

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Палкова Діана
Науковий керівник – доц. Хохлова Лариса

ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»

Виховання творчої особистості, здатної самостійно мислити, генерувати оригінальні ідеї, приймати нестандартні рішення є одним із викликів сьогодення. В період інтенсивних соціальних змін, коли неможливо діяти без постійного пристосування до нових політичних, економічних або інших обставин, більшість з яких непередбачувані, розвиток логічного мислення стає найактуальнішою проблемою [1]. Психологічні дослідження підтверджують, що найкращі результати у навчальному процесі досягаються при активних формах пізнання, коли знання здобуваються самостійно, в творчому пошуку. Вчитель не повинен «підносити» дітям матеріал. Він має навчити школярів самостійно шукати істину, робити власні висновки, застосовувати свої знання на практиці, тобто розвивати логічне мислення [2].

Проблематиці формування логічної компетентності учнів присвячені роботи О. Пометун, О. Савченко, Н. Бібік, О. Овчарук, С. Ракова, М. Головань та ін. Відсутні поки що праці, в яких відображається процес формування логічного мислення учнів при вивченні прикладних аспектів розділу математичного аналізу – “Диференціального числення функції однієї змінної”. Предметом нашого дослідження є методика формування логічних знань та логічної культури при вивченні теми «Похідна та її застосування, яка на сьогодні є досить актуальною.

Мета статті - продемонструвати процес формування логічної компетентності учнів при розв'язуванні задач прикладного характеру під час вивчення теми «Похідна та її застосування.

Насамперед, звернемося до математичних задач, серед яких можна виділити текстові задачі, задачі на порівняння значень функції, на дослідження функції і побудову графіка, а також задачі, пов'язані з використанням похідної при розв'язуванні рівнянь, доведенні тотожностей. Для прикладу розглянемо наступне завдання.

Приклад 1. В коло радіуса R вписати рівнобедрений трикутник найбільшої площі.

Розв'язання: Нехай в коло радіуса R вписано рівнобедрений трикутник ABC , в якому BM – висота, яку позначимо через h , BK – діаметр кола, $CM = \frac{a}{2}$ (рис. 1). Площа трикутника буде $S = CM \cdot BM = CM \cdot h$. Виразимо CM через R і h . З прямокутного

трикутника BCK маємо, що $CM = \sqrt{h(2R-h)}$. Тоді площу трикутника, як функцію від h , запишемо у вигляді: $S(h) = h\sqrt{h(2R-h)}$. Знайдемо похідну:

$$S'(h) = \frac{h(R-h)}{\sqrt{h(2R-h)}} + \sqrt{h(2R-h)} = \frac{h(R-h)+h(2R-h)}{\sqrt{h(2R-h)}} = \frac{h(3R-2h)}{\sqrt{h(2R-h)}}$$

Оскільки $0 < h < 2R$, то на $(0; 2R)$ функція $S(h)$ має лише одну критичну точку $h = \frac{3}{2} R$, в якій вона досягає максимуму. Тоді

$$CM = \sqrt{\frac{3}{2} R(2R - \frac{3}{2} R)} = \frac{\sqrt{3}}{2} R, \quad S = \frac{\sqrt{3}}{2} R \cdot \frac{3}{2} R = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

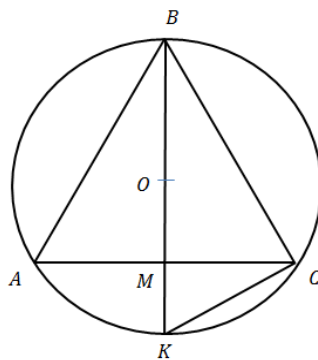


Рис.1. Рівнобедрений

трикутник, вписаний в коло

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2$$

Відповідь:

Поняття похідної знайшло широке застосування при розв'язуванні багатьох фізичних задач [3]. Створюючи математичну модель задачі, записуємо шукану величину як функцію відомих величин і досліджуємо на максимальне чи мінімальне значення.

Приклад 2. Батарея складається з $N = 300$ однакових елементів так, що n груп з'єднано послідовно і в кожній із них є m елементів, з'єднаних паралельно. ЕРС кожного елемента $\varepsilon = 2\text{В}$, його внутрішній опір $r_1 = 0,3 \text{ Ом}$. За яких значень m і n батарея, якщо замкнути її на зовнішній опір $R = 0,9 \text{ Ом}$, віддасть у зовнішнє коло максимальну потужність?

Розв'язання:

Потужність, яку буде віддано в зовнішнє коло,

$$P = I^2 R = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} R.$$

Споживана потужність буде максимальною, якщо $P'(R) = 0$.

$$P'(R) = \varepsilon^2 \frac{(R+r)^2 - 2(R+r)R}{(R+r)^4} = \varepsilon^2 \frac{(R+r)(r-R)}{(R+r)^4} = \varepsilon^2 \frac{(r-R)}{(R+r)^3}.$$

Отже, $r - R = 0$, $r = R$. У цьому випадку споживана потужність буде максимальною.

Оскільки $r = n \frac{r_1}{m}$ і $N = mn$, то $r = \frac{n^2 r_1}{N}$. Тоді $\frac{n^2 r_1}{N} = R$, звідси $n = \sqrt{\frac{RN}{r_1}}$.

Отже, $m = 30$, $n = 10$.

Відповідь: $m = \{30\}$, $n = \{10\}$

Досить широко використовується похідна для розв'язування ряду біологічних та хімічних задач [5].

Приклад 4. Реакція організму на введені ліки y визначається функцією $y = f(x) = x^2(3 - x)$, де x - доза введених ліків. При якому значенні x реакція максимальна?

Розв'язання: Знайшовши похідну функції і розв'язавши рівняння $6x - 3x^2 = 0$, матимемо, що ця функція має єдину критичну точку $x_0 = 2$. Оскільки при переході через цю точку знак похідної змінюється з «+» на «-», то на основі достатньої умови існування екстремуму в точці робимо висновок, що точка $x_0 = 2$ є точкою максимуму функції y .

Як відомо, похідна в економіці характеризує швидкість зміни деякого економічного об'єкта (процесу) за часом або відносно іншого об'єкта дослідження. Дане поняття пов'язане з виробничими завданнями, граничними величинами та еластичністю функцій. В економіці часто потрібно знайти значення показників, таких як гранична продуктивність праці, максимальний прибуток, максимальний обсяг випуску продукції, мінімальні витрати. Кожен показник є функцією від однієї або кількох змінних, знаходження яких зводиться до визначення похідної [4].

Приклад 3. За допомогою досліду були встановлені функції попиту $q = \frac{p+8}{p+2}$ та пропозиції $s = p + 0,5$, де q та s — кількість товарів, відповідно що купується і пропонується для продажу за одиницю часу, p — ціна товару. Знайти:

- рівноважну ціну, тобто ціну, за якої попит та пропозиція врівноважуються;
- еластичність попиту та пропозиції для цієї ціни.

Розв'язання:

а) Рівноважна ціна визначається з умови $q = s, \frac{p+8}{p+2} = p + 0,2$, звідки $p = 2$, тобто рівноважна ціна дорівнює 2 грош. од.

- Знайдемо еластичності попиту та пропозиції за формулою (2.3.1):

$$E_p(q) = -\frac{6p}{q(p+2)^2}; E_p(s) = \frac{2p}{2p+1}$$

Для рівноважної ціни $p = 2$ маємо $E_{p=2}(q) = -0,3; E_{p=2}(s) = 0,8$.

Оскільки отримані значення еластичності за абсолютною величиною менші 1, то попит і пропозиція даного товару за рівноважної (ринкової) ціни нееластичні відносно ціни. Це означає, що зміна ціни не приведе до різкої зміни попиту та пропозиції. Так, при збільшенні ціни p на 1% попит зменшиться на 0,3%, а пропозиція збільшиться на 0,8%.

Задачі прикладного характеру, які ми розглянули, є одним із засобів розвитку логічної компетентності учнів. Адже вони вчать спостерігати, використовувати аналогію, індукцію, порівняння, робити висновки. Такі задачі формують стійкий інтерес до математики, творче ставлення до навчальної діяльності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бачинська Р. С. Задача як засіб формування логічної складової математичної компетентності учнів базової школи / Р. С. Бачинська // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. – Випуск 51 / редкол. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2018. С. 29–33.
2. Бевз Г. П. Методика викладання математики. Навчальний посібник / Бевз Григорій Петрович. – 3-тє видання, доповнене і перероблене.– К.: Вища школа, 1989. 369 с.
3. Булах Т. П. Застосування похідної в прикладах із математики та в задачах із фізики / Т. П. Булах, О. В. Назаренко // Все для вчителя. 2013. № 1. С. 25–26.
4. Вища математика для студентів економічних спеціальностей [Електронний ресурс] // Інформаційний портал. – Режим доступу:
5. <http://moodle.ipk.kpi.ua/moodle/mod/resource/view.php?id=29538>
6. Соколенко Л. Різні типи прикладних задач, що призначені для вивчення похідної та її застосувань у курсі алгебри і початків аналізу / Л. Соколенко, В. Швець // Математика в рідній школі. – 2014. – № 9. – С. 2–10.