викладачем і цілеспрямоване оволодіння студентами прийомами та інструментами візуалізації в контексті майбутньої педагогічної діяльності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Білоусова Л. І., Житєньова Н. В. Функціональний підхід до використання технологій візуалізації у навчальному процесі. Інформаційні технології і засоби навчання, 2017. Т. 57. № 1. С. 38-47
2. Позднякова Т. Є. Візуалізація та структурування інформації за допомогою ментальних карт на уроках біології: посібник. Рівне: РОІППО, 2018.50с.

ЕВОЛЮЦІЯ БАЗОВИХ ПОНЯТЬ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОЇ ГЕОМЕТРІЇ В ІСТОРИЧНОМУ АСПЕКТІ

Хохлова Лариса Григорівна
кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики та методики її навчання,
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка
larysa_khokhlova@urk.net
Руда Оксана Василівна
студентка спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика),
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка
ruda_ov@fizmat.tnpu.edu.ua

Актуальність теми. Формування професійних компетентностей майбутнього вчителя – одне з головних завдань процесу реорганізації сучасної освіти. Важливими їх складовими є пізнавальна та професійна активність, які пов’язані з фундаментальною та методичною підготовкою. Великі можливості для розвитку пізнавальної діяльності майбутнього вчителя надає курс “Диференціальна геометрія”. Він є однією з базових математичних дисциплін. Моделювання фізичних явищ та процесів на основі диференціальної геометрії кривих і поверхонь є особливо актуальним у зв'язку зі зростаючою кількістю нелінійних задач, що виникають в деяких областях сучасної фізики, механіки та інженерії [2].

На нашу думку, історичні матеріали до окремих тем курсу сприятимуть усвідомленню теоретичної та практичної значущості засвоєння знань, виробленню позитивної мотивації до навчання.

Виклад основного матеріалу. “Диференціальна геометрія” – це розділ геометрії, який вивчає властивості геометричних образів, кривих та поверхонь в тривимірному евклідовому або афінному просторі, а також багатовимірних поверхонь і многовидів методами математичного аналізу [1].

Вивчення кривих та поверхонь почалося з античних часів, але відкриття математичного числення у 17 ст. дало змогу досліджувати складніші плоскі криві та розв'язувати проблеми визначення довжини дуги та площі фігур. Це відкрило шлях до дослідження кривих та поверхонь у просторі, що стало початком диференціальної геометрії [3].

Одним з прикладів застосування диференціальної геометрії є проектування штригеля для надання структурної підтримки металевих циліндричних труб. Диференціальна геометрія дозволяє вимірювати кривину кривої і визначати точний радіус кільця для найкращого прилягання до циліндра. Також можна вирізати кільцеву смугу з плоского сталевого листа і зігнути її в спіраль навколо циліндра. А ще вона дозволяє вимірювати кривину кривої і регулювати радіус кільця до того моменту, коли кривина внутрішнього краю кільця збігається з кривизною спіралі

Важливим є питання, чи можна зігнути кільцеву смужку навколо циліндра без зміни внутрішніх відстаней? Якщо так, то вона ізометрична з циліндром. Для розв'язання таких питань використовується кривина кривої та поверхні, яка дозволяє визначити, чи дві поверхні є ізометричними. Наприклад, аркуш паперу можна згорнути в трубку без зміни внутрішніх відстаней, тому вони "локально" ізометричні, але не повністю, оскільки після з'єднання країв паперу можуть виникнути нові, коротші маршрути.

З’ясуємо, як виникло поняття “кривина кривої”.

За допомогою математики можна описати криві у просторі. Німецький математик Готфрід Лейбніц у 1686 р. вперше визначив кривину кривої за допомогою кола, яке найкраще описує криву в даній точці. Кривину можна знайти, використовуючи радіус кола. Для прямої лінії кривина дорівнює нулю, а для кіл і спіралей кривина залежить від їх радіуса і форми. Похідна дотичної до кривої визначає швидкість її зміни, а друга похідна - швидкість зміни швидкості зміни.

Визначивши кривину кривої, можна обчислити ідеальний внутрішній радіус кільцевої смуги, яка утворює смугу. Це робиться шляхом знаходження кривизни спіралі на циліндрі. Радіус спіралі залежить від радіуса циліндра та висоти спіралі. Наприклад, якщо радіус циліндра дорівнює 1 м, а висота одного витка спіралі - 10 м, то ідеальний внутрішній радіус кільцевої смуги дорівнює 3,533 м.

Розглянемо еволюцію поняття “кривина поверхні”.

У 1760 році Ейлер розглядав спосіб вимірювання кривизни поверхні в точці, за допомогою перерізів поверхні, зроблених площинами, що містять лінії, перпендикулярні до поверхні в цій точці. Він назвав кривину цих перерізів "нормальними кривинами" поверхні в даній точці. Головні кривини - це максимальна і мінімальна нормальні кривизни в точці поверхні, а головні напрямки - напрямки, в яких відбуваються ці головні кривини. На більшості поверхонь головні напрямки перпендикулярні один одному. На сфері всі нормальні кривизни однакові, а отже, всі вони є головними кривинами.

Теорію поверхонь та основних нормальних кривин розробили французькі геометри в XVIII ст. У 1827 р. Карл Фрідріх Гаусс зробив великий прорив у диференціальній геометрії, визначивши гауссову кривину поверхні в точці як добуток двох головних нормальних кривин. Ця кривина вважається додатною, якщо головні нормальні кривини вигинаються в одному напрямку, і від'ємною, якщо вони вигинаються в протилежних напрямках. Для плоскої поверхні всі нормальні кривини дорівнюють нулю, а гаусова кривина площини дорівнює нулю. Для циліндра радіуса r мінімальна нормальна кривина дорівнює нулю, а максимальна - 1/r. Таким чином, гауссова кривина циліндра також дорівнює нулю.

Якщо розрізати циліндр вздовж однієї з вертикальних прямих і сплющити його поверхню до прямокутника без розтягування, то у диференціальній геометрії це називають локальною ізометрією між площиною та циліндром. Це відноситься до двох важливих теорем: теорема Гаусса (1827), яка стверджує, що якщо дві гладкі поверхні ізометричні, то вони мають однакову гауссову кривину у відповідних точках, та теорема Міндінга (1839), яка стверджує, що дві гладкі поверхні з однаковою постійною гауссовою кривиною локально ізометричні. Щоб визначити, чи є кільцева смуга ізометричною до прямої, потрібно перевірити, чи має пряма нульову гауссову кривину. Оскільки гаусова кривина кільцевої смуги від'ємна, то її потрібно розтягувати, але можна зменшити розтягнення, звужуючи фігури.

Висновки. Отже, у зародженні та розвитку диференціальної геометрії основну стимулюючу роль відіграли і продовжують відігравати потреби життя. Можна назвати чимало галузей, в яких поняття і методи диференціальної геометрії знаходять безпосереднє застосування: складання географічних карт; відшукання найкоротшого шляху між двома точками поверхні Землі; розрахунки, пов’язані з прокладанням шляхів на земній поверхні, з польотами космічних кораблів, з рухом морських суден; розрахунки, пов’язані з відшуканням форми літаків, космічних ракет, морських кораблів, котлів, куполів, дахів. Це в свою чергу підвищує компетентність майбутніх вчителів математики і стимулює їх власний пошук нових математичних ідей та теорій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Шаповалова Н. В. Диференціальна геометрія у формуванні майбутніх вчителів математики та фізики професійних компетентностей [Електронний ресурс] / Н. В. Шаповалова, Л. Л. Панченко. 2014. Режим доступу: https://enpuir.npu.edu.ua/bitstream/123456789/8113/1/Shapovalova_Panchenko.pdf.
2. Міхлін Ю. В. Елементи диференціальної геометрії. Харків: НТУ «ХПІ», 2020. 44 с.
3. Борисенко О. А. Диференціальна геометрія і топологія. Харків: Основа, 1995. 304 с.