

Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

МАТЕМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Матеріали міжнародної наукової конференції,
присвяченої 55-річчю
факультету математики та інформатики

28–30 вересня 2023 року

Чернівці, 2023

УДК 51+004(08)
М340

Рекомендовано до друку вченою радою
факультету математики та інформатики
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича
(протокол № 2 від 19 вересня 2023 року)

Математика та інформаційні технології. Матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої 55-річчю факультету математики та інформатики, 28–30 вересня 2023 р. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2023. – 369 с.

Збірник матеріалів міжнародної наукової конференції “Математика та інформаційні технології” включає наукові роботи вчених України, Європи, Азії та Америки, які проводять дослідження у теорії диференціальних та диференціально-функціональних рівнянь, теорії функцій та функціональному аналізі, топології, математичному моделюванні та інформаційних технологіях, а також займаються актуальними питаннями методики навчання математики та інформатики.

Для наукових працівників, аспірантів.

© Факультет математики та інформатики
Чернівецького національного універси-
тету імені Юрія Федьковича, 2023

Дослідження динаміки чисельності окремої популяції в рамках моделі Ферхюльста

Грод Іван, Грод Інна

igrod@ukr.net

Тернопільський національний педагогічний університет ім. Володимира
Гнатюка

Вивчення динаміки популяцій пов'язане з побудовою різних моделей чисельності, ці моделі часто є емпіричними і вимагають додаткового обґрунтування або підбору невідомих параметрів. Не існує жодної популяції, чисельність якої не зазнавала б змін. Дискретні значення цієї величини можуть бути отримані з експериментальних даних (лабораторних або польових). При цьому завдання опису динаміки популяції приводить до аналізу дискретної системи (модель Мальтуса, модель Ферхюльста, модель Рікера тощо). Відомо, що біологічні параметри популяції з плином часу змінюються під впливом кліматичних умов, обмеженості ресурсів харчування та інших факторів довкілля. Тому в роботі розглядається дослідження динаміки популяції з використанням моделі Ферхюльста.

Метою роботи є дослідження процесів зміни динаміки окремої популяції в рамках моделі Ферхюльста, а саме – побудова моделі на основі рівняння популяційної динаміки з використанням знань про екологію виду і розрахунок прогнозу розвитку популяції на 7 років (враховуючи рівень браконьєрства і різну оцінку густини угідь).

Ідея Ферхюльста полягала в накладанні на експоненціальний ріст, який виражений формулою, деякого фактору, що характеризує уповільнення, і який збільшується з ростом популяції. Найпростіше із можливих припущень, полягає в тому, що степінь уповільнення росту для одного індивідуума пропорційна розміру популяції, тобто загальна швидкість росту рівна не r , а $r(1 - N/K)$, і визначає уповільнення росту. В цьому випадку логістичне диференціальне рівняння набуде такого вигляду

$$\frac{dN}{dt} = rN - \frac{rN^2}{K} = rN \left(1 - \frac{N}{K} \right),$$

де K – константа, верхня асимптота для S -подібної кривої. Ітераційний крок для розрахунків – 1 рік. Формально розрахунок по моделі Ферхюльста з урахуванням просторового розподілу всіх параметрів виглядає так:

$$N(t+1) = \sum_{i=0}^m N(t)_i * \left\{ 1 + \sum_{i=0}^m r(t)_i * \left(1 - \frac{\sum_{i=0}^m N(t)_i}{\sum_{i=0}^m K(t)_i} \right) \right\},$$

де m – загальна кількість просторових комірок, на які розбита площа дослідження. У формулі використовуються параметри $r(t)$ і $K(t)$. У загальному випадку будемо вважати, що ці параметри не тільки просторово розподілені, але є функціями від часу, таким чином ми маємо можливість закладати зміну цих параметрів внаслідок зміни параметрів середовища або факторів стороннього

впливу на популяцію. Наприклад, в параметрі K передбачається враховувати фактори стороннього впливу (зміна ситуації з кормовою базою, боротьба з бракон'єрством) передбачають враховувати при розрахунках коефіцієнту смертності в популяції. Цей коефіцієнт прогнозованої смертності буде коливатися в залежності від рівня охорони тої чи іншої території і змінюватися з року в рік, якщо буде вибраний сценарій посиленої охорони. Загальна формула для розрахунку окремого осередку ґрида виглядає так:

$$N(t+1)_i = N(t)_i * \left\{ 1 + r(t)_i * \left(1 - \frac{N(t)_i}{K(t)_i} \right) \right\}.$$

Застосування моделі для розрахунку динаміки чисельності популяції диких кабанів дало хороші результати за період з 2019 по 2026 роки. Отримані в результаті обчислення значення або відповідали даним спостереження, або відрізнялися від них з незначною похибкою, фіксуючи збільшення чисельності за 10 років приблизно в 5 раз. Картина змінилася для останнього періоду спостережень. Модель дала чергове збільшення чисельності за 7 років в 4 рази, тоді як дані дослідження показали тенденцію до стабілізації чисельності популяції. Очевидно, цей факт можна пояснити тривалим вирубуванням лісу. Після 2019 року, згідно моделі, деякий час продовжувався ріст чисельності популяції. В 2023 році результати дослідження узгоджуються з останніми даними обліку. Після 2025 року чисельність популяції кабана дикого мала би збільшуватися з подальшою стабілізацією. Для всіх лісництв ДП «Чортківський лісгосп» кількість кабанів в 2019 році складає 115 особин, цю кількість ми можемо закласти в модель як початкову. За результатами роботи програми, через яку реалізуємо модель, бачимо, що стабілізація кількості особин популяції відбудеться через 17 років.

1. Литвинова С.Г. Використання систем комп'ютерного моделювання для проектування дослідницьких завдань // Фізико-математична освіта – 2018. – 15, № 1. – С. 83–89.
2. Маценко В.Г. Математичне моделювання: навчальний посібник. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2014. – 519 с.
3. Balyk N., Grod I., Vasylenko Y., Oleksiuk V., Rogovchenko Y. Project-based learning in a computer modelling course// Journal of Physics: Conf. Ser. 2021. Vol. 1840 e012032. URL: <http://doi.org/10.1088/1742-6596/1840/1/012032/>

<i>Бардан А.</i> Програмний комплекс моделювання диференціальної гри переслідування	140
<i>Бєбія М.</i> Синтез обмежених керувань для нелінійних систем зі степеневою головною частиною	143
<i>Безущак Д., Капустян Д., Сукретна А., Федоренко Ю.</i> ω -граничні множини імпульсної динамічної системи для гіперболічної еволюційної задачі	145
<i>Бирка М., Чепишко О.</i> Основні акценти викладання математики та інформатики в 5-9 класах Нової української школи	149
<i>Бігун Я., Скутар І.</i> Усереднення в багаточастотних системах із малими параметрами і лінійно перетвореними аргументами	151
<i>Білозерова М.</i> Асимптотичні зображення розв'язків диференціальних рівнянь з нелінійностями, що є композиціями правильно та швидко змінних функцій	153
<i>Білокурський Р., Черевко І., Шкільнюк Д.</i> Про співпрацю IT Cluster "Chernivtsi IT Community" та IT освіти в регіоні	155
<i>Бобилев Д.</i> Метод парних рівнянь для дослідження напружено-деформованого стану циліндра з тріщиною	157
<i>Бойчук О., Ферук В.</i> Слабкозбурена лінійна крайова задача для системи диференціальних рівнянь дробового порядку	159
<i>Бомба А., Барановський С.</i> Модифікація моделі інфекційного захворювання для урахування дифузійних збурень в умовах адсорбційної терапії	161
<i>Бугрій О., Бугрій Н., Доманська О.</i> Параболічне рівняння з випадковим збуренням та змінним показником нелінійності	164
<i>Буйновський В., Пасічник Г.</i> Синхронізація каналів на основі методу графічної оцінки та аналізу програм	165
<i>Буртняк І., Малицька Г.</i> Один клас вироджених параболічних систем	166
<i>Венгрин Ю., Боднарук С.</i> Методичні особливості використання інтерактивних методів при проведенні уроків та оцінюванні знань учнів з математики в старшій школі ЗЗСО	167
<i>Вербіцький В., Максимов А., Черноморець В.</i> Паралельна реалізація скінченно-елементної апроксимації крайової задачі для FADE	169
<i>Гаврильчик Л.</i> Оцінка ефективності SIRV моделі для дослідження епідемії в контексті пандемії COVID-19 у Рівненській області	170
<i>Гентош О., Прикарпатський А.</i> Бігамільтонова структура раціонально-факторизованих потоків Лакса, пов'язаних з алгеброю Лі дробових інтегро-диференціальних операторів	172
<i>Городецький В., Мартинюк С.</i> Перетворення Абеля–Пуассона формальних рядів Ерміта та його властивості	174
<i>Горошкевич С., Карлова О.</i> Зліченні криві Пеано	175
<i>Готинчан Т.</i> Застосування воркшопів та методу проектів при вивченні інформаційних технологій	176
<i>Грод І., Грод І.</i> Дослідження динаміки чисельності окремої популяції в рамках моделі Ферхюльста	178

Наукове видання

Міжнародна наукова конференція
МАТЕМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,
присвячена 55-річчю факультету математики та інформатики

Матеріали конференції
Чернівці, 28–30 вересня 2023 року

Відповідальна за видання

Мартинюк Ольга Василівна

Комп'ютерна верстка та редагування

Пасічник Галини Савеліївни

Підписано до друку 19.09.2023.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
58000, м. Чернівці, вул. Коцюбинського, 2