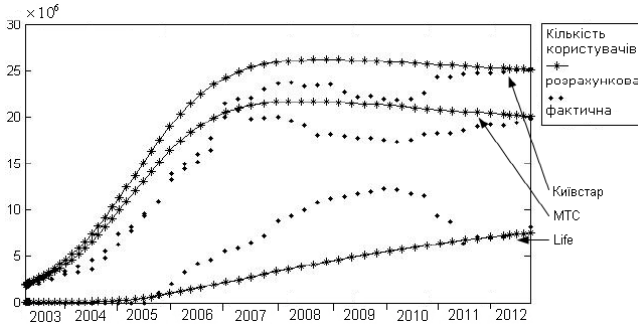
Розв'яжемо задачу оцінки невідомих параметрів шляхом побудови економетричної моделі (4.2.41) для операторів мобільного зв'язку «Київстар», «МТС» і «Life». Використавши функцію *Solver* в програмі MS Excel, отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0,3069x_1 - 0,0092x_1^2 - 0,002x_1x_2 - 0,0049x_1x_3, \\ \Delta x_2 = 0,305x_2 - 0,0128x_2^2 - 0,0003x_2x_1 - 0,0067x_2x_3, \\ \Delta x_3 = 0,6623x_3 - 0,0203x_3^2 - 0,0195x_3x_1. \end{cases} \quad (4.2.43)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0,794$ ,  $R_2^2 = 0,907$ ,  $R_3^2 = 0,179$ . Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на (рис.4.2.9). Коефіцієнт дете-

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

рмінації для третього рівняння має мале значення, що піддає сумніву правомірність використання побудованої моделі. З рис. 4.2.9 видно, що третє рівняння системи (4.2.43) не досить добре описує динаміку кількості абонентів оператора Life.



*Рис. 4.2.9. Фактичні та розрахункові значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку Київстар, МТС і Life, березень 2003 р. — вересень 2012 р.*

Оцінимо параметри моделі (4.2.39) методом повної дискретизації з використанням програми Tomlab PROPT. Після оцінки отримали наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0,3324x_1 - 0,0063x_1^2 - 0,0074x_1x_2 - 0,0041x_1x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = 0,2311x_2 - 0,007x_2^2 - 0,0103x_2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = 1,4559x_3 - 0,0107x_3^2 - 0,0581x_3x_1. \end{cases} \quad (4.2.44)$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0,987$ ,  $R_2^2 = 0,997$ ,  $R_3^2 = 0,959$ .

Аналіз системи (4.2.44) показує, що оператори «Київстар» та «МТС» ( $a_1 = 0,3324$ ,  $a_2 = 0,2311$ ) характеризуються значно меншим темпом росту, ніж оператор «Life» ( $a_3 = 1,4559$ ). Саме високі темпи росту оператора «Life» дозволило зайняти свою нішу на ринку послуг мобільного зв'язку, навіть при тому, що він вийшов на цей ринок лише в 2006 році. Частка користувачів оператора «Life» низька лише тому, що він піддається сильному впливу конкуруючого оператора «Київстар» ( $\alpha_{31} = 0,0581$ ). Проведені розрахунки дають координати

## Моделі сталого розвитку

точки рівноваги системи:  $x_1 = 23,44$  млн. чол.;  $x_2 = 20,09$  млн. чол.;  $x_3 = 8,77$  млн. чол. Використавши методи теорії динамічних систем встановлено, що отримана особлива точка є точкою нестійкої рівноваги. Це підтверджує факт жорсткої конкуренції між операторами. Система навіть перебуваючи в стані рівноваги не зможе надалі залишатися в стані спокою. Вона постійно буде прагнути до коливних процесів, що описує перехід користувачів від одного оператора до іншого. Такі процеси помітні вже з 2007 року, оскільки, за даними інформаційно-аналітичного агентства iKS-Consulting, рівень номінального проникнення мобільного зв'язку в 2006 році склав 105% (реальний рівень 63%), що є близьким до стану насичення. На кінець 2012 року номінальний рівень склав 120%. З 2007 року основним джерелом нових абонентів є перетікання їх від інших операторів. Змодельовані дані про кількість користувачів трьох операторів подано на рис. 4.2.10.

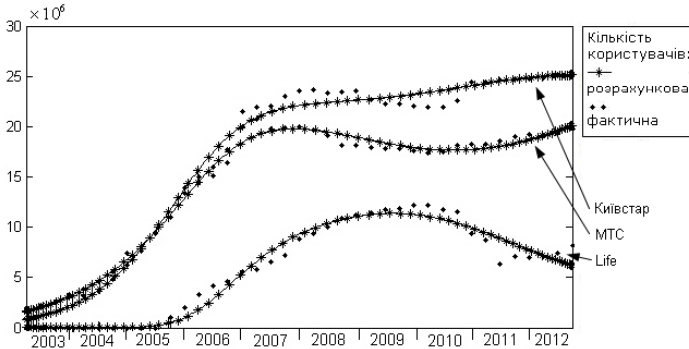


Рис. 4.2.10. Фактичні та розрахункові значення кількості абонентів операторів мобільного зв'язку Київстар, МТС і Life, березень 2003 р. — вересень 2012 р.

З рис. 4.2.10. видно, що система з сталими коефіцієнтами досить добре описує динаміку користувачів мобільного зв'язку протягом досліджуваного періоду. Але поява нових послуг та пропозицій від операторів може змінити частки користувачів в довготерміновій перспективі. Так поглинання в 2010 році оператором «Київстар» оператора «УРС» (бренд Veeline, 4,35% — ринкова частка на 30.09.2010р.) дозволило збільшити свою частку на ринку до 45% і закріпити свої лідеруючі позиції. З цього моменту частка користувачів оператора «Life» почала стрімко падати.

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Для неперервних динамічних систем характерним є зміна параметрів з часом, що може призвести до зміни положень рівноваги. Для коректування моделі (4.2.39) врахуємо можливий лінійний або нелінійний характер коефіцієнтів  $a_i$ ,  $a_{ii}$ ,  $a_{ij}$  [1, с.137; 8]. Розглянемо коефіцієнти конкуренції як функції від ринкової частки підприємств:

$$a_{ij} = \frac{b_i x_j}{1 + c_i x_j},$$

де  $b_i$ ,  $c_i$  — невід’ємні параметри, які підлягають оцінці.

Вибір такої нелінійної функції зумовлений тим, що збільшення кількості користувачів вимагає від оператора виділяти більше ресурсів. Але, оскільки ресурси обмежені, то їх обсяг через деякий час досягне деякого максимального значення (рис. 4.2.11).

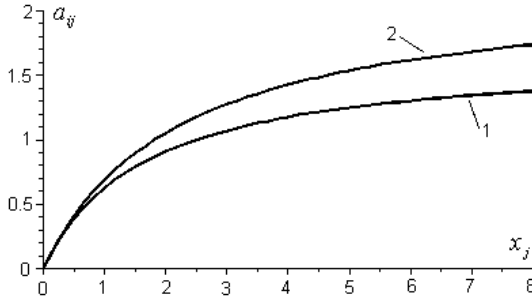


Рис. 4.2.11. Графіки залежності коефіцієнта конкуренції  $a_{ij}$  від кількості користувачів  $x_j$ : (1) —  $b_i = 1$ ,  $c_i = 0,6$ ; (2) —  $b_i = 1$ ,  $c_i = 0,45$

Після оцінки параметрів з використанням програми Tomlab PROPT отримали систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 0,2837x_1 - 0,006x_1^2 - 0,0003x_2x_1x_2 - \frac{0,0009x_3}{1 + 0,1619x_3}x_1x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} = 0,2574x_2 - 0,0104x_2^2 - 0,0006x_3x_2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = 0,8234x_3 - 0,0155x_3^2 - 0,0012x_1x_3x_1. \end{cases}$$

Коефіцієнти детермінації для кожного з рівнянь становлять  $R_1^2 = 0,989$ ,  $R_2^2 = 0,997$ ,  $R_3^2 = 0,964$ , які є вищими у порівнянні з коефіцієнтами детермінації моделі (4.2.44). Введення змінних коефіцієн-

## Моделі сталого розвитку

тів конкуренції дозволяє краще описати динаміку реальних даних. Графіки перехідних процесів кількості користувачів візуально співпадають з графіками наведеними на рис. 3. Розрахунки дають координати точки рівноваги:  $x_1 = 23,59$  млн. чол.;  $x_2 = 18,94$  млн. чол.;  $x_3 = 10,03$  млн. чол. Вона є точкою нестійкої рівноваги.

### 4.2.6. Оцінка нерівності населення України за джерелами доходів

Реформування економічної системи України за період її незалежності супроводжується багатьма негативними соціальними явищами. Зокрема, кризові явища в соціально-економічній сфері пов'язані із формування поляризованого соціуму із різними формами соціальної нерівності (бідність, надмірна диференціація в розподілі доходів та суспільної власності).

Проблема нерівності доходів є досить актуальною не лише в Україні, але і поза її межами. Питанням дослідження нерівності населення за доходами присвячено багато робіт вітчизняних і зарубіжних вчених [9–14], у яких розглядаються підходи до вимірювання диференціації та поляризації населення за допомогою показників нерівності за доходами. Науковці у своїх роботах використовують відомі статистичні показники відносної нерівності — індекси Джині, Пальма, Аткінсона, Тейла, децильні (квінтільні) коефіцієнти диференціації, коефіцієнт контрастів доходів та ряд інших. Зокрема, в роботах [12–14] для диференціації населення за доходами використовується індекс Джині, при знаходженні якого використовуються як статистичні, так і математичні методи.

Одним із численних показників економічного розвитку будь-якої країни є мінімальний розрив між найбагатшими та найбіднішими верствами населення, який можна вимірювати індексом Джині.

У методичних вказівках Державної служби статистики України індекс Джині для дискретних розподілів доходів (витрат) розраховують за формулою [15]

$$G = 1 - 2 \sum_{i=1}^n X_i \cdot cum Y_i + \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i,$$

де  $X_i$  — частка населення  $i$ -ї групи в загальній чисельності населення,  $Y_i$  — частка доходів  $i$ -ї групи населення,  $x_i = cum X_i$  — кумулятивна частка населення  $i$ -ї групи  $y_i = cum Y_i$  — кумулятивна частка доходів  $i$ -ї групи,  $n$  — кількість груп. Для обчислення індексу Джині суспільство поділяється на 5 (квінтилів) або 10 (децилів) частин, що містять однако-ву кількість елементів (родин або людей). Даний метод розрахунку індексу Джині не вимагає побудови кривої Лоренца, яка показує залеж-

## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

ність між чисельністю населення і обсягом отриманого сумарного доходу.

Інтегральна формула для знаходження індексу Джині має вигляд

$$G = 2 \int_0^1 (x - y(x)) dx, \quad (4.2.45)$$

де  $y(x)$  — функція розподілу населення за доходами (крива Лоренца),  $y = x$  — функція рівномірного розподілу населення за доходами.

Знайдемо функцію Лоренца за статистичними даними розподілу грошових доходів по децильних групах населення, наприклад, за 2019 рік (табл. 4.2.3). Функцію Лоренца будемо шукати у вигляді полінома.

*Табл. 4.2.3 Розподіл грошових доходів за децильними (10%-ми) групами населення у 2019 році*

Група населення	$X_i$	$Y_i$	$x_i = \text{cum } X_i$	$y_i = \text{cum } Y_i$
Перша (з найменшими доходами)	0,1	0,04	0,1	0,04
Друга	0,1	0,055	0,2	0,095
Третя	0,1	0,065	0,3	0,16
Четверта	0,1	0,074	0,4	0,234
П'ята	0,1	0,082	0,5	0,316
Шоста	0,1	0,093	0,6	0,409
Сьома	0,1	0,105	0,7	0,514
Восьма	0,1	0,12	0,8	0,634
Дев'ята	0,1	0,145	0,9	0,779
Десята (з найбільшими доходами)	0,1	0,221	1	1

При використанні поліномів високих степенів виникають обчислювальні труднощі. Тому використаємо сплайн інтерполяцію. Застосуємо поліноми четвертого степеня на відповідних інтервалах:

$$y_1 = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x, \quad 0 \leq x \leq 0,4;$$

$$y_2 = b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0, \quad 0,4 \leq x \leq 0,7;$$

$$y_3 = c_4x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0, \quad 0,7 \leq x \leq 1.$$

Невідомі параметри поліномів знайдемо розв'язавши системи рівнянь (рівність значень функцій та їх перших похідних):

## Моделі сталого розвитку

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(0,1) = 0,04, \\ y_1(0,2) = 0,095, \\ y_1(0,3) = 0,16, \\ y_1(0,4) = 0,234, \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y_2(0,4) = 0,234, \\ y_2(0,5) = 0,316, \\ y_2(0,6) = 0,409, \\ y_2(0,7) = 0,514, \\ y_2'(0,4) = y_1'(0,4), \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} y_3(0,7) = 0,514, \\ y_3(0,8) = 0,634, \\ y_3(0,9) = 0,779, \\ y_3(1) = 1, \\ y_3'(0,7) = y_2'(0,7). \end{array} \right.$$

Отримали наступні поліноми:

$$y_1 = 1,67x^4 - 1,83x^3 + 1,18x^2 + 0,3x \text{ при } 0 \leq x \leq 0,4,$$

$$y_2 = -3,89x^4 + 8,72x^3 - 6,66x^2 + 2,93x - 0,33 \text{ при } 0,4 \leq x \leq 0,7,$$

$$y_3 = 25,83x^4 - 79,33x^3 + 92,19x^2 - 46,8x + 9,11 \text{ при } 0,7 \leq x \leq 1.$$

Застосувавши формулу (4.2.45), отримаємо значення індексу Джині

$$G = 1 - 2 \left( \int_0^{0,4} y_1 dx + \int_{0,4}^{0,7} y_2 dx + \int_{0,7}^1 y_3 dx \right) = 0,272.$$

Результати обчислень індексу Джині за період 2008–2020рр., а також дані Світового банку та Державної служби статистики України наведено в табл. 4.2.4.

З таблиці 4.2.4 видно, що значення індексу Джині отримані з різних джерел відрізняються незначно. Характерним для України є те, що до 2014 року відбувалося зниження індексу Джині, а починаючи з 2015 року — його збільшення. Суттєво він зріс у 2020 році, на 7,55%. Індекс Джині більший для населення, яке проживає у міських поселеннях, ніж у сільській місцевості, що пояснюється більшою диференціацією доходів у містах.

Використовуючи останні дані Світового банку, опираючись на значення індексу Джині у 2018 році, можна відзначити, що Південна Африка, Намібія, Шрі-Ланка, Китай є одними з найбільш нерівних країн з точки зору розподілу доходів. У той же час, Україна знаходиться в даному рейтингу поряд із Голандією, Словатчиною, Бельгією, які відносяться до найбільш рівноправних країн у світі. Численні соціологічні дослідження стверджують, що чим більш демократичнішою є країна — тим менша в ній нерівність населення за доходами. В країнах, які розвиваються, спостерігається більша нерівність, ніж у розвинених.



## Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

Табл 4.2.4. Значення індексу Джинні для України у 2008–2020 рр.

Рік	Світовий банк	Усі домогосподарства (Держстат України)	У тому числі, які проживають		Розраховано авторами	Абсолютна зміна, ΔG, %	Метод Шоркса
			у міських поселеннях	у сільській місцевості			
2008	0,266	0,278	0,266	0,256	0,282		
2009	0,253	0,277	0,274	0,246	0,279	-0,36	0,204
2010	0,248	0,271	0,269	0,248	0,275	-2,17	0,195
2011	0,246	0,263	0,259	0,239	0,266	-2,95	0,257
2012	0,247	0,248	0,242	0,232	0,250	-5,70	0,225
2013	0,246	0,251	0,252	0,220	0,253	1,21	0,221
2014	0,240	0,240	0,241	0,223	0,236	-4,38	0,202
2015	0,255	0,243	0,243	0,231	0,253	1,25	0,212
2016	0,250	0,244	0,246	0,228	0,248	0,41	0,220
2017	0,260	0,256	0,258	0,241	0,265	4,92	0,240
2018	0,261	0,261	0,263	0,240	0,262	1,95	0,249
2019	0,266	0,265	0,263	0,246	0,272	1,53	0,258
2020		0,285	0,282	0,268	0,286	7,55	0,276

## Моделі сталого розвитку

---

Україна протягом останніх 15 років із значенням індексу Джині біля 0,25, знаходиться серед європейських країн. Однак реально українське суспільство дуже розшароване. Очевидно, що така оцінка нерівності не однозначна, якщо не опиратися лише на фінансові показники, а й оцінювати рівень життя, то результат буде іншим. Зокрема, за даними Всесвітньої доповіді про щастя 2021 Україна займає 110-е місце серед 149 країн [16]. Дані результати опираються, наприклад, на показники ВВП на душу населення, очікуваний рівень життя, ставлення до корупції.

Причинами невідповідності є: низька якість вітчизняних статистичних даних про доходи найбагатших та найбідніших верств населення, адже значна частина їх доходів не декларується і має тіньовий характер; в Україні практично відсутній середній клас, який би врівноважував дисбаланс між кількістю бідних і багатих. Науковці часто у своїх розробках пропонують методики розрахунку індексу Джині, у яких здійснюють його корегування. Зокрема в роботі [14] автор для обчислень використовує статистичний розподіл населення за рівнем середньодушових загальних доходів населення. Такий підхід не враховує сумарну частку доходів, які отримала кожна група населення такого розподілу. Так, проведене дослідження для 2010 року показує, що індекс Джині після застосування запропонованої методики зріс з 0,262 до 0,424.

Індекс Джині зручно використовувати для порівняння досліджуваної ознаки (доходів, витрат, податкових відрахувань) в сукупностях з різною кількістю елементів (наприклад, регіонів з різною кількістю населення) або для порівняння розподілу ознаки в різних групах населення (наприклад, індексу Джині для сільського населення і індекс Джині для міського населення) або в різних країнах. Він доповнює дані, наприклад, про ВВП, середньодушовий дохід. Однак є й недоліки індексу Джині. Наприклад, він не враховує джерела доходів.

В численних наукових дослідженнях здійснюється пошук чинників, які впливають на нерівність суспільства. До таких чинників відносять, наприклад, рівень економічного розвитку країни, безробіття, бідності, успішність проведення ринкових, соціально-політичних реформ та інші. Зазначимо те, що індекс Джині не має тісного кореляційного зв'язку із різними економічними показниками.

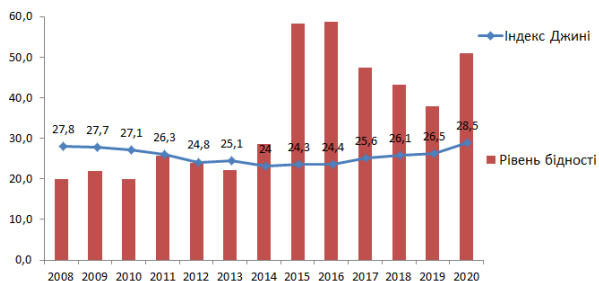
Якщо співставити динаміку зміни індексу Джині в Україні з динамікою економічного розвитку, то помітно, що одночасно із спадом економіки відбувався значний ріст нерівності із 0,297 в 1992 році до 0,39 в 1995 році. Можна припустити, що непослідовні економічні

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

реформи в перехідний період призвели до спаду економіки і відповідно значному росту нерівності доходів населення. У період економічного зростання в 2000–2006 рр. відбулася стабілізація нерівності на рівні 0,29, ймовірно завдяки економічним реформам, що були здійснені у ці роки. А у періоді з 2009–2017 рр. рівень нерівності становив приблизно 0,25, хоча й було падіння економіки в 2009 і 2015 роках.

За останні п'ять років відбувається щорічне зростання нерівності, особливо в 2020 році із одночасним падінням ВВП на 4 % у цьому ж році, збільшенням рівня безробіття та бідності населення починаючи з 2015 року. Такі процеси об'єктивно можна пов'язати із політико-економічною кризою 2014 року, великий потік вимушених переселенців з Донбасу і Криму погіршили ситуацію із нерівномірністю розподілу доходів населення. Багато жителів Донбасу раптово внаслідок бойових дій втратили майно та фінансові джерела для існування. Понад 5 млн. жителів Східної України потрапили до групи збіднілих.

З 2020 року з'явився ще один чинник, який за припущенням негативно впливає на нерівність населення за доходами. В цьому році економіка України зазнала удару від пандемії COVID-19. Карантинні обмеження спричинили економічний спад в окремих галузях економіки, особливо в усіх секторах послуг. Тому значна частка економічно активного населення України втратила роботу та, відповідно, доходи. Рівень бідності у 2020 році за витратами нижче фактичного прожиткового мінімуму склав 51% (рис. 4.2.12).



*Рис. 4.2.12. Динаміка індексу Джині (за величиною грошових доходів) та рівня бідності (за витратами нижче фактичного прожиткового мінімуму), 2008–2020 роки*

Маючи лише значення індексу Джині, неможливо визначити причину і чинники, які впливають на нерівномірність розподілу доходів населення. Для визначення джерела доходу, який робить найбільш

## Моделі сталого розвитку

ший внесок у загальну нерівність розподілу доходів, використовуємо метод, запропонований Е. Шороксом [17], декомпозиції доходу. Цей метод було розроблено для вимірювання ваги оплати праці, трансферних оплат (виплати населенню за програмами соціального страхування, грошових допомог і пільг), які є компонентами доходу.

Даний метод полягає у розрахунку коефіцієнтів концентрації

$$G_k = \frac{2}{n^2 \mu_k} \sum_{i=1}^n \left( r_i - \frac{n+1}{2} \right) y_i^k,$$

де  $n$  — кількість груп домогосподарств,  $y_i^k$  — компонента  $k$ -го доходу  $i$ -ї групи домогосподарств (грн.),  $\mu_k$  — середньодушовий розмір доходу по  $k$ -й компоненті (грн.),  $r_i$  —  $i$ -й ранг домогосподарств по шкалі загального доходу (для домогосподарств з найнижчим рівнем доходів  $r_1 = 1$ , а з найбільшим —  $r_n = n$ ).

Індекс Джині дорівнює сумі добутків коефіцієнта концентрації відповідної компоненти сукупного грошового доходу та частки  $\frac{\mu_k}{\mu}$

останнього в сумарному доході, тобто

$$G = \sum_{k=1}^m \frac{\mu_k}{\mu} G_k,$$

де  $m$  — кількість компонент доходу,  $\mu$  — середньодушовий розмір грошових еквівалентних доходів (грн.).

Пропорційний внесок  $k$ -го джерела доходу у загальну нерівність можна розрахувати за формулою

$$s_k = \frac{\text{cov}(Y^k, \bar{Y})}{\sigma^2(\bar{Y})}, \quad Y^k = (y_1^k, y_2^k, \dots, y_n^k), \quad \bar{Y} = (\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_n), \quad k = \overline{1, m},$$

де  $\bar{Y}_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) — середньодушове значення доходу  $i$ -ї групи населення (грн.).

Еластичність індексу Джині по відношенню до  $i$ -ї компоненти доходу розраховується за формулою [18]

$$\varepsilon_k = \frac{\mu_k}{G\mu} (G_k - G), \quad k = \overline{1, m}.$$

Здійснимо декомпозицію коефіцієнта Джині за джерелом доходів населення. Для цього, опираючись на дані Держстату, виокремимо наступні компоненти джерел доходів, які формують загальний дохід домогосподарств:  $y^1$  — оплата праці;  $y^2$  — доходи від підприєм-

#### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

ницької діяльності та самозайнятості;  $y^3$  — доходи від продажу сільськогосподарської продукції;  $y^4$  — доходи від власності;  $y^5$  — пенсії;  $y^6$  — стипендії;  $y^7$  — допомоги, пільги, субсидії та компенсаційні виплати, надані готівкою (допомога по безробіттю, допомога малозабезпеченим, допомога на дітей, субсидії на оплату ЖКП, електроенергії та палива);  $y^8$  — грошова допомога від родичів та інших осіб;  $y^9$  — аліменти;  $y^{10}$  — інші грошові доходи. При знаходженні індексу Джині не будемо враховувати негрошові доходи. Усі домогосподарства поділено за децильними (10%-ми) групами залежно від розміру середньо-душових еквівалентних грошових доходів. Отримані результати декомпозиції індексу Джині наведено в табл. 4.2.5 [19].

*Таб. 4.2.5. Результати декомпозиції індексу Джині за компонентами грошових доходів за 2009–2020 роки*

	Рік	Компоненти, (у середньому за місяць у розрахунку на одне домогосподарство, грн)									
		$y^1$	$y^2$	$y^3$	$y^4$	$y^5$	$y^6$	$y^7$	$y^8$	$y^9$	$y^{10}$
	2014	53,56	5,73	3,58	1,07	25,09	0,75	3,70	4,89	0,32	1,33
$\frac{\mu_k}{\mu} \cdot 100, \%$	2015	52,85	6,12	3,81	1,26	23,89	0,68	3,67	6,12	0,29	1,33
	2016	54,32	6,06	3,48	1,68	22,57	0,58	3,63	6,03	0,22	1,47
	2017	59,89	5,11	3,38	1,57	19,60	0,39	3,10	5,15	0,26	1,55
	2018	60,58	6,66	2,79	1,46	19,48	0,34	2,28	4,48	0,25	1,71
	2019	62,32	7,12	2,61	1,15	17,79	0,30	2,60	4,14	0,30	1,68
	2020	63,27	6,14	1,81	0,22	19,38	0,26	3,48	4,00	0,24	1,27
	$s_k \cdot 100, \%$	2014	70,73	12,66	2,71	0,91	11,11	-0,12	-2,73	3,64	0,05
2015		67,34	15,53	4,38	0,65	7,63	-0,23	-1,58	5,49	-0,07	0,86
2016		75,92	13,15	2,92	1,09	0,89	0,31	-1,84	6,22	-0,05	1,39
2017		84,84	9,20	2,64	0,20	-1,29	-0,11	-1,46	4,26	-0,07	1,79
2018		82,59	12,14	1,16	0,14	2,38	0,07	-1,53	1,43	-0,02	1,64
2019		82,98	14,07	0,98	-0,17	0,37	-0,03	-1,83	1,49	-0,01	2,14
2020		85,44	10,40	1,26	0,44	-0,46	-0,02	-1,34	1,46	0,05	2,76
$\varepsilon_k, \%$	2014	0,182	0,047	-0,007	-0,001	-0,129	-0,008	-0,067	-0,012	-0,002	-0,003
	2015	0,158	0,071	0,005	-0,004	-0,151	-0,008	-0,055	-0,007	-0,004	-0,005
	2016	0,210	0,058	-0,002	-0,003	-0,202	-0,003	-0,053	0,000	-0,002	-0,002
	2017	0,262	0,031	-0,007	-0,012	-0,208	-0,005	-0,049	-0,012	-0,003	0,001
	2018	0,231	0,044	-0,013	-0,012	-0,178	-0,002	-0,038	-0,029	-0,002	-0,001
	2019	0,225	0,058	-0,015	-0,013	-0,181	-0,003	-0,045	-0,026	-0,002	0,002
	2020	0,227	0,032	-0,005	0,002	-0,193	-0,003	-0,047	-0,025	-0,002	0,013

## Моделі сталого розвитку

---

Відповідно до отриманих числових результатів дослідження, основний вклад у диференціацію доходів населення вносить оплата праці. Її частка у структурі сукупного доходу та пропорційний вклад у нерівність постійно зростали та у 2020 року склали 63,27% і 85,44% відповідно. Це говорить про те, що для зменшення нерівності необхідно створювати умови для підвищення доходів зайнятого населення.

Частка доходів від підприємницької діяльності за останні роки залишається незмінною (приблизно 6%).

У період з 2014 по 2020 рр. зменшується частка пенсій у структурі доходу (від 25,09 % до 19,38 %), із досить низьким пропорційним внеском у нерівність розподілу доходів. Проте в Україні пенсійне забезпечення здійснюється практично повністю із солідарної системи, що не передбачає значної різниці в розмірі пенсій. В Україні і досі не запроваджено загальнообов'язкове накопичувальне страхування, а добровільне пенсійне страхування є мало поширеним, яке б могло вплинути на пенсійне забезпечення.

Слід звернути увагу на те, що компонента доходу у<sup>7</sup> (допомоги, пільги, субсидії та компенсаційні виплати, надані готівкою) проявляють понижувальний ефект. Метою дії системи соціальних трансферів є зниження нерівності. За всі періоди соціальні трансфери сприяли, хоч і незначно, зменшенню нерівності доходів суспільства. Така динаміка структурних змін нерівності за доходами є наслідком більш чіткого спрямування (адресності) соціальних трансферів на підтримку верств із низьким рівнем доходів.

Такі джерела доходів, як пенсії, стипендії та аліменти, у різні роки мали як позитивний так і негативний вплив на перерозподіл доходів. Попри свою невелику частку у структурі сукупного доходу (близько 1%) у 2020 році ці компоненти доходів сприяли зменшенню нерівності доходів при послабленні економіки України.

### ***4.2.7. Застосування методу аналізу ієрархій для дослідження факторів впливу на форми влаштування дітей сиріт***

Майбутнє держави, її життєдайність визначається наявністю молодих поколінь. Захист дитинства є перш за все пріоритетним напрямом соціального розвитку країни. Реалізація права дитини-сироти та дитини, позбавленої батьківського піклування, на виховання в сімейному оточенні, активізація усиновлення є одним із першочергових напрямків діяльності органів державної влади. Дане питання вирішу-

#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

---

ється на державному рівні за допомогою різних механізмів урегулювання, дослідження яких допомагає вдосконалити сферу соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування. Однак є багато проблем у цій сфері.

З огляду на важливість для розвитку дитини сімейного оточення, вважаємо, що діяльність у соціальній сфері повинна бути спрямована на створення сімейних форм утримання і виховання дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, які здатні до певної міри замінити сім'ю.

Потенційні батьки–вихователі, прийомні батьки, усиновлювачі, які вирішили взяти участь у вихованні дитини–сироти або дитини, позбавленої батьківського піклування, зустрічаються із питанням вибору форми влаштування (виховання) таких дітей. Для вивчення факторів впливу на їх вибір, удосконалення та розробки організаційно-економічних механізмів управлінської діяльності сфери соціального влаштування дітей доцільним є використання методу аналізу ієрархій (МАІ).

До сімейних форм відносимо такі: усиновлення, опіка (піклування), прийомна сім'я (ПС) та дитячий будинок сімейного типу (ДБСТ). У наукових дослідження особливу увагу приділяють питанню усиновлення, як найбільш пріоритетній формі влаштування дитини з діючих сімейних форм.

Попри спільну назву «сімейні форми», яка фактично означає виховання дітей в сім'ї, кожна із зазначених форм відрізняється одна від одної як за правовими, так і за організаційними ознаками. Безперечно, найкращою із усіх діючих форм сімейного влаштування дітей є усиновлення, тобто прийняття дитини у сім'ю на правах рідної. Тільки ця форма влаштування з усіх існуючих відповідає «найвищим інтересам дитини» та позбавляє дитину статусу дитини–сироти або дитини, позбавленої батьківського піклування.

Правові, організаційні, соціальні засади та гарантії державної підтримки дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, молоді із числа дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, визначаються Законом України «Про забезпечення організаційно-правових умов соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування». Таким дітям та батькам–вихователям, прийомним батькам встановлено гарантовані державою соціальні стандарти і нормативи.

Державні соціальні стандарти, нормативи споживання, нормативи

## Моделі сталого розвитку

---

забезпечення є однаковими для всіх дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, а також осіб із їх числа, незалежно від форми їх влаштування та утримання, і залежать від величини прожиткового мінімуму. Саме цей показник є державним нормативом, що використовується при визначенні більшості показників соціального блоку бюджету.

Розмір прожиткового мінімуму в Україні досить низький і зростає незначними темпами. Для розрахунку прожиткового мінімуму основних соціально–демографічних груп населення використовується мінімальний споживчий кошик. Викликає величезні сумніви адекватність набору послуг мінімального споживчого кошика. Гострою є проблема включення до складу прожиткового мінімуму мінімальних витрат на послуги охорони здоров'я, освіти, транспорту, зв'язку, що у дедалі більшому обсязі стають платними.

Варто зауважити, що встановлення прожиткового мінімуму на нижчому рівні, ніж це об'єктивно обґрунтовано, призводить до зниження, допомог малозабезпеченим українцям, у тому числі сім'ям із дітьми–сиротами та дітьми, позбавленими батьківського піклування, і зменшенню їх реальних доходів, оскільки він використовується для їхнього нарахування. Саме тому існуючі підходи до встановлення державних соціальних стандартів в Україні потребують негайного докорінного перегляду.

Далі звернемо увагу на виплати при усиновленні дитини. Допомога при усиновленні дитини призначається на кожну дитину незалежно від віку, у розмірі, встановленому для виплати допомоги при народженні першої дитини, а саме: у сумі, кратній 30 розмірам прожиткового мінімуму для дитини віком до шести років, на дату набрання законної сили рішення про усиновлення. Вважаємо, що ця норма закону не стимулює усиновлення, так як при усиновленні двох та більше дітей розмір виплат не збільшується, тому необхідно переглянути розміри виплат допомоги при народженні та усиновленні дітей. Варто наголосити, що уряд встановив єдиний розмір допомоги при народженні дитини не залежно який він за черговістю. На нашу думку це дозволить відновити принцип соціальної справедливості при народженні та усиновленні дітей.

Хоча розмір допомоги при усиновленні дитини становить 30 прожиткових мінімумів для дитини віком до шести років та враховуючи, що на усиновлену дитину призупиняються всі соціальні виплати та гарантії — це не така вже і велика сума. Тому було б доцільно розроби-



#### *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

---

ти єдину систему усиновлення дітей з пільгами для прийомних батьків (на сьогодні вона не є мотиваційною та повноцінною) та розробити систему, за якою дитина набуватиме статусу усиновленої, додавши до нього якусь соціальну пільгу, наприклад — пільговий вступ до вищого навчального закладу, щорічне оздоровлення дитини в оздоровчих таборах регіону, де проживає усиновлена дитина. На нашу думку, саме такий підхід стимулював би до збільшення чисельності усиновлених дітей у регіоні.

Допомога на дітей, над якими встановлено опіку чи піклування, надається у розмірі, що становить два прожиткових мінімуми для дитини відповідного віку.

Вважаємо, що було б доцільно передбачити на законодавчому рівні механізм накопичення на рахунку дитини певної «неспалимої суми», мінімальний накопичувальний варіант соціального забезпечення (наприклад, депозит).

Розмір соціальної допомоги на дітей при влаштуванні їх у прийомну сім'ю чи дитячий будинок сімейного типу становить два прожиткових мінімуми для дітей відповідного віку. Розмір грошового забезпечення становить 35 відсотків розміру соціальної допомоги на кожну дитину вихованця та на кожну прийомну дитину, але не більше п'яти прожиткових мінімумів для працездатної особи одному з батьків-вихователів і не більше ніж півтора прожиткового мінімуму для працездатної особи одному з прийомних батьків.

Грошове забезпечення прийомних батьків та батьків-вихователів при вихованні від 3 та 7 дітей відповідно не збільшується, це не стимулює батьків добирати дітей-сиріт на виховання. Пропонуємо переглянути нарахування грошових виплат, як пряму залежність прожиткового мінімуму на працездатну особу від чисельності дітей, які виховуються в родині. Вважаємо за необхідність передбачити на законодавчому рівні механізм накопичення на рахунку дитини певної «неспалимої суми» щомісячно впродовж дії договору про спільне проживання, виховання та утримання дітей у сім'ї. Контроль за цим повинен забезпечувати орган опіки та піклування регіону. Таким чином, навіть у разі дострокового припинення дії договору дитина-сирота буде мати власні заощадження, які в подальшому підвищать її соціальний захист.

Змушені також констатувати, що нині не має технологій адекватного бюджетного аналізу видатків на дітей-сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, та ефективності їх використання, гнуч-

## Моделі сталого розвитку

---

ких механізмів перерозподілу чи переорієнтації цих видатків з метою максимального врахування потреб дитини. Це є вкрай серйозною проблемою, яка, з одного боку стримує регіональний розвиток сімейних форм виховання, а з другого — потребує законодавчого врегулювання.

Варто зауважити, що останнім часом спостерігаються позитивні зрушення щодо забезпечення соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, а саме: вдосконалюється законодавча база та посилюється регіональний контроль за виконанням організаційних умов соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування.

На нашу думку спостерігається поступ в напрямку поліпшення соціального захисту дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, та осіб з їх числа в цілому, а також про посилення регіонального контролю за захистом їх прав та інтересів. Водночас, у системі соціальної взаємодії дітей–сиріт та дітей, позбавлених батьківського піклування, залишається неподоланим розрив між досвідом повсякденності та системою задекларованих норм.

Розглянемо приклад застосування МАІ для аналізу факторів, які враховуються при виборі форми влаштування дитини потенційними батьками–вихователями, прийомними батьками, усиновлювачами.

Опираючись на методи управлінської діяльності сфери соціального влаштування дітей (економічні, соціально–психологічні, організаційні) можемо виділити критерії оцінки можливого вибору форми влаштування дитини:

- 1) Соціально–економічний:
  - гарантовані соціальні виплати та пільги для дітей–сиріт ( $\Phi_1$ );
  - стандарт грошового забезпечення прийомних батьків та батьків–вихователів ( $\Phi_2$ );
  - разової державної фінансової допомоги після досягнення повноліття ( $\Phi_3$ );
  - гарантованого першого робочого місця ( $\Phi_4$ );
  - житлове забезпечення ( $\Phi_5$ );
- 2) Організаційно–правовий:
  - юридичний захист дітей ( $\Phi_6$ );
  - юридична допомога батькам ( $\Phi_7$ );
- 3) Морально–етичні:
  - соціалізація влаштованих дітей ( $\Phi_8$ );

## *Розділ 4. Економіко-математичне моделювання*

– підготовка і психологічний супровід батьків ( $\Phi_9$ ).

Для кількісного оцінювання вагомості критеріїв при їх попарному порівнянні можна скористатись шкалою відносної вагомості, розробленою Т.Сааті [20] (табл.4.2.6).

Якщо під час порівняння одного фактора чи варіанта з іншим отримано одне із значень відносної вагомості, наведених у табл. 4.2.6 (наприклад, 2), то при порівнянні другого з першим отримаємо обернену величину (а саме 1/2).

*Табл. 4.2.6. Шкала відносної вагомості критеріїв*

Відносна вагомість (бали)	Визначення
Однозначна (точна) оцінка	
1	Рівнозначна вагомість
3	Помірна перевага
5	Суттєва перевага
7	Значна перевага
9	Абсолютна перевага
2, 4, 6, 8	Проміжні (компромісні) рішення між двома сусідніми оцінками

На першому кроці МАІ здійснимо декомпозицію та представлення задачі в ієрархічній формі. Ми розглядаємо домінуючі ієрархії, які будуються з вершинами (ціль — з точки зору управління) через проміжні рівні (критерії, від яких залежать наступні рівні) до найнижчого рівня, який є переліком альтернатив.

Управлінську діяльність сфери соціального влаштування дітей пропонуємо розглядати через пріоритетність форм влаштування дітей: головна мета влаштування дитини (рівень 1), врахування інтересів і вигод для усіх сторін, які беруть участь у соціальному влаштуванні дітей:  $\Phi_1 - \Phi_9$  (рівень 2) та самі форми влаштування дітей: усиновлення, опіка, прийомна сім'я, дитячий будинок сімейного типу (рівень 3).

Для реалізації методу введено закон ієрархічної безпосередності, відповідно до якого потрібно, щоб елементи кожного рівня були порівняння по відношенню до елементів вищого рівня. Між рівнями будуються матриці попарних порівнянь щодо важливості елементів кожного рівня по відношенню один до одного.

## Моделі сталого розвитку

Для рівня 2 будуюмо матрицю попарних порівнянь, на основі думок експертів (табл.4.2.7).

Табл.4.2.7. Матриця експертних оцінок вагомості

Відповідність інтересів	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	$\Phi_4$	$\Phi_5$	$\Phi_6$	$\Phi_7$	$\Phi_8$	$\Phi_9$	Вектор пріоритетів
$\Phi_1$	1	3	7	2	1/7	2	3	2	3	0,137
$\Phi_2$	1/3	1	3	1	1/8	1	3	1	3	0,077
$\Phi_3$	1/7	1/3	1	1/4	1/9	1/5	1/4	1/8	1/7	0,017
$\Phi_4$	1/2	1	4	1	1/7	3	4	1	3	0,098
$\Phi_5$	7	8	9	7	1	7	8	3	7	0,411
$\Phi_6$	1/2	1	5	1/3	1/7	1	5	1	3	0,081
$\Phi_7$	1/3	1/3	4	1/4	1/8	1/5	1	1/3	1	0,035
$\Phi_8$	1/2	1	8	1	1	1	3	1	1	0,100
$\Phi_9$	1/3	1/3	7	1/3	1/7	1/3	1	1	1	0,046
$Q_{\max} = 10,3, CI = 0,16, CIS_9 = 1,45, CR = 0,11$										

На основі отриманих результатів можна зробити висновок, що на думку експертів, найвагомішими факторами впливу на вибір форми влаштування дітей є гарантовані соціальні виплати та пільги для дітей–сиріт, житлове забезпечення та соціалізація влаштованих дітей.

Визначивши важливість інтересів і вигод для усіх сторін, які беруть участь у соціальному влаштуванні дітей, складаємо відповідно до правил матриці пріоритетності матриці попарних порівнянь для рівня 3 шляхом порівняння альтернатив (усиновлення, опіка, ПС, ДБСТ) між собою щодо факторів  $\Phi_1 - \Phi_9$  [21].

Табл. 4.2.8. Матриці бальних оцінок щодо форм влаштування

$\Phi_1$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/9	1/9	1/9	0,036
Опіка	9	1	1	1	0,321
ПС	9	1	1	1	0,321
ДБСТ	9	1	1	1	0,321
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4 = 0,9, CR = 0,00$					

### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

$\Phi_2$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/6	1/9	0,056
Опіка	1	1	1/6	1/9	0,056
ПС	6	6	1	1/3	0,284
ДБСТ	9	9	3	1	0,603
$Q_{\max} = 4,09, CI = 0,03, CIS_4=0,9, CR = 0,03$					
$\Phi_3$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/3	1/3	1/3	0,092
Опіка	3	1	1/3	1/3	0,159
ПС	3	3	1	1/3	0,275
ДБСТ	3	3	3	1	0,476
$Q_{\max} = 4,31, CI = 0,10, CIS_4=0,9, CR = 0,12$					
$\Phi_4$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/7	1/7	0,063
Опіка	1	1	1/7	1/7	0,063
ПС	7	7	1	1	0,438
ДБСТ	7	7	1	1	0,438
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					
$\Phi_5$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/8	1/8	0,055
Опіка	1	1	1/8	1/8	0,055
ПС	8	8	1	2	0,522
ДБСТ	8	8	1/2	1	0,369
$Q_{\max} = 4,09, CI = 0,03, CIS_4=0,9, CR = 0,03$					
$\Phi_6$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1	1/5	1/5	0,07
Опіка	3	1	1/2	1/2	0,193
ПС	5	2	1	1	0,369
ДБСТ	5	2	1	1	0,369
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					

## Моделі сталого розвитку

$\Phi_7$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/2	1/3	1/3	0,11
Опіка	2	1	1/2	1/2	0,189
ПС	3	2	1	1	0,351
ДБСТ	3	2	1	1	0,351
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					
$\Phi_8$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/3	1/5	1/5	0,07
Опіка	3	1	1/2	1/2	0,193
ПС	5	2	1	1	0,368
ДБСТ	5	2	1	1	0,368
$Q_{\max} = 4, CI = 0,00, CIS_4=0,9, CR = 0,00$					
$\Phi_9$	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ	Вектор пріоритетів
Усиновлення	1	1/3	1/6	1/6	0,064
Опіка	3	1	1/3	1/3	0,157
ПС	6	3	1	1	0,427
ДБСТ	6	3	1	1	0,427
$Q_{\max} = 4,32, CI = 0,11, CIS_4=0,9, CR = 0,12$					

Отримавши сукупність матриць порівняння, можна приймати рішення на основі їх змістовного аналізу, щодо оцінки альтернатив за визначеними критеріями. Для отримання узагальнених оцінок використаємо [20, с. 37] середньгеометричні усереднення і нормування отриманих оцінок. Зокрема, пропонується для кожної матриці розрахувати вектори пріоритетів

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n), \quad x_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^n d_i}, \quad d_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}, \quad i = \overline{1, n},$$

де  $a_{ij}$  ( $i, j = \overline{1, n}$ ) — елементи матриць попарних порівнянь.

Також доцільним є розрахунок для кожної матриці ієрархії індексу узгодженості ( $CI$ ), який є кількісною оцінкою суперечливості результатів порівнянь. Неузгодженість отриманих результатів можлива як при похи-

#### Розділ 4. Економіко-математичне моделювання

бках обчислень, так і при суб'єктивних помилках експертів. Індекс узгодженості завжди має додатне значення, яке знаходимо за формулою

$$CI = \frac{Q_{\max} n}{n-1}, \quad Q_{\max} = \sum_{j=1}^n \left( x_j \sum_{i=1}^n a_{ij} \right).$$

Також знаходимо відношення узгодженості ( $CR$ ) як відношення індексу узгодженості до середньостатистичного значення індексу узгодженості ( $CIS_n$ ) при випадковому виборі коефіцієнтів матриці порівняння

$$CR = CI / CIS_n.$$

Значення  $CR$  не повинно бути більшим за 0,1 (у деяких випадках допускається не більше 0,2).

Відповідні вектори пріоритетів і значення для  $CI$  та  $CR$  наведено у таблицях 4.2.7 та 4.2.8.

На наступному етапі застосування МАІ визначимо глобальні пріоритети форм влаштування дітей відносно критеріїв (табл.4.2.9). Глобальні пріоритети знаходимо як суму добутків по рядках координат векторів пріоритету форми влаштування дітей щодо критерію, отриманого з таблиці 4.2.7, на вагу кожного критерію, отриманого в таблиці 4.2.8.

*Табл. 4.2.9. Результати розрахунків глобальних пріоритетів форм влаштування дітей*

	Пріоритет	Усиновлення	Опіка	ПС	ДБСТ
$\Phi_1$	0,137	0,036	0,321	0,321	0,321
$\Phi_2$	0,077	0,056	0,056	0,284	0,603
$\Phi_3$	0,017	0,092	0,158	0,275	0,475
$\Phi_4$	0,098	0,063	0,063	0,438	0,438
$\Phi_5$	0,411	0,055	0,055	0,522	0,369
$\Phi_6$	0,081	0,070	0,193	0,368	0,368
$\Phi_7$	0,035	0,109	0,189	0,351	0,351
$\Phi_8$	0,100	0,070	0,193	0,368	0,368
$\Phi_9$	0,046	0,064	0,157	0,427	0,427
Глобальні пріоритети		0,059	0,128	0,426	0,391

На основі розрахунків можна зробити висновки, що найпривабливішими для потенційними прийомних батьків, вихователів чи усиновлювачів з чотирьох форм влаштування дітей є прийомна сім'я та дитячі будинки сімейного типу, які отримали найвищі оцінки 0,426 та 0,391

## Моделі сталого розвитку

---

відповідно. Зрозуміло, що такі результати аналізу обумовлені вагомістю економічних факторів при виборі форми влаштування дітей.

Даний аналіз дає орієнтири для розподілу ресурсів у залежності від ступеня важливості управлінської мети (влаштування дитини). Один із шляхів вирішення фінансового забезпечення влаштованих дітей у сімейні форми, це перерозподіл зекономлених коштів за рахунок зменшення чисельності закладів інтернатного типу. Фактично більша частина коштів, які виділяються державою, витрачається на утримання самих закладів та штату такого типу. Утримання дитини в інтернаті за діючим механізмом нині обходиться втричі дорожче, ніж якби був задіяний принцип «гроші ходять за дитиною», враховуючи прожитковий мінімум на дитину 2100 (2618) гривень відповідного віку.

Між тим, маючи призначені державою гроші, дитина могла б претендувати на виховання у сім'ї. 25200 або 31416 гривень на рік на дитину (похідні від двох прожиткових мінімумів на місяць в залежності від віку дитини) плюс 35% від цієї суми для оплати послуг батьків-вихователів або прийомних батьків не тільки дають економію бюджетних коштів держави, вони дозволяють дитині швидше знайти родину, в якій вона зростатиме; дитячий садок, у якому вона гратиметься з однолітками; школу, в якій навчатиметься.

Враховуючи, що на сьогодні система усиновлення не є мотиваційною та повноцінною, то можна запропонувати розробити єдину систему усиновлення дітей з пільгами для прийомних батьків та розробити систему, за якою дитина набуватиме статус усиновленої, додавши до нього певну соціальну пільгу, наприклад пільговий вступ до вищого навчального закладу чи безкоштовне оздоровлення дитини в оздоровчих таборах. Саме такий підхід стимулював би до збільшення чисельності усиновлених дітей.



## РОЗДІЛ 5. МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОЦІНКА ФІНАНСОВИХ ПОТОКІВ У НЕСТАБІЛЬНОМУ ЕКОНОМІЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

### 5.1. Моделювання діяльності кредитних спілок на ринку фінансових послуг

#### 5.1.1. Економічна сутність кредитних спілок на ринку фінансових послуг

Система ринку фінансових послуг складна, гроші і інші фінансові активи обертаються самостійно і не залежать від обігу реальних товарів. Грошові і фінансові потоки на ринку фінансових послуг функціонують в розгалуженій просторовій системі (рис. 5.1.1).

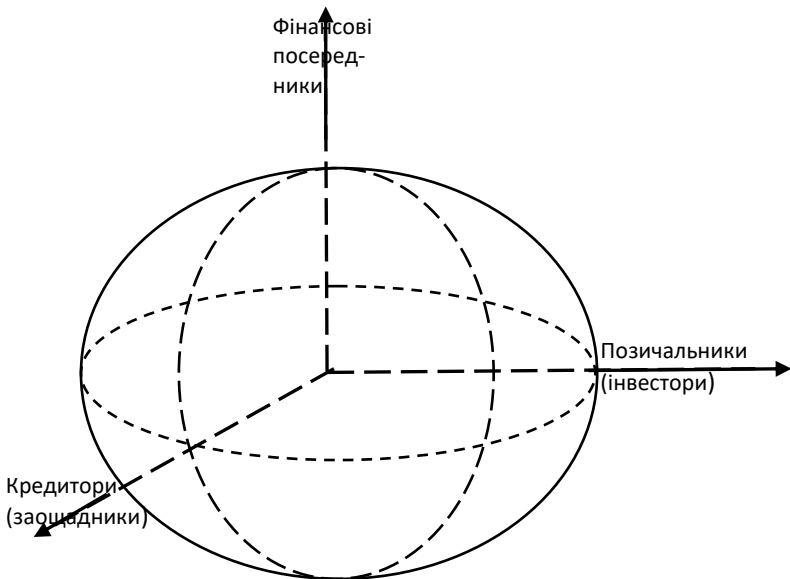


Рис. 5.1.1. Кругообіг фінансових ресурсів на ринку фінансових послуг\*

Джерело: побудовано автором

У даній системі постійно відбувається рух фінансових потоків. Фінансові потоки не зникають і не змінюють порядок наявності, вони залишаються і при зміні розташування будь-якої точки чи множини

## Моделі сталого розвитку

---

точок, простір є не умовою наявності точки (фінансового потоку), а його середовищем, де вони реалізується з допомогою певних кількісних та якісних характеристик. Дана просторова система вміщує фінансово–кредитні інституції, їх відмінність полягає у градації в даному середовищі щодо умов розвитку. Кожен із учасників ринку фінансових послуг є окремим індивідом, який по різному впливає на рух фінансових потоків в системі, як і будь-яка точка сферичної системи координат.

Функціонування системи ринку фінансових послуг спонукає учасників:

- для співробітництва щодо розв’язання спільних проблем;
- конфронтації.

Ринок фінансових послуг поєднує фінансово–кредитні інституції та суб’єкти інфраструктури фінансового ринку, які виконують посередницькі і допоміжні функції між кредиторами і позичальниками та забезпечують кругообіг фінансових ресурсів.

Різні фінансові інституції, зокрема: банки, ощадно–позичкові асоціації, кредитні спілки, фонди грошового ринку, пенсійні фонди, страхові, інвестиційні та трастові компанії тощо, діють на ринку, як фінансові посередники, створені для задоволення потреб споживачів у фінансових ресурсах.

Класифікуючи учасників ринку фінансових послуг, І.О. Школьник виділяє інституційних та інфраструктурних посередників, відносячи кредитні спілки до інституційних фінансових посередників, завданням яких полягає у акумулюванні тимчасово вільних коштів фізичних осіб у невеликих обсягах, та їхнє подальше перетворення у інвестиційні та споживчі програми кредитування для обслуговування потреб населення [1].

Вони мають можливість акумулювати кошти від тих, хто в даний момент має їх надлишок і передавати тим, хто відчуває нагальну потребу у фінансових ресурсах. Відмінністю слугує мета, для одних — отримання прибутку, для інших небанківських фінансово–кредитних установ — фінансово–кредитне обслуговування своїх членів, зокрема це кредитні спілки [2].

Кредитні спілки, відіграють важливу роль у розвитку вітчизняної економіки, оскільки є складовою ринку фінансових послуг, важливим елементом банківської інфраструктури. Це створює додаткові можливості для посередництва у залученні заощаджень громадян та розширенні можливостей щодо вибору джерела кредитування. Мобілізуючи сукупні кошти членів спілки, кредитні спілки, як небанківські фінансові

## ***Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків***

---

посередники, дають змогу населенню отримувати додаткові доходи, а економіка країни в цілому отримує додаткове джерело інвестицій.

Головними завдання кредитних спілок є надання швидких й відносно недорогих послуг, пов'язаних з кредитуванням споживчих та інших потреб своїх членів і розміщенням їхніх коштів на депозитних рахунках. Робота кредитних спілок спрямована не стільки на виконання фінансових та економічних функцій, як на певний соціальний захист своїх учасників. Такі можливості відкриває кооперативна природа кредитної спілки [3].

Маючи у користуванні залучені кошти фізичних осіб, що є членами кредитної спілки, кредитні спілки виконують функцію управління фінансовими ресурсами, крім цього постає питання можливості повернення коштів членам, дотриманню окремих нормативів та обмежень, щодо стабільності та стійкості функціонування кредитних спілок.

Кредитні спілки та інші кооперативні форми самоорганізації населення сприяють перетворенню грошових заощаджень громадян у фінансові ресурси. Їх відмінність і перевага над іншими фінансово-кредитними інститутами полягає в тому, що вони мобілізують найдешевші фінансові ресурси, використання яких спрямоване на розвиток бізнесу і розширення споживчого попиту населення [4].

До прийняття Закону «Про кредитні спілки» від 20.12.2001р. ці установи мали юридичний статус громадських організацій, які здійснюють надання фінансових послуг своїм членам на підставі тимчасового положення про ці організації, затвердженого указом Президента України. Прийнятий закон надав кредитним спілкам нового, принципово іншого юридичного статусу «неприбуткової організації, заснованої фізичними особами на кооперативних засадах з метою задоволення потреб її членів у взаємному кредитуванні та наданні фінансових послуг...», і при цьому визначив, що «кредитна спілка є фінансовою установою» [5].

Фінансово-економічний механізм, який є основою діяльності кредитних спілок — специфічний, він принципово відрізняється від засад діяльності інших фінансових установ і дає підстави вважати ці організації неприбутковими. Спілка здійснює кредитування своїх членів за рахунок залучення їх коштів у вигляді пайових, членських та депозитних вкладів.

За рахунок вкладів на депозитні рахунки фінансуються активи кредитних спілок на 50,3%, та залишаються вагомим джерелом коштів (рис. 5.1.2).

## Моделі сталого розвитку

Більшість кредитних спілок працює за класичною схемою фінансової установи і орієнтується на залучення депозитів на договірних умовах з подальшим використанням для надання кредитів, або здійснення фінансових інвестицій.

Економічну участь членів кооперативу втілюють членські внески (рис. 5.1.3). Вони приймають участь у формуванні капіталу та отримують, за певних умов, відповідний відсоток, являються «зв'язуючою ланкою між кооперативом та його членами, через них кожен учасник руху отримував відповідну частину доходу, а також відповідав за прорахунки та збитки товариства».

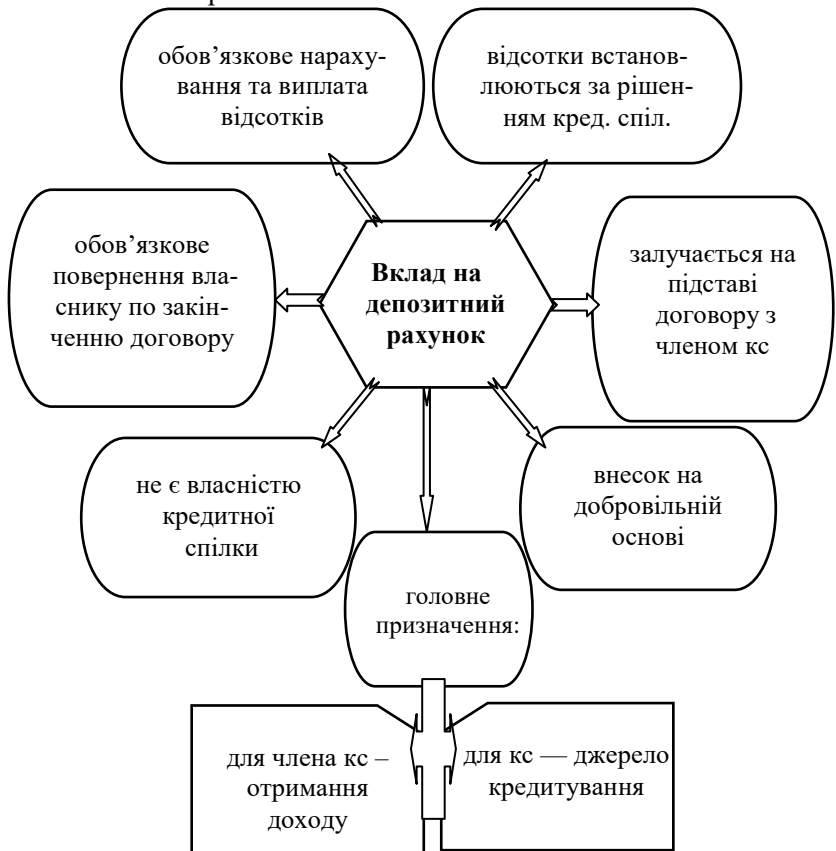
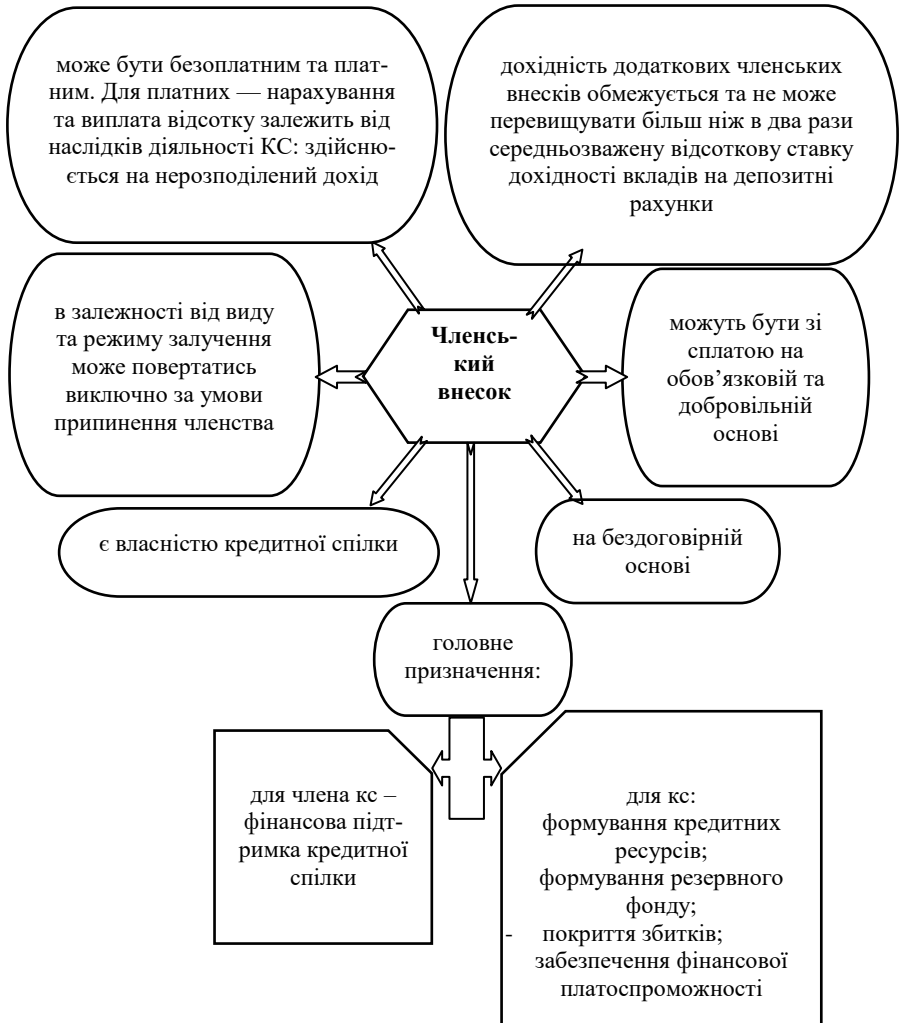


Рис.5.1.2. Економічна характеристика вкладів на депозитні рахунки [6]

## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

Як бачимо з економічної характеристики, членські внески кредитної спілки трансформуються або в кредити, або у фінансові резерви для забезпечення фінансової стійкості кредитної спілки.



*Рис. 5.1.3. Економічна характеристика членських внесків*

Діяльність кредитних спілок пов'язана з наданням кредитів під відсотки, акумуляцією грошових вкладів на різних умовах та нараху-

## Моделі сталого розвитку

---

вання відсотків на них і більш схожа до діяльності фінансової кредитної установи, ніж громадської організації, а сама діяльність такого роду установи є інститутом фінансового посередництва з певними правилами і нормами “гри”. Кредитна спілка — специфічна форма господарювання, відмінна від інших форм. Із соціальної точки зору — це форма фінансової взаємодопомоги та економічного самозахисту людей; із організаційної — кооператив/громадська організація; з економічної — фінансова установа; з інституційної — фінансовий посередник; з фінансової — небанківська кредитна установа; а разом — це форма фінансової конгломерації [7].

Розглянемо відмінні і спільні характеристики між кредитною спілкою і банком як фінансовими посередниками на ринку фінансових послуг.

О. Сідельник проводить аналогію між кредитними спілками та банками, зокрема: кредитні спілки прагнуть розмістити свої ресурси в високодохідні активи, створюючи індивідуальні кредитні програми за аналогією зі споживчим роздрібним кредитуванням банків; формують свою пасивну базу пов’язуючи кожний окремий внесок у виді членства клієнта в громадські організації з правом голосу по організаційно-господарських питаннях; ресурси кредитних спілок є менш ліквідними за банківські [8].

Аналізуючи конкуренцію на ринку фінансових послуг Л. Ільченко–Сюйва виділяє переваги кредитних спілок над банками: мобільність при розгортанні діяльності, оперативність у прийняттях кредитних рішень для малого та середнього бізнесу; менш жорсткі вимоги до позичальників привертають додаткову клієнтську аудиторію, проте зменшують загальну якість активів через залучення частини неякісних позичальників; видаткова частина при заснуванні кредитних спілок є меншою від заснування комерційного банку та подальше оподаткування діяльності є меншим [9].

О. Сагайдачна також вказує переваги кредитних спілок: максимальна наближеність їх до безпосередніх отримувачів послуг, можливість позичальника за спрощеною схемою отримати позику. Кредитні спілки мають можливість уважніше підходити до відбору своїх клієнтів, тому при видачі кредиту дозволяють собі не так ретельно перевіряти кредитоспроможність позичальника [10].

Порівняльну характеристику для банків та кредитних спілок зробив у своєму дослідженні Г. Стоянов (табл. 5.1.1).

## ***Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків***

*Таблиця 5.1.1. Порівняльна характеристика особливостей функціонування банків та кредитних спілок [12]*

<b>Критерії порівняння</b>	<b>Банки</b>	<b>Кредитні спілки</b>
Роль на фінансовому ринку	Акумуляція та перерозподіл тимчасово вільних коштів, отримання маржі, яка формує комісійний та відсотковий доходи	
Мета створення	Створюється на комерційних засадах для отримання та максимізації прибутку за рахунок перерозподілу позичкового капіталу	Створюється групою людей не заради максимізації прибутку, а для надання послуг своїм членам та задоволення їх потреб у фінансових ресурсах
Можливість впливу клієнта на процес прийняття управлінських рішень	Клієнт банку є лише споживачем послуг та не має можливості приймати участь у процесі прийнятті управлінських рішень	Клієнт кредитної спілки одночасно є і її членом, тому має можливість безпосередньо впливати на процес прийняття управлінських рішень
Можливість надання персоналізованих послуг клієнту	Банк надає переважно уніфіковані, стандартні послуги. Послуги під потреби конкретного клієнта надаються в межах програм лояльності, переважно для VIP-клієнтів	Фінансові послуги формуються під замовлення конкретного члена кредитної спілки, тобто всі вони є персоналізованими
Ринкова сегментація	Банки працюють на всіх сегментах ринку фінансових послуг	Діяльність КС зорієнтована на обслуговування сегменту клієнтів роздрібного та малого бізнесу, який формуються навколо певних підприємств, в межах окремих галузей господарювання

## Моделі сталого розвитку

Цільова аудиторія	Юридичні та фізичні особи	Підприємці — фізичні особи та представники приватних господарств з роздрібного та малого бізнесу, які частіш за все не можуть стати клієнтом банку
Спеціалізація діяльності	Розрахунковий та ресурсний центр	Ресурсний центр взаємодопомоги (дозволяє лише задовольнити потреби членів КС у фінансових ресурсах), всі розрахункові операції здійснюються через банки
Постійність клієнтської бази	Юридична та фізична особа стає клієнтом банку тимчасово, тобто на термін надання фінансової послуги. Виходячи з цього, склад та структура клієнтської бази постійно змінюються	Фізична особа стає членом КС на довготривалій основі з метою отримання постійної можливості задовольняти свої потреби у фінансових ресурсах. Виходячи з цього, склад та структура клієнтської бази є значно більш стабільною, ніж у банків
Регулятор	Національний банк України	Нацкомфінпослуг

Принципова відмінність кредитної спілки від банку полягає у тому, що вона виконує лише дві базові операції грошового ринку, зберігаючи при цьому статус фінансового посередника. Це залучення коштів і їх розміщення. Банк, і тільки він виконує ще й третю базову операцію — відкриття і обслуговування поточних рахунків клієнтів. Якщо небанківський посередник хоче проводити ще й розрахунково-касове обслуговування клієнтів, він повинен набути статусу банку у порядку, визначеному чинним законодавством: отримати ліцензію та відповідні дозволи Національного банку України. Саме на цьому й зосереджено увагу ст.19 Закону України «Про банки і банківську діяльність»: «Без отримання банківської ліцензії не дозволяється здійснювати одночасно



## ***Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків***

діяльність із залучення вкладів та інших коштів, що підлягають поверненню, і надання кредитів, а також вести рахунки». [11]

Кредитні спілки, порівняно з банками та іншими фінансовими установами, мають на сьогодні суттєві переваги, зокрема:

1) участь членів в управлінні — учасники кредитної спілки є споживачами послуг й одночасно її співвласниками, можуть впливати на її діяльність;

2) неприбутковість діяльності — задоволення фінансових потреб членів спілки;

3) максимальна наближеність до споживачів послуг та індивідуальний підхід до їх потреб — сприятливі графіки оплати суми кредиту та процентів, підбір терміну внеску;

4) зрозумілість продуктів — фінансові продукти відрізняються простою умов та якістю, що значно зменшує вірогідність того, що клієнт заплутається в економічних термінах або отримає дорожчу послугу;

5) активне мікрокредитування — працюють з позичальниками, яким потрібні невеликі суми;

6) зручність і швидкість — це невеликі фінансові установи, що дозволяє їм не оформлювати зайву кількість документів;

7) доступна ціна [13].

Розглядаючи неприбуткову природу кредитних спілок, необхідно зупинитись на статусі діяльності із надання кредитів іншим спілкам, вкладення коштів на банківські депозити, в об'єднану кредитну спілку та у державні цінні папери. Такі операції кредитних спілок не є підприємницькою діяльністю, бо їх мета — отримання не прибутку, а додаткового доходу. Вказана діяльність дозволяє спілці диверсифікувати свої активи і зменшити ризик. Крім цього вона захищає спілку від можливих збитків в умовах, коли існує значна сума вільних коштів і низький попит на позики серед членів. Звичайно такі операції є менш дохідними, ніж позики, але для спілок вони життєво важливі, бо дозволяють не допустити збитків в умовах заниження попиту на позики і „заробити” кошти для утримання спілки та нарахування відсотків на залучені від членів вклади. Крім цього, організація взаємо кредитування між спілками — це практичне здійснення кооперативного принципу взаємодопомоги, але на більш високому рівні — між спілками [14].

Фінансові кризи провокують банківську систему нестабільністю економічної ситуації, відповідно відбувається великий вплив грошей з депозитних рахунків, тобто реальне накопичення коштів на руках

## **Моделі сталого розвитку**

---

населення, які потрібно в певне русло вкладати. Кредитні спілки володіють великим потенціалом щодо розвитку як фінансові інститути поряд з банківськими установами. Основним напрямом розвитку є збільшення обсягів кредитування кредитними спілками та збереження адекватного рівня репутації.

### ***5.1.2. Оцінювання позицій кредитних спілок на світовому ринку фінансових послуг***

Досвід багатьох країн переконує, що за участі небанківських фінансових посередників вдається нівелювати деякі з негативних наслідків малозабезпеченості більшої частини населення. Такі безперечні переваги цього сегменту фінансового ринку знаходять своє відображення у розвитку різноманітних кооперативних об'єднань громадян різних країн світу.

Залежно від рівня економічного розвитку і специфіки національного законодавства фінансово-кредитні кооперативи в кожній країні мають свої характерні особливості. В одних державах — це невеликі установи, які дають обмежений набір фінансових послуг і майже не відрізняються від класичних моделей кооперативних організацій фінансової самопомоги.

Розглянемо досвід зарубіжних країн, а саме країн Північної Америки та Європи. За даними WOCCU (Всесвітньої Ради кредитних спілок) в світі налічується більше 60 тисяч кредитних спілок в 105 країнах [15].

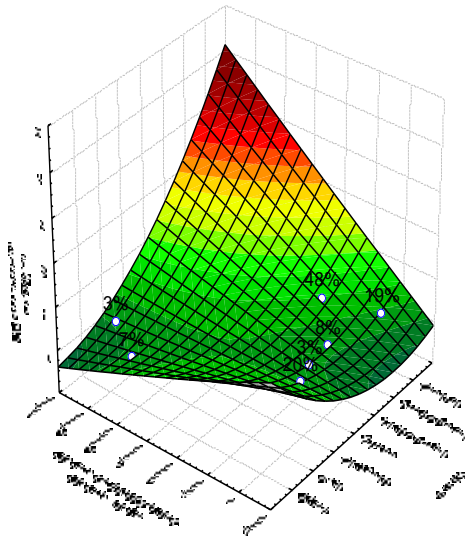
Кредитні спілки перебувають на підйомі при чому збільшується кількість великих спілок, а кількість дрібних спілок зменшується. Це доводить інтеграцію кредитних спілок у економічні процеси. Кредитні спілки розподілені по світу дуже нерівномірно.

Аналізуючи результати розвитку кредитних спілок світу, можна відмітити, стабільне зростання основних показників. Тут має місце не лише зростання активів, а й збільшення чисельності членів кредитних спілок, що свідчить про сталий системний розвиток цього сектора ринку фінансових послуг та підвищення довіри споживачів до нього. Про довіру до кредитних спілок свідчить і проникнення, який почала використовувати WOCCU з 2015 року.

Чинники, що сприяють розвитку кредитних спілок в даних країнах світу було досліджено Р. Руською, зокрема у виявленні залежностей між залежною змінною (проникнення) та незалежними змінними: відношення кількості членів кредитних спілок до економічно активного населення віком від 15 до 64 років [16].

## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

Дослідження впливу вибраних факторів на проникнення кредитних спілок для 105 країн світу, які є членами WOCCU (рис. 5.1.4), видно, що кредитні спілки найбільш поширені в Північній Америці. Найбільше проникнення в Північній Америці, найнижче — 3,4% в Європі. Це зумовлено тим, що в країнах Східної Європи рух кредитних спілок тільки почався, і ми не включили сюди континентальну Європу, оскільки кредитні кооперативи виникли тут не як окрема група фінансового інституту, а як частина кредитних спілок.



*Рис. 5.1.4. Сплайнова регресійна поверхня проникнення кредитних спілок на континентах [17]*

Найбільше проникнення в Північній Америці, найнижче — 3,4% в Європі. Це зумовлено тим, що в країнах Східної Європи рух кредитних спілок тільки почався, і ми не включили сюди континентальну Європу, оскільки кредитні кооперативи виникли тут не як окрема група фінансового інституту, а як частина кредитних спілок. Оскільки проникнення в різних регіонах не однакове, постає питання з'ясувати,

## Моделі сталого розвитку

чи країни з різними моделями керування кредитними спілками мають спільні характеристики економічного розвитку.

Кластеризація дає нам змогу розподілити групу країн на підгрупи, тобто кластери. Сформовані таким чином із початкових багатовимірних даних однорідні підмножини виявлять розподіл країн у межах WOCCU.

У нашому випадку потрібно зі сукупності об'єктів (країн) сформувати кластери за вибраними характеристиками — за умови, що об'єкт може належати тільки до одного кластеру. Характеристики кредитних спілок країн наступні: кількість кредитних спілок, кількість членів кредитних спілок, заощадження, позики, резерви, активи. Використовуючи різні алгоритми кластерного аналізу, можна зробити висновки, що найсуттєвішим у нашому випадку є використання методу  $k$ -means, у результаті чого були отримані 6 кластерів.

Алгоритм неієрархічної кластеризації (розділення набору з  $n$  елементів у кластери)  $k$ -means наступний: обирають  $k$  довільних початкових центрів-точок у просторі (центроїди). Далі всі об'єкти групують на  $k$ -групи за близькістю віддалення від центроїда. Наступним кроком є визначення нових центроїдів кластерів, що повторюються доти, доки центроїди кластерів та межі між ними не перестануть змінюватися.

Таким чином, країни-члени WOCCU було поділено на шість кластерів. Для забезпечення співмірності показників було проведено їх нормування. Перший кластер склали 10 країн, другий — 37 країн, третій — 7 країн, четвертий — 22 країни, п'ятий — 11 країн, шостий — 28 країн. До третього кластеру ввійшли країни в яких кредитні спілки лише розпочинають свою діяльність, ще відсутнє кредитування. Найбільший другий кластер містить країни в яких кредитні спілки відіграють роль малих банків, стабільно функціонують та розвиваються протягом, відносно великого періоду. Вклади на депозитні рахунки застраховані, відсоткова ставка по позиках є невисокою.

Матриця відстаней між центрами отриманих кластерів має вигляд:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & 315,69 & 810,57 & 3693,18 & 802,61 & 443,77 \\ 30,18 & 0 & 548,15 & 5725,13 & 224,491 & 1063,83 \\ 68,51 & 82,01 & 0 & 7812,13 & 5637,13 & 4412,15 \\ 28,33 & 14,98 & 81,47 & 0 & 5815,14 & 5412,16 \\ 23,13 & 45,43 & 73,57 & 42,76 & 0 & 1828,51 \\ 20,15 & 51,12 & 68,24 & 35,29 & 39,48 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.1)$$

## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

П'ятий кластер виділяється з поміж інших, до нього в основному потрапили країни Північної Америки. У країн цього кластеру найбільша за розміром середньоарифметична зв'язана відсоткова ставка за позиками та депозитами.

Таким чином, проведений кластерний аналіз вказав на те, що діяльність кредитних спілок в різних країнах світу є суттєво відмінними, а відповідно на даному етапі необхідно приділяти більше уваги їх розвитку і стабільному функціонуванню.

Для дослідження конкуренції на ринку фінансових послуг в Північній Америці, як одного з найбільш розвинених, слід використати кількісні показники: показник концентрації бізнесу, індекс Херфіндаля–Хіршмана, індекс Розенблота.

Показник концентрації бізнесу, зокрема для кредитних спілок, обраховується відношенням найбільших спілок до загальної кількості, обчислюється таким чином:

$$CR = \sum_{i=1}^n K_i, \quad (5.1.2)$$

де:  $K_i$  — частка великого учаснику фінансового ринку серед кредитних спілок;  $n$  — кількість учасників.

Для визначення рівня монополізації використовують індекс Херфіндаля–Хіршмана, який дорівнює сумі квадратів часток всіх кредитних спілок, діючих на ринку:

$$HHI = \sum_{i=1}^n K_i^2. \quad (5.1.3)$$

Вплив великих кредитних спілок, з врахуванням рангу кожної визначає індекс Розенблота, який розраховується на основі співвідношення рангів кредитних спілок та їх ринкових часток:

$$RI = \frac{1}{2 \sum_{i=1}^n r_i K_i - 1}, \quad (5.1.4)$$

де:  $r_i$  — ранг  $i$ -ї кредитної спілки на ринку фінансових послуг.

Використовуючи дані показники, було виявлено: концентрація на ринку висока (53,9% ринку знаходить у руках найбільших трьох кредитних спілок); індекс Херфіндаля — Хіршмана (HHI) склав 0,14; індекс Розенблота (RI) склав 0,13 — монополізація досить низька.

## Моделі сталого розвитку

---

Це означає, що для виходу на ринок нових кредитних спілок є місце, але конкурувати з найбільшими конкурентами буде досить важко.

Розглядаючи країни — члени WOCCU, кредитні спілки даних країн організують свою діяльність на основі розроблених Типових правил регулювання кредитних спілок заснованих на регулятивному досвіді і передових практиках різних країн впроваджених WOCCU. У Типові правила регулювання включено також набір фінансових показників, які характеризують надійність кредитних спілок. Зокрема WOCCU рекомендує використовувати найбільш відомі в світі за рейтингом для оцінки на місцях системи: CAMELS — (класифікація фінансової установи за шістьма компонентами: достатність капіталу (Capital adequacy); якість активів (Asset quality); менеджмент (Management); доходи (Earnings); ліквідність (Liquidity) і схильність до ринкового ризику (bank's Sensitivity to market risk)) [18] та PEARLS (P (Protection) — захист; E (Effective Financial Structure) — ефективна структура фінансів; A (Assets Quality) — якість активів; R (Rates of Return and Costs) — рівень доходів і витрат; L (Liquidity) — ліквідність; S (Signs) — показники росту).[19] KAPER включає наступні показники: адекватності капіталу (рівень капіталу загалом (загальний показник платоспроможності), рівень покриття позик та кредитів капіталом, покриття депозитів капіталом, адекватність капіталу по відношенню до ризику щодо прострочених та несплачених позик і кредитів, рівень резервного капіталу); якості активів (частка неприбуткових активів, обтяження активів основними засобами, обтяження активів протермінованими позиками, відношення кредитного портфеля до протермінованих платежів); вільного резерву (величина обов'язкового вільного резерву, ощадно-позиковий оборот, повна операційна ефективність, поточний резерв); ефективності та рентабельності.

Дані системи не прогнозують майбутнього фінансового стану кредитних спілок і не діагностують вірогідність банкрутства. Так у різних країнах світу застосовують різноманітні системи оцінки ризиків та раннього попередження (таблиця 5.1.3). Дані системи використовуються регуляторами даних країн.

## *Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків*

*Таблиця 5.1.3. Система оцінки ризиків та раннього попередження в окремих країнах [20]*

Країна	Система	Характеристика системи
Франція	ORAP (організація і застосування превентивних дій)	Дистанційна система наглядових рейтингів
	SAABA (система підтримки аналізу фінансової установи)	Модель раннього попередження — система очікування збитків
Німеччина	BAKIS (інформаційна система BAKred)	Система фінансових коефіцієнтів та порівняння з подібними групами установ
Італія	PATROL	Дистанційна система наглядових рейтингів
Нідерланди	RAST (інструмент підтримки аналізу ризиків)	Система комплексної оцінки фінансових ризиків
Великобританія	RATE (оцінка ризиків, інструменти нагляду і оцінки)	Система комплексної оцінки ризиків
США	CAMELS	Система наглядових рейтингів шляхом інспекцій на місцях
	SEER	Модель раннього попередження — оцінка рейтингу, прогноз банкрутства
	GMS — Система моніторингу зростання	Проста модель раннього попередження — відслідковування великого зростання фінансових установ
Польща	KAPER	Модель раннього попередження

Відносини між регуляторами і кредитними спілками пропонуємо розглядати як інтертипні, тобто їх класифікуємо як наступні:

- тотожні (спільне сприйняття проблем та їх розв’язання, партнерські відносини);
- дуальні (доповнення, вироблення схожої системи оцінки явищ, подій, цінностей);
- активаційні (взаємовідносини, хоча їх і будують на активності, час від часу потребують дистанції за умови зростання напруженості та відстоювання самостійності);
- дзеркальні (відносини плідні, викликані різними підходами до розуміння ситуації);
- ділові (відносини рівних партнерів);

## Моделі сталого розвитку

---

- міражні (прагнення партнерів незрозумілі й суперечливі, а намічені цілі — нереальні);
- квазітотожні (багато спільного сприйняття, але різне ставлення до цінностей);
- конфліктні (повна протилежність і конфліктність);
- відносини суперего (відносини і велика дистанція);
- відносини повної протилежності;
- відносини контролю (асиметричні відносини).

У взаємодії між регуляторами та кредитними спілками відносини мають комбінований прояв, залежно від конкретного з прийнятих рішень, або в залежності від інтересів і потреб основних учасників.

### ***5.1.3. Використання математичного апарату для моделювання діяльності кредитних на ринку фінансових послуг***

Ринок фінансових послуг передбачає конкуренцію, і роль економічного, кількісного математичного аналізу діяльності кредитних спілок з використанням математичного інструментарію, як елемента управління кредитною спілкою суттєво зростає. Кредитна спілка «акумулює» численні ризики, пов'язані з видачою кредитів, закриття депозитів та інфляцією.

У момент видачі кредиту спілка не знає, скільки конкретно коштуватиме її ризик даного позичальника. Мінова і споживча вартість кредитної послуги встановлюється тільки після повернення обумовленої договором позики, однак рішення про видачу кредиту, під певний відсоток необхідно приймати в момент укладення договору. Перед кредитною спілкою постає завдання розрахувати ціну кредиту в умовах невизначеної її собівартості, збалансувати визначені надходження в даний момент з невизначеними витратами в майбутньому [21].

Кредитні спілки надають кредити лише членам спілки, і для визначення платоспроможності члена спілки застосовують різні підходи: дохід позичальника, кредитна історія, застава, тощо. Використовуючи логіко-імовірнісний метод (ЛІМ), дає можливість поєднати різноманітні підходи до визначення кредитоспроможності позичальника, зокрема визначити імовірність повернення коштів.[22]

Рішення про видачу позик приймають на основі основних характеристик члена кредитної спілки, зокрема: членство (термін), дохід, число попередніх кредитів, термін використання кредиту, цільове призначення, наявність застави, наявність депозитних вкладів в кре-



## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

дитній спілці, наявність депозитних вкладів у банках–гарантах, можливість поручителя, тощо. Для кожної з характеристик використовується від двох до десяти градацій. Розглянемо логічний вектор  $a_{it}$ , який відповідає  $i$ -ій характеристиці члена кредитної спілки в період  $t$  або її відсутність:

$$a_{it} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i\text{-та характеристика присутня в періоді } t; \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}$$

$i$  вектор імовірнісного типу —  $b_{it}$ , що характеризує  $i$ -ту подію в періоді  $t$ . Ні одна із  $b_i$  подій не є ані достовірною ані не можливою, отже імовірність  $p_i$  для відповідної події  $b_i$  задовольняє умову:  $0 \leq p_i \leq 1$ . Економічний «портрет» позичальника визначатиметься за формулою:

$$EP = \sum_{i=1}^n a_{it} p_i. \quad (5.1.5)$$

Числове значення величини  $EP$  характеризує рівень довіри до позичальника, чим воно більше, тим безпечніше надати кредит даному члену спілки. Вияснимо діапазон можливих значень величини  $EP$ , враховуючи структуру вектора  $a_i$  і властивості  $p_i$ , можна зауважити, що максимальне значення  $EP$  дорівнюватиме  $n$  — загальній кількості характеристик, найменше дорівнюватиме нулю.

Слід зауважити, що події  $b_i$  не утворюють повної групи, оскільки вони можуть бути сумісними, і сума імовірностей  $p_i$  може перевищувати одиницю. Значення імовірностей  $p_i$  можна визначити статистичними методами на основі аналізу великого обсягу клієнтів. Можливий варіант, що більша частина з них має значення близьке до одиниці, тоді пронормуємо величину  $EP$  шляхом ділення на  $n$  і отримаємо величину:

$$EP^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{it} p_i, \quad (5.1.6)$$

яка характеризує надійність позичальника, і знаходиться в межах  $0 \leq EP^* \leq 1$ . Чим ближче значення до одиниці, тим надійніший позичальник.

У ризикових кредитах ступінь незбалансованості та неоднорідності ризиків суттєво вищий, а варіація як частот, так і сум збитків значно більша, ніж у забезпечених кредитах. На результати сильно впливають інфляція і коливання кон'юнктури, зміна факторів ризику. Оскільки обсяг статистичних даних звичайно невеликий і не відображає багатьох факторів, то детермінованих моделей для ризикових видач кредитів

## Моделі сталого розвитку

звичайно недостатньо. Для кількісної оцінки ризиків необхідний перехід до стохастичних моделей. Розглянемо статичну та динамічну моделі ризику, і застосуємо їх до функціонування кредитної спілки.

Найпростіша модель, яку можна застосувати в діяльності кредитної спілки, статична модель індивідуального ризику. За її допомогою можна визначити ймовірність банкрутства кредитної спілки. Статична модель індивідуального ризику ґрунтується на припущеннях: протягом відносно короткого проміжку часу аналізується кредитний портфель з фіксованою і не випадковою кількістю договорів по наданні кредитів, виданих одночасно на однаковий термін, повернені кредити в момент формування портфеля, ризики клієнтів незалежні між собою. Протягом цього терміну фіксуються повністю погашені позики, а об'єктом дослідження є розподіл випадкової величини позичкового фонду на момент закінчення дії усіх договорів кредитування:

$$R = r + \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i=1}^n X_i, \quad (5.1.7)$$

де:  $R$  — величина позичкового фонду на момент закінчення дії усіх договорів по наданню кредитів;

$i$  — індекс кредитних договорів,  $i = 1, \dots, n$ ;

$r$  — початковий капітал позичкового фонду;

$n$  — кількість виданих кредитів;

$P_i$  — частина доходу, що зараховується у позичковий фонд за  $i$ -тим договором кредитування;

$X_i$  — непогашені кредити за  $i$ -тим договором протягом усього терміну його дії.

У даній схемі величини  $X_i$  практично завжди розглядаються як однаково розподілені незалежні випадкові величини,  $n$  буває як детермінованою, так і випадковою величиною,  $P_i$  вважаються не випадковими величинами.

Ймовірність банкрутства у цій моделі дорівнює:

$$P\left(\sum_{i=1}^n X_i > r + \sum_{i=1}^n P_i\right), \quad (5.1.8)$$

тобто фінансовий ризик спілки враховує ризики, пов'язані з кожним індивідуальним договором наданого кредиту.

Цій моделі в більшості робіт з актуарної математики відводиться доволі незначне місце, основна увага при цьому звертається на визначення розподілу сумарного ризику в явному вигляді при заданих

## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

розподілах індивідуальних ризиків, а також на асимптотичні формули для оцінки ймовірності банкрутства кредитної спілки. Проте модель індивідуального ризику не дозволяє оцінити момент банкрутства, величину капіталу, якої не вистачає на цей момент тощо.

Розглянемо також статичну модель колективного ризику, що ґрунтується на тих самих припущеннях, що і попередня модель, проте надходження по повернених кредитах, що поступають до кредитної спілки, не пов'язуються з конкретними договорами, а розглядаються як результат сумарного ризику кредитної спілки. Тобто  $Y_i$  — це не збитки за  $i$ -м договором, а  $i$ -й за чергою кредит, що заявлений за даним портфелем. Основною сумарною характеристикою портфеля є не кількість наданих кредитів, а загальна кількість кредитів за фіксований період. Випадкові величини  $Y_i$  — незалежні, однаково розподілені, строго додатні, а також певною мірою рівноцінні для спілки, оскільки розглядаються як результат загального ризику кредитної спілки, а не індивідуальних договорів з специфічними особливостями.

Аналогічно до моделі індивідуального ризику в моделі колективного ризику ймовірність банкрутства визначається сумарною величиною закритих рахунків (повернених кредитів):

$$S = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_m \quad (5.1.9)$$

і дорівнює

$$P\left(\sum_{i=1}^m X_j > r + \sum_{i=1}^n P_i\right), \quad (5.1.10)$$

де:  $j$  — індекс закритих рахунків,  $= 1, \dots, m$ ;

$Y_j$  — розмір закритого рахунку  $j$ -го виду;

$m$  — випадкова величина, що характеризує загальну кількість повернених кредитів за період, що аналізується.

Якщо в індивідуальній моделі розраховуються характеристики за однією позицією, а потім результати сумують за відомою кількістю позик, то в колективній моделі весь портфель розглядається як один договір ризикового виду, і вивчається процес повернення кредитів (закритих рахунків). Отже, у колективній моделі важливою характеристикою є не кількість наданих кредитів  $n$ , а загальна кількість повернених позик  $m$  за фіксований проміжок часу. Тоді основне завдання полягає в підборі такого гіпотетичного розподілу ймовірностей для  $m$ , який відповідатиме з деякою заданою точністю реальним значенням  $m$ . Якщо для всіх договорів деякого портфеля закриття

## Моделі сталого розвитку

рахунку може реалізуватися за час дії договору лише один раз і її ймовірність, однакова для всіх, дорівнює  $p$ , то випадкова величина  $v$  буде мати біноміальний розподіл:  $P_n(m=i) = C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$ . Зміст формули пояснюється з точки зору комбінаторики: всього існує  $C_n^i$  варіантів розвитку подій, при яких заявлено рівно  $i$  збитків; а ймовірність конкретного варіанта дорівнює  $p^i (1-p)^{n-i}$ . На практиці в багатьох випадках кількість договорів достатньо велика, а ймовірність неповнення – мала. Якщо середня кількість закриття  $np$  є постійним числом  $\lambda$ , то біноміальний розподіл можна наблизити більш простим розподілом Пуассона:

$$P_n(m=i) = \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}, \quad i=0,1,2,\dots \quad (5.1.11)$$

Середнє значення і дисперсія для цього розподілу співпадають і дорівнюють  $\lambda$ .

Як правило, значення параметра  $\lambda$  визначається деякими додатковими факторами зовнішнього середовища. Математично це означає, що  $\lambda$  теж є випадковою величиною, яка має деяку щільність розподілу  $f_\lambda(x)$ . Тоді для знаходження розподілу  $m$  у цьому випадку слід усереднити розподіл Пуассона у відповідності з щільністю  $f_\lambda(x)$ :

$$P_n(m=i) = \int_0^\infty \frac{x^i e^{-x}}{i!} f_\lambda(x) dx.$$

Якщо параметр  $\lambda$  має Гама-розподіл з параметрами  $\beta$  і  $\alpha$ , тобто  $f_\lambda(x) = \frac{\beta^\alpha}{L(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}$ , де  $L(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$  — Гама-функція, то розподіл кількості погашених позик називається від'ємним біноміальним з параметрами  $p$  і  $\alpha$  і буде мати вигляд:

$$P_n(m=i) = \frac{\alpha(\alpha+1)\dots(\alpha+i-1)}{i!} p^i (1-p)^\alpha \quad (5.1.12)$$

де:  $p = \frac{1}{1+\beta}$ , а  $\alpha$  і  $\beta$  — параметри Гама-розподілу.

Статистичні дослідження підтвердили, що реальні дані про кількість погашених позик добре описуються з допомогою пуассонівського або від'ємного біноміального розподілу. Для оцінки розподілу величини збитків  $Y$  є значно більше можливостей: рівномірний, екс-

## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

понадзвичайний, гама-розподіл, розподіл-Парето та деякі інші. При цьому моменти розподілу сумарної величини повернених позик  $S$  залежать від моментів розподілу  $m$  та  $Y$  так:

$$M(S) = M(Y) \cdot M(m),$$

$$D(S) = D(m) \cdot (M(Y))^2 + D(Y) \cdot M(m),$$

де:  $M(S)$ ,  $M(Y)$  та  $M(m)$  — математичні сподівання сумарних повернених позик, величини індивідуальних позик та кількості погашення відповідно;

$D(S)$ ,  $D(Y)$  та  $D(m)$  — дисперсії сумарних виданих позик кредитної спілки, величини індивідуальних позик та кількості погашених відповідно [23].

Статична модель описує стан кредитної спілки на одиничному проміжку. Для більш адекватного опису діяльності кредитної спілки розглянемо динамічну теорію кредитування. Завданням моделі є визначення ймовірності виконання кредитною спілкою своїх зобов'язань за депозитами в динаміці, тобто в моменти надходження кожної конкретної вимоги про виплату/повернення вкладів. Динамічні моделі відрізняються від статичних тим, що в них договори відкриття рахунків укладаються спілкою у моменти часу, які утворюють деякий випадковий процес, кожен з договорів має свою власну тривалість дії, протягом якої за даним договором може бути заявлено кілька закритих. Така модель може розглядатися як на скінченному, так і на нескінченному проміжку часу; передбачається наявність деякого початкового капіталу члена кредитної спілки для даного кредитного портфеля. На відміну від статичної моделі, ймовірність банкрутства в динамічній моделі розглядається не тільки в залежності від початкового резерву, але і від поточних надходжень. Оскільки кошти поступають значно частіше, і їх величина суттєво менша за величину збитків, то якщо в якості основного розглядати процес пред'явлення позовів, в масштабах цього процесу надходження коштів можна вважати неперервним детермінованим процесом. Тому найчастіше процес поступлення коштів описується одним параметром — швидкістю надходження коштів.

Між надходженням коштів і виплатами повинна існувати довготермінова рівновага. Короткотермінові коливання повинні бути зрівноважені резервами.

Математично процес отримання доходу можна описати таким чином. В момент  $t = 0$  кредитна спілка володіє деяким початковим капіталом  $r_0 = r$ .

## Моделі сталого розвитку

До моменту пред'явлення першого позову про закриття депозитного рахунку  $R_i$  капітал зріс за рахунок надходження внесків до величини  $r + cR_i$ , де:  $c$  — швидкістю надходження коштів. Однак у момент  $i$  кредитна спілка виплатить величину  $Y_i$  і капітал зменшиться до величини  $r + cR_i - Y_i$ . Цей процес продовжується до нескінченності, якщо тільки в момент пред'явлення повернення грошей коштів кредитній спілці не вистачить, щоб виплатити. Отже, в межах цієї моделі кредитна спілка не збанкрутує, якщо на часовому інтервалі  $0 \leq t \leq \infty$  для усіх  $n$  справедлива нерівність:

$$r + cR_n - (Y_1 + \dots + Y_n) \geq 0. \quad (5.1.13)$$

Якщо ж

$$\begin{aligned} r + cR_1 - Y_1 &\geq 0, \\ r + cR_2 - (Y_1 + Y_2) &\geq 0, \\ &\dots \\ r + cR_{n-1} - (Y_1 + \dots + Y_{n-1}) &\geq 0, \\ r + cR_n - (Y_1 + \dots + Y_n) &\leq 0, \end{aligned}$$

то в момент поступлення  $n$ -го позову кредитна спілка збанкрутує.

Оскільки в динамічній моделі ризику події розгортаються у часі, адекватним математичним апаратом для її аналізу є теорія випадкових процесів. У загальному випадку процес закриття рахунків є випадковою послідовністю точок  $R_1, R_2, \dots$  на осі часу, однак реальні статистичні дані вказують на те, що цей процес володіє певними властивостями:

1) стаціонарністю — розподіл випадкової величини  $r(t_1, t_2)$  — кількості закриттів депозитних рахунків, що надійшли за час  $(t_1, t_2)$  — залежить від довжини проміжку  $(t_1, t_2)$  і не залежить від його розміщення на осі часу.

2) ординарністю — неможливістю появи двох або більше закриттів за малий проміжок часу  $\Delta t$ .

3) відсутністю післядії — взаємною незалежністю появи тієї чи іншої кількості закриття за часові інтервали, що не перетинаються.

У цьому випадку існує додатне число  $\lambda$  таке, що для будь-якого  $t$  випадкова величина  $r(t)$  має розподіл Пуассона з параметром  $\lambda t$ . Отже, процес закриття рахунків з необхідністю буде пуассонівським з інтенсивністю  $\lambda$ , яка відображає середню кількість закриттів за одиницю часу, а ймовірність надходження  $i$  позовів за часовий інтервал  $(0; t)$  становить:

$$P_i(r(t) = i) = \frac{(\lambda t)^i e^{-\lambda t}}{i!}, \quad (5.1.14)$$

## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

де:  $P_i(t)$  — ймовірність надходження  $i$  позовів про закриття депозитних рахунків за час  $t$ ;

$\lambda$  — інтенсивність процесу Пуассона [24]

Формальним представленням ризикового процесу можна описати різні проблеми надання і повернення кредитів, залучення депозитів, а також політики ведення бізнесу.

Проблеми надання кредитів і особливо їх повернення спонукає приділити увагу резервному капіталу.

Резервний капітал кредитної спілки формується до моменту досягнення ним не менше 15% від суми активів, зважених на ризик кредитної спілки [25]. Формування резервного капіталу здійснюється за графіком, передбаченим у Положенні про фінансове управління кредитної спілки.[26] Якщо за підсумками року отримано збиток, то спостережна рада кредитної спілки приймає рішення про використання капіталу на його покриття. Покриття збитків, які не можуть бути покриті за рахунок надходжень поточного року, здійснюється за рахунок капіталу кредитної спілки в такій послідовності:

- залишку нерозподіленого доходу за попередній рік;
- резервного капіталу, сформованого за рахунок частини доходу;
- резервного капіталу, сформованого за рахунок інших джерел, визначених статутом (окрім вступних внесків);
- додаткового капіталу, крім внесків членів у додатковий капітал;
- резервного капіталу, сформованого за рахунок вступних внесків

Резерв забезпечення покриття втрат від неповернення позик формується за рахунок витрат поточного періоду таким чином, щоб наприкінці кожного місяця його розмір відповідав сумі необхідного резервування з усіх сумнівних для повернення та неповернених позик, яка розрахована за нормативами. При необхідності поповнення резерву забезпечення покриття втрат від неповернення позик частина отриманого спілкою доходу в розмірі розрахованої величини додаткового резервування не використовується для погашення зобов'язань, розподілу на внески пайового типу. Цю частину спрямовують на позики членам для недопущення зменшення продуктивних активів при неповерненні прострочених позик.

Точна оцінка резервного фонду необхідна в першу чергу для врегулювання неповернених позик, що базується на даних за минулі роки, крім цього це впливає на стабільність роботи кредитної спілки. Для оцінки резервного капіталу математичні методи практично не

## Моделі сталого розвитку

---

застосовуються. В основному використовують фінансові коефіцієнти, які відомі як PEARLS. У систему аналізу включена велика кількість різних фінансових коефіцієнтів і правил, які пропонувалися для використання фінансовими установами в різних країнах. Кожна буква в назві PEARLS означає конкретний розмір моніторингу, який оцінює певну ключову сферу діяльності кредитного кооперативу:

- **Protection** — захист: означає створення необхідного резерву для покриття втрат від проблемних кредитів. Захист від неповернених кредитів вважається повноцінним, якщо кредитний договір має достатній запас коштів для покриття 100% усіх кредитів, які прострочені понад шість місяців, 35% усіх кредитів, які прострочені 1–12 місяців. Крім того, необхідно повністю списати кредити, які прострочені більше 12 місяців.
- **Effective financial structure** — ефективна фінансова структура.
- **Asset quality** — якість активу: коефіцієнт неповернення не повинен перевищувати 5% від обсягу усіх виданих кредитів. Відсоток неприбуткових активів — не більше 5% від всіх активів кредитного кооперативу.
- **Rates of return and cost** — норма рентабельності та витрати: фінансування неприбуткових активів повинно на 100% забезпечуватися за рахунок інституційного (організаційного) капіталу кредитного кооперативу чи з інших безоплатних зобов'язань.
- **Liquidity and** — ліквідність: підтримка повноцінного резерву ліквідності — обов'язкова складова у фінансовому управлінні кредитними кооперативами. **Signs of growth** — ознаки зростання: зростання вимірюється за такими показниками: сума балансу, кредити; ощадні вклади; паї; організаційний (інституційний) капітал. [27]

Система PEARLS має всі необхідні компоненти чистого доходу для того, щоб допомогти кредитній спілці обчислити доходи за інвестиціями і розрахувати операційні витрати, та такий підхід втрачає зміст коли в конкретний момент часу стаються зломи тренду або структури, як приклад зміни неповернених позичках, порядку взяття коштів з резервного капіталу, розрахунку резервного фонду на майбутнє. Ми опишемо це за допомогою математичного апарату:

Між моментом надання і виявлення неповернення позики проходить певний час: по-перше, неповернення повинне бути вчасно виявлене; по-друге саме врегулювання, особливо за давнених позик потре-



## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

бує часу. Пізнє виявлення: в ряді випадків, таких як погашення відсотків, а основна частина боргу залишається; довгий період врегулювання: не було поручителя, відсутність майна, тощо.

Нехай  $a_{ik}$ ,  $1 \leq i \leq N$ , — сумарна виплата в  $k$ -му році по  $i$ -х неповернених позичках. Перший рік ( $k = 1$ ) співпадає з періодом виявлення неповерненої позики, другий рік ( $k = 2$ ) є першим календарним роком не виявлення проблемної позики, і т.д. За  $N$  років стають відомі величини  $a_{ik}$ ,  $i + k \leq N + 1$  які утворюють трикутник виявлення неповернених позик(табл. 5.1.4).

*Таблиця 5.1.4. Трикутник розвитку неповернених позик*

$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1k}$	...	$a_{1,N+1-i}$	...	$a_{1,N-i}$	$a_{1N}$
$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2k}$	...	$a_{2,N+1-i}$	...	$a_{2,N-i}$	
...	...	...	...	...	...	...		
$a_{i1}$	$a_{i2}$	...	$a_{ik}$	...	$a_{i,N+1-i}$			
...	...	...	...					
$a_{N+1-k,1}$	$a_{N+1-k,2}$	...	$a_{N+1-k,1}$					
...	...	...						
$a_{N-1,1}$	$a_{N-1,2}$							
$a_{N1}$								

Виявлення неповернених позик в  $i = N$  році за попередні роки, із всіх неповернених в  $N$  році відомі лише виявлені в тому ж році. Для самої віддаленої неповерненої позики  $i = 1$  відомо за  $i = N$  років кількість і суми неповернення, які потрібно взяти із резерву. Розвиток першого року події неповернення і взяття із резерву вважаємо повністю завершеним, тобто показники  $a_{1,N+1}$ ,  $a_{1,N+2}$ , майбутніх років дорівнюють нулю. По завершенні одного року трикутник розвитку переходить лише нову гіпотезу значення якої  $a_{N1}$ ,  $a_{N-1,2}$  ...  $a_{i,N+1-i}$   $a_{1N}$   $a_{1N}$ , що відповідають останньому календарному року.

При побудові моделі важливо враховувати тенденцію значень  $a_{ik}$ , кожного року погашення із резерву,  $i$  прямуватиме до зменшення (до нуля), чим швидше буде виявлено проблемні позики.

Якщо по закінченні терміну  $N$  років дослідження всі неповернені позики за один рік відомі і повністю врегульовані то величина:

$$S = a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{iN} \tag{5.1.15}$$

являє собою сумарне погашення позик з резерву в  $i$ -му році, і необхідна для розрахунку залишку резерву. Від суми (1), на поточний момент відома лише частина:  $a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{i,N+1-i}$ . Постає завдання —

## Моделі сталого розвитку

оцінити невідому частину:

$$R_i = a_{iN+2-i} + a_{iN+3-i} + \dots + a_{iN} \quad (5.1.16)$$

яка визначає фактичний необхідний розмір резерву для майбутнього погашення в  $i$ -му році. Трикутник розвитку можна побудувати і в кумулятивній формі, коли на місці  $(i, k)$  стоїть не сумарний збиток  $a_{ik}$ , а акумульований рівень надходжень до резерву:

$$C_{ik} = a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{ik} \quad (5.1.17)$$

З кумулятивного трикутника розвитку отримаємо за формулою

$$A_{ik} = C_{ik} - C_{ik-1}, \text{ (де } C_{i0} = 0) \quad (5.1.18)$$

Відхилення від основної форми трикутника розвитку можливі, наприклад, якщо  $a_{ik}$ , віддалені від календарного року  $i + k \leq r < N$  невідомі, або останні роки події  $i \geq s > 1$  не співставленні з попередніми і не повинні брати участь в розрахунку.

Існують два основних види даних з яких може бути побудований трикутник розвитку. В одному випадку  $C_{ik}$  означає суму надходжень до резерву протягом  $k$  років розвитку (без виявлених неповернених позичок), а в другому — суму збитків, які відбулися протягом  $k$  років, куди входять всі здійснені виплати по неповернених позиках, а також сформовані до цього моменту резерви без погашення. Відповідно,  $S$ , являє собою або суму погашених позик в  $k$ -му році за  $i$ -ті роки не виявлення, або суму цих же виплат з додаванням сальдо всіх змін резерву виявлених збитків.

Якщо в першому випадку  $S$ , завжди невід'ємне то в другому випадку можливі і від'ємні значення, що необхідно враховувати при побудові трикутника розвитку.

Резерв майбутнього збитку являє собою випадкову величину, а суть методу резервування полягає в оцінці математичного сподівання. Відхилення сукупних не повернених позик від свого математичного сподівання, за законом великих чисел, прямує до нуля.

Нехай вектори  $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik})$ ,  $1 \leq i \leq N$ , незалежні і відрізняються лише розміром —  $v_i$ , тоді для всіх  $1 \leq i, k \leq N$ :

$$m_k = M \left( \frac{a_{ik}}{v_i} \right), \quad (5.1.19)$$

$$D \left( \frac{a_{ik}}{v_i} \right) = \frac{a_k^2}{v_i}, \quad (5.1.20)$$

## Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків

де:  $M\left(\frac{a_{ik}}{v_i}\right)$  — математичне сподівання частки  $i$ -го збитку;

$D\left(\frac{a_{ik}}{v_i}\right)$ , — дисперсія частки  $i$ -го збитку.

Параметри  $m_k$  і  $a_k^2$  залежать від  $k$  року виявлення не повернених позик, і періоди виявлення являють собою групи ризиків з різним числом виявлених по роках подій  $i = 1, \dots, N + 1 - k$ , і об'єм  $v_i$  змінюється від одного року до іншого.

Незміщені оцінки параметрів  $m_k$  і  $a_k^2$ :

$$\hat{m}_k = \frac{\sum_{i=1}^{N+1-k} a_{ik}}{\sum_{i=1}^{N+1-k} v_i}, \quad 1 \leq k \leq N \quad (5.1.21)$$

$$\hat{a}_k^2 = \frac{\sum v_i \left(\frac{a_{ik}}{v_i} - \hat{m}_k\right)^2}{N - k}, \quad 1 \leq k \leq N-1. \quad (5.1.22)$$

З допомогою оцінки для  $m_k$  отримаємо незміщену оцінку:

$$\hat{R}_i = v_i (\hat{m}_{N+2-i} + \dots + \hat{m}_N), \quad 2 \leq i \leq N, \quad (5.1.23)$$

необхідного в середньому резерву для покриття неповернених позик:

$$M(R_i) = M(a_{i,N+2-i} + a_{iN}) = v_i (m_{N+2-i} + \dots + m_N). \quad (5.1.24)$$

Для будь-якого трикутника розвитку найкращим з середньоквадратичним прогнозом величини  $R_i$  є математичне сподівання. Точність прогнозу  $\hat{R}_i$  характеризується умовною середньоквадратичною помилкою, тобто сумою випадкової і оціненої помилки:

$$M = D(R_i) + (M(R_i) - \hat{R}_i)^2, \quad (5.1.25)$$

$$D(R_i) = v_i (a_{N+2-i}^2 + \dots + a_N^2). \quad (5.1.26)$$

Для нашої моделі середньоквадратична помилка:

$$\delta(\hat{R}_i) = \sum_{k=N+2-i}^N \hat{a}_k^2 \cdot v_i \cdot \left(1 + \frac{v_i}{v_1 + \dots + v_{N+1-k}}\right), \quad (5.1.27)$$

Завдяки відсутності оцінених значень в складі даних трикутник розвитку погашених збитків більш надійний для розрахунків. Трикутник розвитку виявлених неповернених позик за минулі роки дозволяє

## Моделі сталого розвитку

набагато раніше взнати порядок величини майбутнього збитку, взяття коштів з резерву,  $C_{ik}$  по кожному року події неповернення позики, по крайній мірі якщо резерви виявлених збитків оцінені досвідченими спеціалістами. Можливість передбачити порядок взяття коштів з оціненого резерву в часі знову дає трикутник розвитку виплачених позик. Недолік трикутника погашених позик необхідність врахування великої кількості років для оцінки кінцевого збитку. Оцінювання по даних трикутника за минулі роки погашення збитків обходиться меншою кількістю років, при умові достатньої точності оцінок резервів виявлених збитків. В таблицях 5.1.5 і 5.1.6 представимо фрагменти трикутників розвитку обох видів, які містять умовні дані по неповернених позиках з відсотками, основна частина позики повернута — непогашені відсотки.

Таблиця 5.1.5. Кумулятивний трикутник виявлених неповернених та проблемних позик

$i$	$C_{i1}$	$C_{i2}$	$C_{i3}$	$C_{i4}$	$C_{i5}$	$C_{i6}$	Резерв
1	4370	6293	10292	12460	13660	14307	13085
2	2701	5291	7162	8945	9338		14258
3	4483	6729	10074	11142			16114
4	3254	5804	8351				15142
5	8010	12118					16905
6	5582						20224

Таблиця 5.1.6. Кумулятивний трикутник погашених позик

$i$	$C_{i1}$	$C_{i2}$	$C_{i3}$	$C_{i4}$	$C_{i5}$	$C_{i6}$	Резерв
1	45	1968	4442	4831	5199	6302	13085
2	30	260	480	865	1111		14258
3	81	500	969	1621			16114
4	0	1281	2415				15142
5	20	131					16905
6	14						20224

Для трикутника розвитку табл. 5.1.5 отримано наступні результати:

$$\hat{m}_1, \dots, \hat{m}_6: 0,279; 0,178; 0,201; 0,115; 0,058; 0,049;$$

$$\hat{m}_1, \dots, \hat{m}_6 12,87; 5,236; 8,748; 6,054; 5,299; 5,236;$$

$$\hat{R}_2, \dots, \hat{R}_6 705; 1736; 3380; 7166; 12167; \hat{R}_1 = 25154$$

$$\delta(\hat{R}_1) 904; 1306; 1518; 2088; 2504; \delta(\hat{R}_1) = 5732$$

## ***Розділ 5. Моделювання та оцінка фінансових потоків***

---

Величина  $S$  відноситься до деякого портфелю ризиків, оскільки при агрегуванні частина інформації може втрачатись. Постає питання чи можна за даними кожної окремої неповерненої позики підвищити точність оцінювання резерву на майбутнє, так як згідно принципу колективного балансу, надійність статистичної бази збільшується з більшим числом виявлених не повернених позик. Об'єднаний портфель з різними варіантами неповернення є неоднорідним, тому необхідно розбити портфель на однорідні портфелі для подальшого дослідження.

Трикутник розвитку може бути побудований лише з одних резервів. Він буде являти собою різницю між трикутниками майбутніх і виплачених збитків. Інформація про розвиток кожної окремої проблемної позики дозволяє отримати декілька трикутників розвитку числа збитків: трикутник виявлених проблемних позик, трикутник врегульованих позик, трикутник збитків із змінами. І на кінець можна побудувати трикутник для середнього розміру врегулювання резерву середнього рівня виявлених неповернених позик або середнього змінення сумарного збитку.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

### Розділ 1

#### 1.1

1. Гринів, Л. С. (2001). Екологічно збалансована економіка: проблеми теорії. Монографія. Львів: ЛНУ ім. І.Франка.
2. Ковальчук, О. Я. Математичне моделювання та прогнозування міжнародних відносин. Тернопіль: Екон. думка. 2016, 423 с.
3. Ковальчук, О. Я. (2019). Математичне моделювання та прогнозування міжнародних відносин. Тернопіль: Екон. думка.
4. Ляшенко, О. М. & Ковальчук О. Я. Прогнозна модель світового людського розвитку: економетричний підхід. Український журнал прикладної економіки, 2016, 1(2), 73-85.
5. Панкратова, Н. Д. (2011). Розробка платформи сценарного аналізу в межах сталого розвитку (2323-п). : Київ: НТУУ «КПІ».
6. Міжнародна рада з науки (ICSU); Комітет із системного аналізу при Президії НАН України; НТУУ «КПІ»; ННК «ІПСА» НАН України і МОН України; Світовий центр даних з геоінформатики та сталого розвитку. (2015). Форсайт економіки України: середньостроковий (2015–2020 роки) і довгостроковий (2020–2030 роки) часові горизонти. Київ: НТУУ «КПІ».
7. Шевчук, В. Я. (2006). Макроекономічні проблеми сталого розвитку. Київ: Геопринт.
8. Abdallah, S., Michaelson, J., Shah, S., Stoll, L. & Marks, N. (2012). The Happy Planet Index: 2012 Report. A Global Index of Sustainable Well-Being. London: The New Economics Foundation.
9. Atkinson, A. (1970). *Journal of Economic Theory*, 2(3), 244-263.
10. Barnett, S. (1990). In *Matrices: Methods and Applications*. R. Churchouse, W. MacColl, & A. Tayler (Eds.), Singular value and polar decompositions (pp. 218-225). New York: Oxford University Press Inc.

## *Список використаних джерел*

---

11. Barry, B. (1999). In *Fairness and Futurity: Essays on Environmental Sustainability and Social Justice*. A. Dobson (Ed.), Sustainability and intergenerational justice (p. 93-117). Oxford: Oxford University Press.
12. Boncut, M. (2007). *Cercetări operationale*. Note de curs și seminar. Sibiu: ULBS.
13. Bondarchik, J., Jabłońska-Sabuka, M., Linnanen, L. & Kauranne, T. (2016). Improving the objectivity of sustainability indices by a novel approach for combining contrasting effects: Happy Planet Index revisited. *Ecological Indicators*, 69, 400-406.
14. Bossel, H. (1999). *Indicators for sustainable development: theory, method, applications*. Winnipeg : International Institute for Sustainable Development.
15. Boulanger, P.-M. (2008). Sustainable development indicators: a scientific challenge, a democratic issue. *Surveys and Perspectives Integrating Environment and Society*, 1(1).
16. Bouyssou, D. P. et al. (2000). *Evaluation and Decision Models. A Critical Perspective*. Boston/London/Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
17. Bucur, A. (2008). *Matematici aplicate in biologie și ecologie*. Sibiu: ULBS.
18. Butlin, J. (1987). *Our common future*. By World commission on environment and development. *Journal of International Development*, 1(2). London: Oxford University Press.
19. Chambers, N., Simmons, C. & Wakernagel, M. (2000). *Sharing Nature's interest: Ecological Footprint as an Indicator of Sustainability*. London: Earthscan.
20. Cherchye, L. & Kuosmanen, T. (2006). In *Understanding Human Well-Being*. M. McGillivray & M. Clarke (Ed.), *Benchmarking sustainable development: A synthetic meta-index approach* (p. 139-169). New-York, Paris, Tokyo: United Nations University Press.

## **Моделі сталого розвитку**

---

21. Chistilin, D. (2010). Sustainable Economic Development: The Main Principles and the Basic Equation. *Romania Journal of Economics*, 30(1), 95-109.
22. Chulichkov, A. I. (2003). *Mathematical Models of Non-linear Dynamics*. M.: Physmatlit.
23. Daly, H. & Cobb, Jr (1990). *For the Common Good*, Green Print. London: Merlin Press.
24. IEP. (2015). *Global Peace Index: Measuring Peace, Its Causes and Its Economic Value*. Institute for Economics and Peace, S. 1.
25. Gadrey, J. & Jany-Catrice, F. (2003). *Les indicateurs de richesse et de developpement, Un bilan international en vue d'une initiative francaise*. Paris: DARES.
26. Green, M. (2014). *What the Social Progress Index Can Reveal About Your Country*. TEDGlobal. Rio de Janeiro.
27. Hamilton, K. & Clemens, M. (1999). Genuine saving rates in developing countries. *The World Bank Economic Review*, 13(2), 333–356.
28. Helliwell, J., Layard, R. & Sachs, J. (2015). *Sustainable Development Solutions Network. World Happiness Report 2015*. New York.
29. Holland, A. (1999). In *Fairness and Futurity: Essays on Environmental Sustainability and Social Justice*. A. Dobson (Ed.), *Sustainability: should we start from here?*, (p. 46-68). Oxford: Oxford University Press.
30. Jackson, T. (2004). *Chasing Progress: Beyond Measuring economic growth*. London: New Economics Foundation.
31. Kissinger, M. & Rees, W. (2010). An interregional ecological approach for modeling sustainability in a globalizing world — reviewing existing approaches and emerging directions. *Ecological Modelling*, 221(21), 2615-2623.
32. Kovalchuk, O. & Masonkova, M. (2016). Analysis of sustainable development of EU-28 countries in key dimensions, *International*



## *Список використаних джерел*

---

- scientific conference «Economy and society: modern foundation for human development», October. Leipzig, Germany: Baltija Publishing.
33. Krajnc, D. & Glavic, P. (2005). How to compare companies on relevant dimensions of sustainability. *Ecol. Econ.*, 55, 551-563.
  34. Kondratiev, N. (1989). The fundamental problems of the economic static and dynamic. *Economika*. Moscow: Scientific Library.
  35. Lazarsfeld, P. (1958). Evidence and inference in social research. *Daedalus*, 87(4), 99-109.
  36. Lutz, W. & KC, S. (2011). Global Human Capital: Integrating Education and Population. *Science*, 333 (6042), 587-592.
  37. Malinetskiy, G. G. & Potapov, A. B. (2002). Modern Problems of Non-linear Dynamics, First International Conference, Complex 2009. Shanghai, China: Springer.
  38. Oprean, M, Vanu, A. & Bucur, A. (2009). Sustainable Development Modeling. *Manag. Sustain. Dev.*, 1, 10-18.
  39. Osberg, L. & Sharpe, A. (2002). An index of economic wellbeing. *The Journal of Social Health*, 1(2), Spring, 24-62.
  40. Perret, B. (2002). Indicateurs sociaux, Etat des lieux et perspectives, *Les Papiers du CERC* (2002). Conseil de l'emploi, des revenus et de la cohesion sociale. Paris.
  41. Prescott-Allen, R. (2001). *The Wellbeing of Nations: A Country-by-Country Index of Quality of Life and the Environment*. Washington D.C: Island Press.
  42. Rockström, J., Steffen, W., Noone, K., Persson, A., Chapin, F., Lambin, E. ... Foley, J. (2009). A safe operating space for humanity. *Nature*, 461, 472-475.
  43. Saith, R. (2001). Capabilities: the concept and its operationalisation. *QEH Working Paper* (66), Oxford: Queen Elizabeth House.
  44. Singh, R. K., Murty, H.R., Gupta, S.K. & Dikshit, A. K. (2012). An overview of sustainability assessment methodologies. *Ecol. Indic.*, 15, 281-299.

## **Моделі сталого розвитку**

---

45. Singh, R. (2014). In *Environment and Sustainable Development*. M. Fulekar, B. Pathak & R. Kale (Eds.), *Mathematical models in sustainable development* (pp. 185-193). New Delhi: Springer India.
46. Sen, A.(1999). *Development as Freedom*. Oxford: Oxford University Press.
47. Spearman, C. (1904). The proof and measurement of association between two things. *Am. J. Psychol.* 15, 72-101.
48. Steward, W. & Kuska, S. (2011). *Sustainometrics: Measuring Sustainability Design, Planning, and Public Administration for Sustainable Living*. Norcross: Greenway Communications.
49. Talberth, J., Cobb, C. & Slattery, N. (2006). *The genuine progress indicator 2006: A tool for sustainable development, Redefining Progress*. Oakland, California.
50. Veenhoven, R. (1996) *Happy Life Expectancy: A comprehensive measure of quality-of-life in nations*. *Social Indicators Research*, 39:1-59. concept
51. Todorov, V. & Marinova, D. (2009). *Sustainometrics: measuring sustainability*. In *Matrices: Methods and Applications*. R. Anderssen, R. Braddock, & L. Newham (Eds.), *Sustainometrics: measuring sustainability* (pp. 1223-1229), MODSIM 2009 International Congress on Modelling and Simulation. Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand (MSSANZ). Cairns: QLD.
52. Zhou, L., Tokos, H., Krajnc, D. & Yang, Y. (2012). *Sustainability performance evaluation in industry by composite sustainability index*. *Clean Technol. Environ. Policy*, 14, 789-803.
53. Vanu, A. M. (2009). *Sustainable development modeling*. (Teză de doctorat). Universitatea Lucian Blaga, Sibiu.
54. Глобальний сайт ООН. (2017). Відновлено з <http://hdr.undp.org>
55. Звіт ООН з розвитку людського потенціалу (2016). Відновлено з <http://infolith.org.ua>
56. Матеріали української Вікіпедії. Відновлено з <http://uk.wikipedia.org>

## *Список використаних джерел*

---

57. Anand, S. (1994). Human development Index: Methodology and Measurement. Retrieved from Econpapers.repec.org.
58. Bergheim, S. (2006). Deutsche Bank Research: Measures of Well-Being. Retrieved from. <https://www.dbresearch.com>
59. Boulanger, P.-M., Pierre-Yves, T., Jo van Assche & Bart De Ridder. (2003). Mesurer le developpement durable en Belgique: quels roles pour les processus participatifs? Technical report, IDD-CDO, Avril, Rapport au Conseil federal du developpement durable. Retrieved from <http://www.iddweb.be>
60. (2003). Mesurer le developpement durable en Belgique: quels roles pour les processus participatifs? Technical report, IDD-CDO, Avril, Rapport au Conseil federal du developpement durable. Retrieved from <http://www.iddweb.be>
61. Brundtland Report: Our common future (1987). Retrieved from <http://www.dac.dk/en/dac-cities/sustainable-cities/historic-milestones/1987-brundtland-report-our-common-future>
62. Ecological Footprint. Data and Methodology (2016). Retrieved from <http://www.footprintnetwork.org>
63. IEP. (1999). Vision of Humanity. Retrieved from [www.visionofhumanity.org](http://www.visionofhumanity.org)
64. Happy Planet Index (2016). Methods Paper. Retrieved from <https://static1.squarespace.com/static>
65. Human Development Reports (2016). United Nations Development Programme. Retrieved from <http://hdr.undp.org/en>
66. Nyman, M. (2003). Sustainable development indicators for Sweden. Concepts and framework. Technical report, Statistics Sweden. Retrieved from <http://www.scb.se/eng/omsceb/eu/eu.asp>

### **1.2–1.3**

1. B.S. Malyniak, O.M. Martyniuk, O.P. Kyrylenko. Financial and credit activity: problems of theory and practice, 2019, Вип 28 , том 1, p. 290-301

## **Моделі сталого розвитку**

---

2. А.М. Алілуйко, Н.В. Дзюбановська, В.О. Єрмоєнко, О.М. Мартинюк, М.І. Шинкарик. Практикум з теорії імовірностей та математичної статистики /Підручники і посібники, 2018, 352 с.
3. Економетрія (економетрика). Навчальний посібник для студентів заочної форми навчання економічних спеціальностей. / Єрмоєнко В. О., Алілуйко А. М., Мартинюк О. М., Попіна С. Ю. Тернопіль: Підручники і посібники, 2012, 116 с.
4. Underachievement in education, children at risk of poverty and social expenditures of local budgets: Empirical analysis of the EU countries. / J. Klappiv, B. Malyniak, O. Martyniuk / Conference Proceedings Determinants Of Regional Development, 2021, вип. 2, р. 401-420.
5. [file:///C:/Users/admin/Downloads/SDGsForChildren\\_Ukraine\\_ukr.pdf](file:///C:/Users/admin/Downloads/SDGsForChildren_Ukraine_ukr.pdf)
6. <https://news.finance.ua/ua/news/-/396810/yak-peremogty-koruptsiyu-sekrety-krayin-svitu>.  
([file:///C:/Users/sergmart/Downloads/aymvs\\_2015\\_2\\_22.pdf](file:///C:/Users/sergmart/Downloads/aymvs_2015_2_22.pdf))
7. [https://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/en/sdg\\_04\\_40\\_esmsip2.htm](https://ec.europa.eu/eurostat/cache/metadata/en/sdg_04_40_esmsip2.htm)
8. Children at risk of poverty or social exclusion. [https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/product/view/ILC\\_PEPS01](https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/product/view/ILC_PEPS01)
9. Панухник О. В. Глобальна перспектива України: тернистий шлях до сталого розвитку / Матеріали Всеукраїнської наукової конференції за міжнародної участі «Перспективи розвитку економічних систем у середовищі глобально орієнтованого трансформаційного простору» (6 травня 2015 р.) Тернопіль: Крок, 2015, С. 10-13.
10. О. Панухник. Місцеві бюджети у фінансуванні соціально-культурного розвитку регіонів / Галицький економічний вісник. 2012. №1(34). с.89-94

### **Розділ 2**

1. Моторин Р.М. Міжнародна економічна статистика: Підручник. К.: КНЕУ, 2004. 324с.

## *Список використаних джерел*

---

2. Євдоченко О.О. Сучасна декомпозиція міжнародної торгівлі товарами та послугами. Глобальні та національні проблеми економіки. Електронне наукове фахове видання, Миколаївський національний університет імені В.О.Сухомлинського. Вип. 2, Грудень 2014. С. 76-80.
3. Офіційний сайт Світової організації торгівлі – World trade report: 2000, 2001, 2004, 2008, 2011, 2014, 2019.  
URL : [www.wto.org/statistics](http://www.wto.org/statistics).
4. Офіційний сайт International Trade Centre.  
URL : <https://www.intracen.org>.
5. Статистика: Підручник / С.С.Герасименко, А.В.Головач, А.М.Єріна та ін. К.:КНЕУ, 2000. 467с.
6. Дзюбановська Н. В. Щодо питання вимірювання міжнародної торгівлі країн: основні методи і прийоми. Науковий вісник Міжнародного гуманітарного університету. Серія : «Економіка і менеджмент». 2016. Вип. 22. С. 204–206.
7. Бутко М., Козік М. Методологія оцінки ролі експортного потенціалу в економічному розвитку регіону. Економіст. 2015.  
URL : [http://nbuv.gov.ua/jpdf/econ\\_2015\\_10\\_4.pdf](http://nbuv.gov.ua/jpdf/econ_2015_10_4.pdf).
8. Дзюбановська Н. В. Проблеми вимірювання зовнішньої торгівлі країни. Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія «Економічні науки». 2016. Вип. 19. ч. 1. С. 22–25.
9. Eurostat. URL : <http://www.ec.europa.eu/>.
10. Дзюбановська Н. В., Єрьоменко В. О. Прогнозування основних тенденцій динаміки обсягів експортних потоків країн Європейського Союзу. Науковий вісник Міжнародного гуманітарного університету. Серія : «Економіка і менеджмент». 2017. Вип. 28. С. 240–245.
11. Дзюбановська Н. В. Прагматизм оцінювання міжнародної торгівлі країн: методи і моделі : монографія. Тернопіль : ТНЕУ, 2019. 298 с.

## Моделі сталого розвитку

---

12. Дзюбановська Н. В. Використання нейронних мереж для прогнозування імпорту товарів країн Європейського Союзу. Наукові записки Національного університету «Острозька академія». Серія : «Економіка». 2017. Вип. 7 (35). С. 126–131.
13. Дзюбановська Н. В. Структурно-динамічний аналіз міжнародної торгівлі країн Європейського союзу. Економічний вісник Запорізької державної інженерної академії. 2016. Вип. 5 (05), ч. 2. С. 133–138.
14. Дедов Л. А., Плеханова Е. Ф. О формальных и содержательных аспектах анализа экономической структурной динамики. Интеллектуальные системы в производстве: научно-практический журнал. 2006. № 2 (8). С. 189–203.
15. Социально-экономическая статистика. Тема 1. Теория статистического наблюдения. URL : <https://www.hse.ru/data/359/323/1234/lect6-7ec2005.pdf>
16. Коэффициент Рябцева. URL : [https://allll.net/wiki/%D0%9A%D0%BE%D1%8D%D1%84%D1%84%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82\\_%D0%A0%D1%8F%D0%B1%D1%86%D0%B5%D0%B2%D0%B0](https://allll.net/wiki/%D0%9A%D0%BE%D1%8D%D1%84%D1%84%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D0%A0%D1%8F%D0%B1%D1%86%D0%B5%D0%B2%D0%B0)
17. Романова Т.В. Інтегральні показники оцінювання структурних зрушень в економіці. Економіка і регіон : наук. вісн. ПолтНТУ ім. Юрія Кондратюка. Полтава : ПолтНТУ, 2016. № 6 (61). С. 20–27.
18. Дедов Л. А. Структурно-динамический анализ в экономике : монография / науч. ред. Боткин О. И. Ижевск : Издательство ИжГТУ, 1995. 158 с.
19. Дедов Л. А., Плеханова Е. Ф. О структурных особенностях экономической динамики. Журнал экономической теории. 2008. №1. С. 24–42.
20. Дзюбановська Н. В. Аналіз структурних трансформацій зовнішньої торгівлі України. Проблеми системного підходу в економіці. 2018. Вип. 6(68). С.217–225. DOI: <https://doi.org/10.32782/2520-2200/2018-6-34>.

### *Список використаних джерел*

21. Дзюбановська Н. В. Економетричний підхід до дослідження конвергенції рівня міжнародної торгівлі країн Європейського Союзу. Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія : «Міжнародні економічні відносини та світове господарство». 2016. Вип. 10, ч. 1. С. 107–112.
22. Дзюбановська Н. В., Єрьоменко В. О., Сенів Г. В. Застосування методів бінарної класифікації до оцінювання міжнародної торгівлі. Интелект XXI. 2019. №6. Ч. 1. С. 13–18.
23. Логистическая регрессия. Центр статистического анализа. URL : <https://www.statmethods.ru/statistics-metody/logisticheskaya-regressiya/>.
24. Пробит-модель регрессии. Центр статистического анализа. URL : <https://www.statmethods.ru/statistics-metody/probit-model-regressii/>.
25. Развадовская Ю. В., Шевченко И. К. Структурный анализ технологических укладов в процессе развития промышленного сектора экономики: генезис, закономерности и тенденции // Известия ЮФУ. Технические науки. Таганрог : Изд-во ТТИ ЮФУ, 2012. № 8 (133). С. 58–65.
26. Сальваторе Д. Международная экономика : [Підручник] : Пер. с англ. / Науч. ред. пер. под рук. Г. Н. Котова. — М., 1998. — 714 с.
27. Dziubanovska N. Multifactor models for studying the EU countries' international trade. Economic Annals-XXI. 2019. Vol. 175, is. 1–2, P. 29–34. DOI : <https://doi.org/10.21003/ea.V175-05>.
28. Макроэкономика : учеб. и практикум для прикладного бакалавриата / под ред. Г. А. Родиной. Москва : Юрайт, 2014. 462 с.

### **Розділ 3**

1. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Івашука. Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. 704 с.

## **Моделі сталого розвитку**

---

2. Березька К. М., Неміш В. М. Фінансова математика: Навчальний посібник. Тернопіль: ТНЕУ, 2010. 195 с.
3. Клименко С.М., Дуброва О.С. Обґрунтування господарських рішень та оцінка ризиків : навч. посібник. Київ : КНЕУ, 2005. 252 с.
4. Ілляшенко С.М. Економічний ризик : навч. посібник. 2-е вид., доп., перероб. Київ : Центр навчальної літератури, 2004. 220 с.
5. Клебанова Т.С., Раевнева Е.В. Теория экономического риска : учебное пособие. Харьков : Изд. ХГЭУ, 2001. 132 с.
6. Долінський Л.Б. Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. Київ : Майстер-клас, 2005. 192 с.
7. Вітлінський В.В., Верченко П.І. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. Київ : КНЕУ, 2000. 292 с.
8. Івченко І.Ю. Економічні ризики: навчальний посібник. Київ : Центр навчальної літератури, 2004. 304 с.
9. Вітлінський В.В., Наконечний С.І. Ризик в менеджменті. Київ : ТОВ „Борисфен-М”, 1996. 336 с.
10. Райзберг Б.А. Предпринимательство и риск. Москва : Знание, 1992. 62 с.
11. Христиановский В.В., Полшков Ю.Н., Щербина В.П. Экономический риск и методы его измерения. Донецк : ДонГУ, 1999. 250 с.

### **Розділ 4**

#### **4.1.1–4.2.3**

1. Економіко–математичне моделювання. Навч. пос. / За ред. О.Т.Іващука. Тернопіль: Економічна думка, 2008. 704с.
2. Державна служба статистики, 1995.
3. Державна служба статистики, 1999.
4. Державна служба статистики, 2007.



## *Список використаних джерел*

---

5. Основні показники економічного та соціального стану України за 1991–2001 роки. Основні показники економічного та соціального стану України за 1991–2001 роки [Текст] / Національний банк України // Бюлетень НБУ. 2009. №4. 68–75 с.
6. Основні показники економічного розвитку [Текст] / Національний банк України // Бюлетень НБУ. 2012. №10. 46–47 с.
7. Державний та гарантований державою борг України на 31.12.2013р. [Ел.ресурс]/ Міністерство фінансів України. Режим доступу:  
[www.minfin.gov.ua/file/link/383889/file/debt\\_31.12.2013.pdf](http://www.minfin.gov.ua/file/link/383889/file/debt_31.12.2013.pdf).
8. Зовнішній борг України на кінець 2013 року [Ел.ресурс]/ Національний Банк України. Режим доступу:  
[www.bank.gov.ua/doccatalog/document?id==71174](http://www.bank.gov.ua/doccatalog/document?id==71174).
9. Державна служба статистики України, 1996–2020. [Електронний ресурс] / Держстат України – Режим доступу [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua)
10. Указ Президента України «Про цілі сталого розвитку України на період до 2030 року» від 30 вересня 2019 р. [Електронний ресурс] / Режим доступу  
<https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/722/2019#Text>
11. Прожитковий мінімум в Україні [Електронний ресурс] / Міністерство фінансів України Режим доступу  
[index.minfin.com.ua/ index/wage](http://index.minfin.com.ua/index/wage).
12. Мінімальна зарплата в Україні [Електронний ресурс] / Міністерство фінансів України Режим доступу  
[index.minfin.com.ua/ index/salary](http://index.minfin.com.ua/ index/salary).
13. Середня зарплата в Україні [Електронний ресурс] / Міністерство фінансів України Режим доступу [index.minfin.com.ua/ index/average](http://index.minfin.com.ua/ index/average).
14. В. Malyniak, О. Martyniuk, О. Kurylenko (2019) “Corruption and efficiency of public spending in states with various public

- management types”, *Economic Annals*–XXI: Volum 178, Issue 7–8, pp. 17–27.
15. S. Shevelova, S. Plaskon (2018) “Is the Ukrainian economy’s absorptive capacity appropriate to attract foreign direct investment and facilitate economic growth?”, *International Journal of Emerging Markets* 13 (6), pp. 1928–1947.
  16. Селіверстова О. І. Боргова безпека як елемент фінансової безпеки [Ел. ресурс] / І. О. Селіверстова, О. Ю. Лашченко, С. І. Шапошнікова // Проблеми системного підходу в економіці. Режим доступу:  
[http://archive.nbuv.gov.ua/e.journals/pspe/2010\\_3/Laschenko\\_310.htm](http://archive.nbuv.gov.ua/e.journals/pspe/2010_3/Laschenko_310.htm).
  17. Рожко О. Управління суверенними боргами як інструмент макроекономічної стабілізації [Текст] / Банківська справа– 2013. №1–12. 46–59 ст.
  18. Новак Е. Введение в методы эконометрики: сборник задач [Текст] / Едвард Новак;: пер. с польск.; под ред. И. И. Елисейевой. М.: Финансы и статистика, 2004. 248 с.
  19. Кучер Г., Калитчук В. Вплив державного боргу на економічне становище в Україні//Вісник КНЕУ. 2007. №1. С.45–47.
  20. Вахненко Т. Концептуальні засади управління зовнішнім національним боргом України//Економіка України. 2007. № 1. С.14–24.
  21. Г.Кармелюк, С.Пласконь, Г.Сенів. Оптимізація управління банківськими операціями. / Технологический аудит и резервы производства. №3/3 (17), 2014, с.14–17.
  22. Ganna Karmeliuk, Svitlana Plaskon. Econometric analysis dependence of the external debt of Ukraine from import, export and net export. / *Quantitative Methods in Accounting and Finance*. 2016. p. 66–75.
  23. Ganna Karmeliuk, Svitlana Plaskon. Econometric modeling of the external debt of Ukraine. / *Quantitative Methods in Accounting and Finance*. 2016. №434. p. 63–68.

## *Список використаних джерел*

---

24. Чабан В.В. Рівень життя населення як показник стану економіки країни // Економічний вісник університету 2016. №31(1) С.183–189.
25. Г.І.Кармелюк, С.А.Пласконь, Г.В.Сенів. Моделювання взаємозв'язку державного та гарантованого державою зовнішнього боргу України з дефіцитом бюджету і витратами та заощадженнями населення/Журнал європейської економіки: Тернопіль 2017. Том 16 №1 (60) С.58–80.
26. Г.І.Кармелюк, С.А.Пласконь, Г.В.Сенів. Математичне моделювання впливу зовнішнього боргу України на рівень життя населення // Вісник ТНЕУ: Тернопіль. 2017. №1. С.21–38.
27. Лаговський В.В. Статистичний аналіз динаміки рівня заробітної плати в Україні / Ефективна економіка. № 6. 2017. [Електронний ресурс]/Доступ: <http://www.economy.nauka.com.ua/?op=1&z=5643>
28. Кравчук А.О, Купівельна спроможність заробітної плати як основа фінансової стабільності держави / Фінансові дослідження. № 1 (2). 2017. С. 29–37.
29. Алавердян Л. М., Романенко О. В. Сучасні реалії та перспективи розвитку зовнішньої торгівлі України з іншими країнами світу. Ефективна економіка. 2019. № 4 С. 1–10. Режим доступу
30. Дзюбановська Н.В. Проблеми вимірювання зовнішньої торгівлі країни // Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія «Економічні науки». 2016. Вип. 19. Ч. 1. С. 22–25.
31. Голубова Г.В. Статистичний аналіз зовнішньої торгівлі України // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія Економічна. 2014. № 1096, вип. 86, сер. «Економічна». С. 89–94.
32. Краснодєд Т.Л. Аналіз експортно–імпортних операцій України на сучасному етапі // Ужгородський національний університет. 2018. Вип. 22. Ч. 2. С. 32–35.

## **Моделі сталого розвитку**

---

33. Бутко М. Методологія оцінки ролі експортного потенціалу в економічному розвитку регіону [Електронний ресурс] / М. Бутко, М. Козік // Економіст. 2015. Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/jpdf/econ\\_2015\\_10\\_4.pdf](http://nbuv.gov.ua/jpdf/econ_2015_10_4.pdf)
34. Михайлов В.С. Деякі методологічні питання побудови індексів зовнішньої торгівлі в Україні / В. Михайлов // Статистика України, 2004. № 2. С. 21–23.

### **4.2.4**

1. Лук'яненко І. Прогнозування податкових надходжень за допомогою моделей корегування помилки / І. Лук'яненко, Ю. Городніченко // Фінанси України. 2001. № 7. С. 89–9]
2. Березька К. М. Деякі аспекти прогнозування обсягів портфельних інвестицій в Україну / К. М. Березька, В.В. Маслій // Матеріали VIII-ої міжнародної конференції «Актуальні проблеми економіки 2014», м. Київ, 12 грудня 2014 р. К.: Національна академія управління, 2015. С. 7 – 12.

### **4.2.5–4.2.7**

1. Братусь А. С., Новожилов А.С., Платонов А. П. Динамические системы и модели биологии. Москва : Физматлит, 2010. 400 с.
2. Алілуйко А.М. Дослідження динаміки взаємодії підприємств з використанням конкурентної моделі Лоткі–Вольтерра. Східно–Європейський журнал передових технологій. 2013. №1/3 (61). С. 25–29.
3. Алілуйко А.М. Дослідження конкурентної взаємодії на ринку послуг мобільного зв'язку. Інноваційна економіка. 2013. №2 (40). С. 221–226.
4. Vossara N. Modeling complex systems. New York : Springer–Verlag, 2003. 397 p.
5. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза. Москва : КомКнига, 2006. 240 с.

## *Список використаних джерел*

---

6. Коляда Ю. В. Моделювання дуопольно–дуопсонієвої конкуренції з долученням режиму насичення. Актуальні проблеми економіки. 2011. №5 (119). С. 293–299.
7. Michalik C., Hannemann R., Marquardt W. Incremental single shooting – A robust method for the estimation of parameters in dynamical systems. Computers & Chemical Engineering. 2009. Vol. 33, №7. P. 1298–1305.
8. Hernandez M–J. Dynamics of transitions between population interactions: a nonlinear interaction  $\alpha$ –function defined. Proc. R. Soc. Lond. B. 1998. Vol. 265. P. 1433–1440.
9. Лібанова Е. М. Бідність населення України: методологія, методика та практика аналізу. Умань : Видавець "Сочінський М.М.", 2020. 456 с.
10. Гвелесіані А. Г. Оцінка структури грошових доходів населення України методом декомпозиції коефіцієнта Джині. Демографія та соціальна економіка. 2009. Вип. 2(12). С. 153–161.
11. Щерба Х. І. Розподіл доходів населення України та декомпозиція коефіцієнта Джині. Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Менеджмент та підприємництво в Україні: етапи становлення і проблеми розвитку. 2013. № 767. С. 368–373.
12. Yitzhaki S., Schechtman E. The Gini methodology : a primer on a statistical methodology. New York : Springer, 2013. 548 p.
13. Дмитришин Л. І. Моделювання взаємозв'язку нерівномірності розподілу доходів населення з життєвим рівнем та рівнем бідності. Моделювання регіональної економіки. 2013. № 1. С. 59–70.
14. Костробій П., Кавалець І., Гнатів Л. Математичне моделювання індексу суспільної нерівності. Фізико–математичне моделювання та інформаційні технології. 2013. Вип. 17. С. 81–91.
15. Витрати і ресурси домогосподарств України у 2009–2019 році : статистичний збірник / Державна служба статистики України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua> (дата звернення: 1.09.2021).

## **Моделі сталого розвитку**

---

16. World Happiness Report 2021. URL: <https://worldhappiness.report/ed/2021> (дата звернення: 1.09.2021).
17. Shorrocks A. F. Inequality decomposition by factor components. *Econometrica*. 1982. № 50. P. 193–211.
18. Ниворожкина Л. Способы декомпозиции коэффициента Джини по компонентам общего дохода. *Вопросы статистики*. 1998. № 5. С. 61–67.
19. Алілуйко А.М., Єрмоєнко В.О., Стефурак Н.А. Оцінка нерівності населення України за джерелами доходів. *Інноваційна економіка*. 2021. № 3–4 (87). С. 98–105.
20. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем : пер. с англ. Москва. Радио и связь, 1991. 224 с.
21. Алілуйко А.М., Миколюк С.М., Стефурак Н.А. Застосування методу аналізу ієрархій в управлінській діяльності сфери соціального влаштування дітей. *Інноваційна економіка*, 2019. № 3–4 (79). С. 125–131.

### **Розділ 5**

1. Школьник, І. О. Фінансовий ринок України: сучасний стан і стратегія розвитку [Текст] : монографія / О. Школьник. Суми : ВВП “Мрія-1” ТОВ, УАБС НБУ, 2008. 348 с
2. Абрамова І. В. Особливості діяльності кредитних спілок на ринку послуг небанківських фінансово-кредитних установ. *Вісник ЖНАЕУ*. 2016. № 2 (57), т. 2. С.148–153
3. Добровольська О. В. Кредитна спілка — неприбуткова організація в ринкових умовах господарювання. *Аграрна наука ХХІ століття: реалії та перспективи: наук.–практ.конф. (м. Дніпро 01–03 берез. 2017 р.)*. Дніпро, 2017. С. 44–45. Режим доступу : <http://dspace.dsau.dp.ua/jspui/handle/123456789/916>
4. Абрамова І. В. Особливості розвитку кредитних спілок в Україні. *Наукові читання . Житомир: «Житомирський національний агроєкологічний університет»*. 2014. т. 3. С. 40–44

## *Список використаних джерел*

5. Про кредитні спілки: Закон України від 20.12.2001 №2908%III [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://zakon0.rada.gov.ua/laws/show/2908%14/print14525964%85300322>
6. Руська Р.В., Алілуйко А.М. Модель впливу внесків (вкладів) на кредитний портфель в кредитній спілці. Інноваційна економіка. 2016.– № 3–4(62). С. 155–162
7. Руська Р. В. Моделювання функціонування кредитних спілок в умовах економічної нестійкості : дис. канд. екон. наук : 08.00.11 ; Хмельниц. нац. ун–т. Хмельницький. 2011. 203 с.
8. Сідельник, О.П. Особливості діяльності та перспективи розвитку небанківських установ на фінансовому ринку України. Вісник Української академії банківської справи. 2004. 2 (17). С. 37–41.
9. Ільченко–Сюйва, Л.В. Державне регулювання діяльності кредитних спілок в умовах гео економічних трансформацій. Теорія та практика державного управління. 2009. Вип. 3(26). С. 424–432.
10. Сагайдачна, О., Сергієнко О. Розвиток кредитних спілок як загроза економічній безпеці комерційних банків. Управління розвитком. № 2 (123). 2012. С. 143–146
11. Н. Р. Галайко Кредитні спілки в контексті розвитку фінансового ринку України // Науковий вісник НЛТУ України . 2013. №7. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kreditni-spilki-v-konteksti-rozvitku-finansovogo-rinku-ukrayini>.
12. Стоянов, Герман Сергійович. Удосконалення механізму розвитку кредитних спілок України. Diss. Сумський державний університет, 2016.
13. Савчук, Н. В., and О. В. Золотарьова. Розвиток кредитних спілок як чинник соціальної та діяльнісної мобільності в українському суспільстві. Науковий вісник Херсонського державного університету. Серія «Економічні науки» 33 (2019): 204–208.

## **Моделі сталого розвитку**

---

14. Коцовська, Р. Р. "Шляхи забезпечення розвитку кредитних спілок на сучасному етапі реформування фінансового сектору України." Науковий вісник НЛТУ України 26.2 (2016).
15. Офіційний сайт Всесвітньої Ради кредитних спілок // доступно з <http://www.wocccu.org/publications/statereport>
16. Руська Р. Оцінювання позицій кредитних спіло на світовому ринку фінансових послуг. Журнал Європейської економіки. 2017. Том 16. №2(61). С 208–223
17. Руська Р. Оцінювання позицій кредитних спіло на світовому ринку фінансових послуг. Журнал Європейської економіки. 2017. Том 16. №2(61). С 208–223 режим доступу wunu.edu.ua
18. Добровольська О. В. Міжнародний досвід та стандарти регулювання діяльності кредитних спілок. Глобальні проблеми економіки електронне наукове фахове видання Миколаївського національного університету ім. В. О. Сухомлинського [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://global-national.in.ua/component/content/article/15-vipusk-7-veresen-2015-r/1312-dobrovolska-o-v-mizhnarodnij-dosvid-ta-standarti-regulyuvannya-diyalnosti-kreditnikh-spilok>
19. Руська Р.В. Модель формування резерву в кредитній спілці за допомогою трикутника розвитку / Р. В. Руська // Вісник Тернопільського національного економічного університету. Тернопіль : ТНЕУ, 2014. Вип. 1. С. 139–145.
20. Луцишин О. О. Кредитні спілки на ринку фінансових послуг України : дис. на здобуття наук. ступеня канд. екон. наук : спец. гроші, фінанси і кредит / О. О. Луцишин. Тернопіль : ТНЕУ, 2011. С. 151–176
21. Руська Р. Модель оптимізації відсоткової ставки за позиками в кредитній спілці. Інноваційна економіка. 2013. №4 [4]. С.241–246.
22. Цебрій Р.І., Руська Р.В. Оцінка кредитного ризику кредитних спілок і методи його зниження. Вісник Тернопільської академії



## *Список використаних джерел*

---

- народного господарства. Економіко–математичне моделювання. №13, 2003 р. с.13–17. Режим доступу: wunu.edu.ua
23. Руська Р.В. Моделювання сукупних збитків ризику кредитної спілки за допомогою гамма-розподілу. Вісник Чернівецького торговельно–економічного інституту. 2013. I (49). С. 345–351.
24. Руська Р.В. Теоретична постановка динамічної моделі для функціонування кредитної спілки. Економіка і ринок: облік, аналіз, контроль. 2010. Тернопіль Економічна думка. Випуск 22. С 159–165.
25. Про бухгалтерський облік та фінансову звітність в Україні: Закон України від 16.07.99 № 996–14 // Все про бухгалтерський облік. 2000. № 311(436). Спецвипуск 44. С. 3–6.
26. Про кредитні спілки: Закон України від 20 грудня 2001 р. № 2908–III; з останньою поправкою від 10.07.2003 № 1096–I5 // Урядовий кур'єр. 2001. 10 січня.
27. Дадашев, Б. А. Кредитні спілки України./ Б. А. Дадашев, О. І. Гриценко // режим доступу:  
[http://pidruchniki.ws/15840720/finansi/kreditni\\_spilki\\_v\\_ukrayini\\_-\\_dadashev\\_ba](http://pidruchniki.ws/15840720/finansi/kreditni_spilki_v_ukrayini_-_dadashev_ba)

**Андрій Алілуйко** — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль

**Катерина Березька** — кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль

**Галина Генсерук** — кандидат педагогічних наук, доцент, завідувачка кафедри інформатики та методики її навчання Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка, м. Тернопіль

**Наталія Дзюбановська** — доктор економічних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль

**Ігор Домбровський** — викладач кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль

**Валерій Єрмоєнко** — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль

**Ольга Ковальчук** — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль

**Оксана Лесик** — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль

- Олеся Мартинюк** — кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувачка кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Сергій Мартинюк** — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформатики та методики її навчання Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка, м. Тернопіль
- Вадим Маслій** — кандидат економічних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Василь Неміш** — кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Іван Новосад** — кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Світлана Пласконь** — кандидат економічних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Руслана Руська** — кандидат економічних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Галина Сенів** — викладачка кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Роман Ціщик** — кандидат економічних наук, доцент кафедри прикладної математики Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль
- Микола Шинкарик** — кандидат фізико-математичних наук, доцент, перший проректор Західноукраїнського національного університету, м. Тернопіль









**Наукове видання**

## **МОДЕЛІ СТАЛОГО РОЗВИТКУ**

**Колективна монографія**

За редакцією О. М. Мартинюк

Формат 60×84/8. 23,25 ум. др. арк., 21,62 обл.-вид. арк. Тираж 300. Замовлення № 22-156.

Видавець, виготовлювач і розповсюдjuвач видавничої продукції

Редакція газети «Підручники і посібники».

46000, м. Тернопіль, вул. Поліська, 6а. Тел.: (0352) 43-15-15; 43-10-21.

Збут: [pip.ternopil@ukr.net](mailto:pip.ternopil@ukr.net) Редакція: [editoria@i.ua](mailto:editoria@i.ua)

[www.pp-books.com.ua](http://www.pp-books.com.ua)

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюдjuвачів видавничої продукції, серія ДК № 5143 від 05.07.2016 р.

Книга-поштою: а/с 376, Тернопіль, 46011.

Тел.: 096-948-09-27; 097-503-53-76

[pip.bookpost@gmail.com](mailto:pip.bookpost@gmail.com)