

# ГІДРОБІОЛОГІЯ

УДК 504.4:556.5(477.84)

doi: 10.25128/2078-2357.23.3-4.5

<sup>1</sup>Г. Б. ГУМЕНЮК, <sup>2</sup>Н. М. ГАРМАТІЙ, <sup>1</sup>Б. Б. СОКІЛ, <sup>1</sup>В. О. ХОМЕНЧУК,  
<sup>1</sup>В. В. ГРУБІНКО, <sup>1</sup>О. Б. МАЦЮК, <sup>1</sup>Р. Л. ЯВОРІВСЬКИЙ, <sup>1</sup>О. С. ВОЛОШИН

Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка  
вул. М. Кривоноса, 2, Тернопіль, 46027

<sup>2</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

вул. Руська, 56, Тернопіль, 46001

e-mail: macjuk@chem-bio.com.ua

## **МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ КОМПОНЕНТІВ ПРІСНОВОДНИХ ГІДРОЕКОСИСТЕМ (НА ПРИКЛАДІ РІЧКИ РІКА ЗАКАРПАТСЬКОЇ ОБЛАСТІ ТА ВОДОЗАБОРУ М. ЛАНІВЦІ ТЕРНОПІЛЬСЬКОЇ ОБЛАСТІ)**

---

У результаті російської агресії перед українськими науковцями в галузі досліджень станів екологічних та гідроекологічних систем України постають нові виклики. Тому використання актуальних методів досліджень із використанням методів математичного моделювання та прогнозування дозволяє передбачати характеристики досліджуваних гідроекосистем. Застосування інструментарію економіко-математичного моделювання дозволило спрогнозувати вміст амонію у водоймах Тернопільського регіону для постійного моніторингу поверхневих вод. Проаналізовано дані з проведеного моделювання за умови вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  у водоймі: за зростання вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  зростає кислотність рН, а за зниження вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  – знижується кислотність (рН). Представлені результати моделювання доводять, що найнижча концентрація йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  можлива на п'ятому ймовірнісному етапі досліджень від початку замірів із показниками: 1.1302; 1.0307; 0.7912; 1.1566. При цьому в такому співвідношенні вмісту амонію  $\text{NH}_4^+$ , показник рН буде в концентрації  $7,30 \pm 0,03$ . Використання сучасних методик економіко-математичного апарату на основі теорії ланцюгів Маркова дозволяє при зміні складових гідроекосистеми передбачити, постійно здійснювати моніторинг поверхневих вод, та відповідно корегувати екологічний стан гідроекосистем.

Зроблено прогноз концентрації міді у воді та динаміки водневого показника на наступний рік, а також встановлено кореляційну залежність між концентрацією міді у воді та водневим показником середовища на прикладі річки Ріка Закарпатської області протягом року. Виявлені особливості можуть бути використані у розробці рекомендацій щодо оцінки рівня токсичності та застосування методів біомоніторингу гідроекосистем.

*Ключові слова:* акумуляція сполук нітрогену, фосфору та металів, моніторинг, антропогенний вплив, екологічний стан, прогнозування якості вод.

Населення України зараз проживає у складний час, коли агресія росії руйнує не лише військові об'єкти та інфраструктуру, але й своїми діями завдає непоправної шкоди водним ресурсам, знищуючи інфраструктуру сфери, захоплюючи водні об'єкти, знешкоджуючи промисловість тощо. Слід зазначити, що будь-яка військова активність чинить вплив на безпеку та

життєдіяльність населення території, а також загострює прояв небезпечних процесів у розрізі компонентів довкілля. За аналізом вчених [2], вплив збройного конфлікту на водні ресурси є опосередкованим проявом водного тероризму, коли одна країна намагається захопити об'єкти водопостачання для своїх власних потреб, пошкодити водну інфраструктуру. Загалом слід виокремити основні чотири види воєнних дій, які суттєво впливають на стан водних ресурсів та на якість води. Це захоплення водної інфраструктури, руйнування дамб та очисних станцій, мінування водного простору, підриг нафтобаз та інших підприємств. Не зважаючи на те, чи вода використовується як «тригер, зброя», чи є «жертвою», водні ресурси страждають від негативного впливу на їх об'єкти. Наслідки та ризики від воєнних дій для водних ресурсів мають як прямий, так і опосередкований вплив, причому як на людину, так і на водні екосистеми вцілому.

Як результат, зріс дефіцит води та погіршилася її якість, що вимагає додаткових дій і, відповідно, витрат як на опріснення, так і на очищення [14, 16, 17, 20].

Отже, якість питної води є актуальною проблемою в Україні. Порушення режиму підземних вод унаслідок довготривалої експлуатації артезіанських свердловин, забруднення ґрунтових вод, погіршення санітарно-технічного стану розподільних водопровідних мереж сприяє забрудненню питної води [3].

Водноресурсна складова сталого розвитку розглядається як одна з найважливіших природно-господарських ланок в структурі водно-господарського комплексу країни, розвиток якого повинен задовольняти соціально-економічні та екологічні вимоги.

Дослідженням моделювання еколого-економічних систем та охорони водних ресурсів займаються сучасні українські та зарубіжні науковці. Так, Л. Загвойська [5] досліджувала методи моделювання еколого-економічних систем; В. Вовк [1] вивчав можливості застосування економіко-математичного моделювання у виробничих системах; О. Funtowicz, J. R. Ravetz, R. Costanza [15] обґрунтовували наукову методологію глобальних екологічних проблем; F. Waetzold розглядав можливість застосування економіко-математичних методів для управління біосистемами [21].

Особливої актуальності в сучасних умовах набувають використання математичного апарату економіко-математичного моделювання та регресійні прогнози математичні моделі між компонентами гідроекосистем при управлінні екологічною ситуацією, підвищенні якості питної води та ефективному управлінні діяльністю підприємств водокористування.

З огляду на проблему метою дослідження є оцінювання та прогнозування стану компонентів навколишнього середовища на основі даних, отриманих у результаті регулярних спостережень – екологічного моніторингу. Його використання дає можливість здійснити моделювання, прогнозування майбутніх станів води на основі теорії ланцюгів Маркова та охарактеризувати кореляційні схеми між водневим показником води та вмістом металів на прикладі води водозабору м. Ланівці (Тернопільська область) та р. Ріка (Закарпатська область).

### **Матеріали та методи досліджень**

**Водозабір м. Ланівці.** Водопитне та водогосподарське постачання м. Ланівці забезпечується чотирма свердловинами джерельного типу, дві з яких оснащені водонапірними баштами. Карта-схема розміщення свердловин (рис. 1).

Відбір моніторингових проб здійснено у точках, зазначений на рис. 1.

Кількість відібраних проб у кожній точці становила по три повторності. Отримані показники вимірювань подані як середнє арифметичне трьох вимірювань в кожній точці відбору проб.

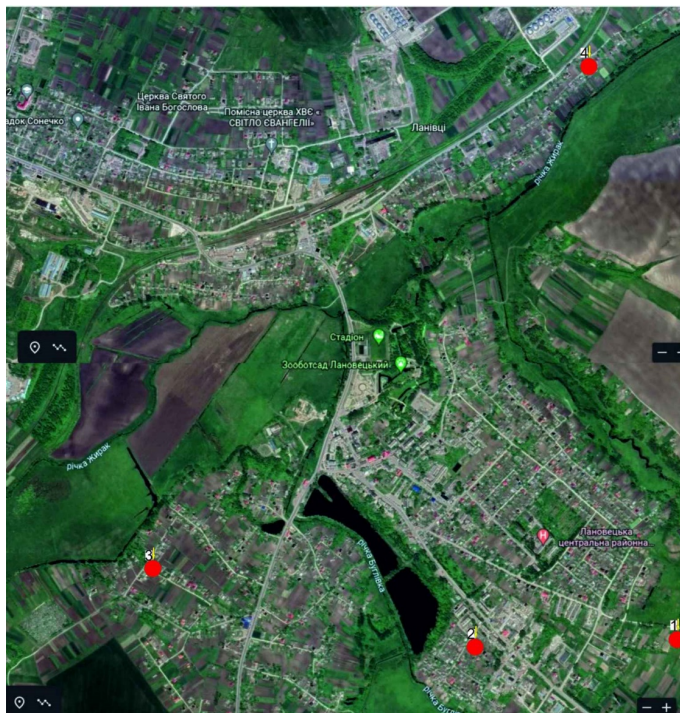


Рис. 1. Картосхема м. Ланівці з точками відбору проб води.

Водонапірна башта по вул. Підгірній (Т. 1) розміщена на підвищенні неподалік птахофабрики (1), глибина водозабору майже 50 м, досягає підземного водоносного горизонту у напрямку с. Білозірка; водонапірна башта по вул. Незалежності, 46 (Т. 2). Середня глибина водозабору – до 40 м. Водозабір «Цукровий завод» (Т. 3) розміщений на межі водорозділу, що сформувався на межі переходу підвищеного платоподібного узгір'я в долину низину уздовж р. Горинь. Середня глибина водозабору – до 40 м. Водозабір по вул. Набережній поряд з залізничним вокзалом (Т. 4) на межі водорозділу з р. Горинь. Середня глибина водозабору становить близько 80 м. У цій точці є вільний витік води з джерела.

Органолептичні показники визначали згідно методик [8].

Вміст сполук амонію встановлювали з огляду на те, що фізіологічно небезпечними у розрахунку на нейонізовану форму є концентрації аміаку вище, ніж 0,07 мг/л. Розрахунок вмісту нейонізованого аміаку та контроль його концентрації саме за цією формою здійснювали з огляду на те, що нейонізована форма має токсичність у 300–400 разів більшу, ніж йон амонію [7, 18, 19].

Вміст сполук амонію та нітратів визначали фотометричним методом за кольоровою реакцією з гіпохлоритним реактивом [7] та вимірюванням із допомогою йоноселективних електродів: амоній – ЕЛІС-121  $\text{NH}_4^+$ , нітрати – ЕЛІС-121  $\text{NO}_3^-$ .

Для дослідження екологічної ситуації на найближчу перспективу, а саме йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  у воді водозбору м. Ланівці, здійснено прогноз ситуації згідно з теорією ланцюгів Маркова. Ця теорія дозволяє здійснювати прогнози чинника, враховуючи можливість випадкових впливів на середовище, та досліджувати найбільшу ймовірність перебування чинника в певному числовому параметрі [10]. Розрахунки здійснені в програмному забезпеченні Matlab.

Дослідження проводили на основі прісноводної гідроекосистеми річки Ріка Закарпатської області.

**Річка Ріка.** Для дослідження вмісту  $\text{Cu}$  у воді відбирали зразки в 3-х різних місцях річки Ріка: 1 – біля джерела мінеральної води; 2 – біля автодороги; 3 – біля Тербля-Ріцької ГЕС (рис. 2).

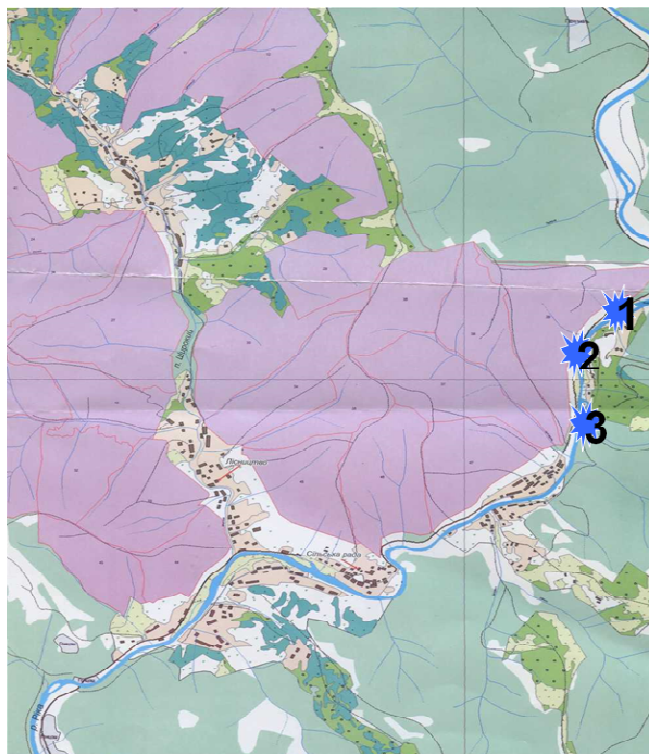


Рис. 2. Точки відбору води на р. Ріка.

Воду відбирали з поверхневого горизонту ріки. Розчинні форми металу визначали таким чином. Нітратні розчини використовували для визначення вмісту важких металів, яке здійснювали методом атомно-адсорбційної спектрофотометрії на спектрофотометрі С-115 при відповідних довжинах хвиль, які відповідали максимуму поглинання кожного з досліджуваних металів. Визначення вмісту міді проводили при довжині хвилі 324,7 нм, ширині щілини 0,4 з чутливістю 1 і з інтенсивністю 100 [13]. Статистичну обробку одержаних даних здійснювали за методом [6]. Концентрацію металу виражали в мг на 1 кг сухої маси досліджуваних зразків.

Одержані результати опрацьовували статистично за загальноприйнятими методиками [9].

### Результати досліджень та їх обговорення

**Еколого-математичне моделювання.** Для прогнозування досліджень природничого та соціально-економічного характеру можливе застосування методики на основі теорії ланцюгів Маркова. Ця методика цікава тим, що дає змогу вивчати середовища, які мають стохастичний характер динамічних змін.

У роботах українських та зарубіжних учених майже не приділялась увага методу прогнозування економічних, соціальних, екологічних процесів, досліджень природничого характеру із застосуванням методики на основі теорії ланцюгів Маркова з дискретними станами.

Випадковий процес, що протікає в системі  $S$ , називається марківським процесом, якщо для кожного моменту часу  $t_0$  ймовірність будь-якого стану системи в майбутньому (при  $t > t_0$ ) залежить тільки від її стану в теперішньому часі (при  $t = t_0$ ) і не залежить від того, коли і як система прийшла в цей стан. Іншими словами, у марківському випадковому процесі майбутній стан системи залежить від теперішнього часу і не залежить від «передісторії» процесу. Найбільший інтерес для економічного прогнозування становить марківський випадковий процес (ланцюги Маркова) із дискретними станами. Будемо вважати, що для кожного стану системи відомі ймовірності переходу в інший стан за один крок. Позначимо через  $p_{ij}$  ймовірність переходу системи  $S$  зі стану  $i$  в стан  $j$  за проміжок часу від  $t_0$  до  $t$ . Нехай система  $S$  має  $n$  можливих станів  $S_1, S_2, \dots, S_n$ . Запишемо перехідні ймовірності  $p_{ij}$  у вигляді матриці переходу  $|p_{ij}|$ :

$$\|p_{ij}\| = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{1j} \\ p_{21} & p_{22} & p_{2j} \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{nj} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Сума всіх елементів кожного рядка матриці дорівнює 1, тобто

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1 \quad (2),$$

оскільки за інтервал часу  $t$  ланцюг Маркова зі стану  $i$  обов'язково перейде в один із допустимих станів  $j$ .

Квадратна матриця  $\|p_{ij}\|$  називається стохастичною, оскільки всі її елементи не від'ємні, а сума всіх елементів кожного рядка матриці дорівнює одиниці. Щоб повністю задати марковський ланцюг, необхідно, крім матриці перехідних ймовірностей, мати вектор початкового стану системи  $p_i$ . Вектор-рядок  $p_i$  називається ймовірнісним вектором. Очевидно, що всі елементи вектора невід'ємні, а сума елементів дорівнює одиниці, тобто

$$\sum_{j=1}^n p_{ij}(t_0) = 1 \quad (3)$$

Початковий стан системи можна задати за допомогою ймовірнісного вектора-рядка, один із елементів якого дорівнює 1, а всі інші елементи рівні 0.

Доказано, що вектор ймовірностей ланцюга Маркова в момент  $t$  дорівнює добутку вектора ймовірностей в початковий момент  $t_0$  на матрицю переходу [10], тобто

$$p(t) = p(t_0) * \|p_{ij}\| \quad (4).$$

Українські науковці в гідроекологічних дослідженнях використовують численні математичні методи моделювання і прогнозування [4], але дослідження із застосуванням нових методик математичного апарату є надзвичайно перспективними. Нами було досліджено динаміку йонів амонію у водозборі м. Ланівці Тернопільського регіону (табл. 1).

Таблиця 1

Гідрохімічні показники води водозбору м. Ланівці в різних точках відбору ( $M \pm m$ ;  $n=5$ )

Дата	Ділянка відбору	рН		NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> , мг/л	
		1 вимір (22.07)	2 вимір (07.09)	1 вимір (22.07)	2 вимір (07.09)
22.07	I	7,03±0,05	7,52±0,05	2,01±1,90	2,33±0,1
	II	7,15±0,01	7,54±0,01	2,11±0,05	2,66±0,61
07.09	III	6,88±0,02	7,30±0,03	1,22±0,08	1,53±0,04
	IV	7,27±0,02	7,53±0,04	1,97±0,05	2,66±0,06

Згідно отриманих даних видно (табл. 1), що у воді відбулася активна амоніфікація, що може бути результатом розкладання органічних речовин, які привносяться водним горизонтом та осіли впродовж зимового періоду і піддалися окисленню. Визначено, що існує пряма кореляційна залежність між досліджуваними показниками, а саме: із зростанням вмісту йонів амонію NH<sub>4</sub><sup>+</sup> зростає кислотність (рН), при зниженні вмісту йонів амонію NH<sub>4</sub><sup>+</sup> знижується кислотність (рН).

Здійснено моделювання та прогнозування майбутніх станів системи на основі теорії ланцюгів Маркова.

Тобто концентрація йонів амонію може перебувати в різних ймовірних станах. Побудуємо матрицю цих станів:

[2.33 2.66 1.53 2.66; 2.01 2.11 1.22 1.97; 2.66 1.53 2.66 2.33; 1.53 2.66 2.33 2.66; 2.11 1.22 1.97 2.01; 1.22 1.97 2.01 2.11; 1.97 2.01 2.11 1.22].

Будемо вважати, що в початковий момент часу система (вміст йонів амонію NH<sub>4</sub><sup>+</sup>) буде знаходитися в стані S<sub>0</sub> (достатньо високий вміст йонів амонію NH<sub>4</sub><sup>+</sup> у воді). Ймовірність стану



концентрації вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$   $p_{(0)}=1$  будемо вважати тоді, коли найнижчий показник амонію сягне 1.53. У ході прогнозування запишемо вектор початкових станів  $p_{(0)}=(0;0; 1;0)$ , за умови, що за найнижчого вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  знижується кислотність (рН).

Тепер здійснимо прогноз вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  з умовою, що концентрація у середовищі за оптимального варіанту – показник 1.53.

Моделювання проведемо в програмному середовищі Matlab, лістинг проведених розрахунків у програмі представляємо у праці [11].

```
>> A=[2.33 2.66 1.53 2.66; 2.01 2.11 1.22 1.97; 2.66 2.33 1.53 2.66; 2.11 1.22 1.97 2.01]
```

```
A =
    2.3300    2.6600    1.5300    2.6600
    2.0100    2.1100    1.2200    1.9700
    2.6600    2.3300    1.5300    2.6600
    2.1100    1.2200    1.9700    2.0100
```

```
>>
>> p1=[0 0 1 0]
```

```
p1 =
    0    0    1    0
```

```
>> p2=[p1*A]
```

```
p2 =
    2.6600    2.3300    1.5300    2.6600
```

Подаємо таблицю результатів проведеного моделювання (табл. 2).

Таблиця 2

Результати проведеного моделювання вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  у досліджуваному середовищі

Ймовірнісні переходи системи	Ймовірність показників $\text{NH}_4^+$ при можливому зниженні концентрації			
	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
K=1	2.6600	2.3300	1.5300	2.6600
K=2	20.5635	18.8020	14.4935	21.0821
K=3	168.7409	153.8611	118.1074	172.6666
K=4	1.3809	1.2593	0.9667	1.4132
K=5	1.1302	1.0307	0.7912	1.1566
K=6	9.2503	8.4358	6.4758	9.4663

Аналізуючи дані з проведеного моделювання, за умови вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  у водоймі встановлено, що у випадку зростання вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$ , зростає кислотність рН, а за зниження вмісту йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  – знижується кислотність (рН). Отже, представлені результати моделювання доводять, що найнижча концентрація йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  можлива на п'ятому ймовірнісному етапі досліджень від початку замірів з показниками: 1.1302; 1.0307; 0.7912; 1.1566. За такого співвідношення вмісту амонію  $\text{NH}_4^+$  показник рН буде в концентрації  $7,30 \pm 0,03$  (вода є слабколужною, що сприяє перебуванню вуглекислоти у формі гідрокарбонат-йону, забезпечуючи екологічно прийнятний газовий режим води), оскільки саме на цьому етапі досліджень концентрація амонію є найнижчою [4, 11].

**Оцінка взаємозв'язку концентрацій міді та водневого показника середовища. Кореляційний аналіз концентрації важких металів у воді та рівня водневого показника середовища.**

Щоб визначити залежність між досліджуваними об'єктами, використано метод кореляційного аналізу і метод парної кореляції за допомогою коефіцієнта Пірсона, який виглядає так:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Ми проводили кореляційний аналіз протягом року, поділивши рік на два сезони: перший сезон (весна-літо) і другий сезон (осінь-зима).  $x_i$  – концентрація Cu,  $y_i$  – показник рН води.

## ГІДРОБІОЛОГІЯ

Значення коефіцієнта Пірсона для досліджуваного нами металу та водневого показника середовища подано у таблиці (табл. 3, 4).

*Таблиця 3*

Кореляційна залежність між концентрацією міді та водневим показником води протягом весняно-літнього сезону

	Березень	Квітень	Травень	Червень	Липень	Серпень	Середнє
<b>Коефіцієнт Пірсона</b>	0.8	0.8	0.9	0.9	0.5	0.9	0,8

*Таблиця 4*

Кореляційна залежність між концентрацією міді та водневим показником води протягом осінньо-зимового сезону

	Вересень	Жовтень	Листопад	Грудень	Січень	Лютий	Середнє
<b>Коефіцієнт Пірсона</b>	0.9	0.8	0.9	0.8	0.6	0.6	0,8

Кореляційний аналіз свідчить про сильний взаємозв'язок між концентрацією міді і водневим показником води (коефіцієнт кореляції у середньому 0,8 у двох сезонах).

**Прогнозна математична модель залежності концентрації міді у воді та рівня водневого показника середовища.**

Створено прогнозу математичну модель залежності концентрації міді від водневого показника води у весняно-літньому сезоні. Для того, щоб створити прогнозу математичну модель, перш за все необхідно побудувати графік кореляційної залежності. Зведено досліджувані дані в таблицю (табл. 5). Згодом відклали точки на кореляційному полі і у нас вийшла лінійна регресія (рис. 3.).

*Таблиця 5*

Залежність концентрації міді від водневого показника води у весняно-літньому сезоні

	Березень	Квітень	Травень	Червень	Липень	Серпень
X (Концентрація Cu)	0,035	0,004	0,00333	0,003	0,00333	0,00233
Y (pH)	7,9	8,3	8,9	7,9	8,4	7,4

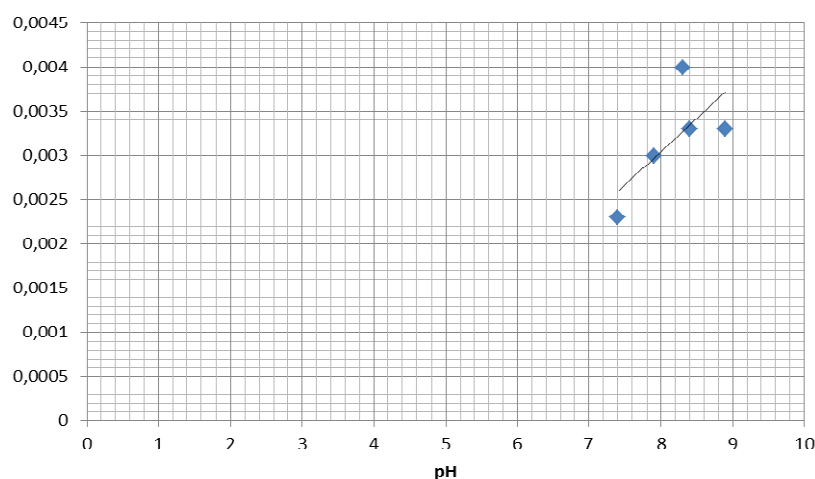


Рис. 3. Кореляційне поле досліджуваних явищ (рН і концентрація міді) весняно-літнього сезону.

Далі, щоб отримати прогнозу модель, було використано метод найменших квадратів. Рівняння виглядає так:

$$\begin{cases} \Sigma y = k\Sigma x + bn \\ \Sigma xy = k\Sigma x^2 + b\Sigma x \end{cases}$$

Із досліджуваних явищ було складено таблицю (табл. 6), яка необхідна для розв'язання рівняння регресії.

Таблиця 6

Статистична таблиця дослідження

x	y	xy	X <sup>2</sup>
0,035	7,9	0,2765	0,001225
0,004	8,3	0,0332	0,000016
0,00333	8,9	0,029637	0,000011
0,003	7,9	0,0237	0,000009
0,00333	8,4	0,027972	0,000011
0,00233	7,4	0,017242	0,0000054
<b>0,05099</b>	<b>48,8</b>	<b>0,408251</b>	<b>0,0012774</b>

$$\begin{cases} 48,8 = 0,05099k + 6b \\ 0,408251 = 0,0012774k + 0,05099b \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{48,8 - 0,05099k}{6} = 8,133 - 0,0084983k \\ 0,408251 = 0,0012774k + 0,05099(8,133 - 0,0084983k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 8,133 - 0,0084983k \\ 0,408251 = 0,0012774k + 0,4145487 - 0,0004333k \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 8,133 - 0,0084983k \\ k = \frac{0,408251 - 0,4145487}{0,0008441} = 7,46 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 8,0666 \\ k = 7,46 \end{cases}$$

Виходячи з розв'язаного рівняння, прогнозна математична модель залежності концентрації міді від водневого показника виглядає таким чином:

$$y = 7.46x - 8.0666$$

Згодом було обчислено кореляційну залежність між концентрацією міді у воді і водневим показником аналогічно для осінньо-зимового сезону. Перш за все було побудовано графік кореляційної залежності. Зводимо досліджувані дані в таблицю (табл. 7).

Таблиця 7

Залежність концентрації міді від водневого показника води в осінньо-зимовому сезоні

	Вересень	Жовтень	Листопад	Грудень	Січень	Лютий
X (Концентрація Cu)	0,003	0,005	0,00333	0,0026	0,001	0,001
Y (pH)	8,5	8,1	8,0	8,2	7,9	8,1

Використовуючи дані, наведені в таблиці (табл. 7), будуємо графік кореляційної залежності концентрації міді в осінньо-зимовий сезон від водневого показника середовища (рис. 4). Відклавши точки на кореляційному полі, подаємо лінійну регресію.



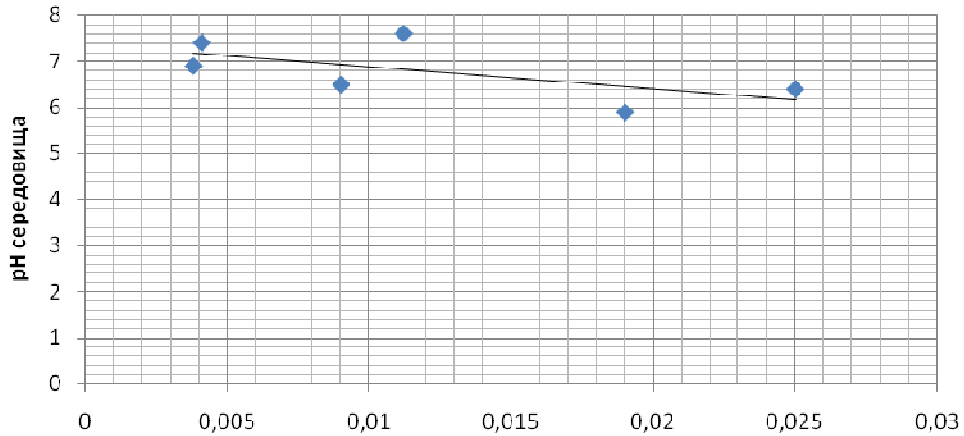


Рис.4. Кореляційне поле досліджуваних явищ (рН і концентрація міді) осінньо-зимового сезону

Щоб отримати прогнозу модель, ми використали метод найменших квадратів. Подаємо рівняння:

$$\begin{cases} \sum y = k \sum x + bn \\ \sum xy = k \sum x^2 + b \sum x \end{cases}$$

Із досліджуваних явищ було складено таблицю (табл. 8), яка необхідна для розв’язання рівняння регресії.

Таблиця 8

Статистична таблиця дослідження

x	y	xy	X <sup>2</sup>
0,0033	8,5	0,028	0,00001
0,005	8,1	0,04	0,000025
0,0033	8,0	0,0264	0,00001
0,0026	8,2	0,022132	0,00000676
0,001	7,9	0,0079	0,000001
0,001	8,1	0,0081	0,000001
<b>0,0162</b>	<b>48,8</b>	<b>0,132532</b>	<b>0,00005376</b>

$$\begin{cases} 48,8 = 0,0162k + 6b \\ 0,132532 = 0,00005376 + 0,0162k \\ b = \frac{48,8 - 0,0162k + 6b}{6} = 8,133 - 0,0027k \\ 0,132532 = 0,00005376 + 0,0162k \\ b = 8,133 - 0,0027k \\ 0,132532 = 0,00005376k + 0,1317546 - 0,00004374k \\ b = 8,133 - 0,0027k \\ k = \frac{0,132532 - 0,1317546}{0,00009674} = 8,03 \\ b = 8,111319 \\ k = 8,03 \end{cases}$$

Виходячи з розв’язаного рівняння, прогнозна математична модель залежності концентрації міді від водневого показника води виглядає так:

$$y = 8,03x - 8,11319$$

Доведено, що ця залежність є прямо пропорційна. Використання цієї прогнозної моделі дає нам можливість визначати приблизну концентрацію досліджуваного металу залежно від зміни водневого показника без додаткових досліджень.

### Висновки

Було здійснено моделювання та прогнозування майбутніх станів водозабору м. Ланівці на основі теорії ланцюгів Маркова. Представлені результати доводять, що найнижча концентрація йонів амонію  $\text{NH}_4^+$  можлива на п'ятому ймовірнісному етапі досліджень від початку замірів з показниками: 1.1302; 1.0307; 0.7912; 1.1566. У такому співвідношенні вмісту амонію  $\text{NH}_4^+$  показник рН буде в концентрації  $7,30 \pm 0,03$  (вода є слабколужною, що сприяє перебуванню вуглекислоти у формі гідрокарбонат-йону, забезпечуючи екологічно прийнятний газовий режим води), оскільки саме на цьому етапі досліджень концентрація амонію є найнижчою.

На основі екологічної системи річки Ріка Закарпатської області створено прогнозні математичні моделі динаміки водневого показника та концентрації міді у воді на наступні періоди, а також обраховано кореляційні залежності та прогнозні математичні моделі взаємозв'язку міді від водневого показника середовища протягом року. Кореляційний аналіз свідчить про сильний взаємозв'язок між концентрацією міді і водневим показником води (коефіцієнт кореляції в середньому 0,8 у двох сезонах). Ця залежність є прямо пропорційна. Використання цієї прогнозної моделі дає нам можливість визначати приблизну концентрацію досліджуваного металу залежно від зміни водневого показника без додаткових досліджень.

1. Вовк В. Математичні методи дослідження операцій в економіко-виробничих системах. Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. 584 с.
2. Дайджест ключових наслідків російської агресії для українського довкілля за 26 травня – 1 червня 2022 року. Офіційний сайт Міністерства захисту довкілля та природних ресурсів. 2022. URL: <https://mepr.gov.ua/news/39252.html> (дата звернення: 06.10.2023).
3. Джигирей В. Екологія та охорона навколишнього середовища. Київ : Знання, 2000. 203 с.
4. Екосистема зарегульованої водойми в умовах урбонавантаження: на прикладі Тернопільського водосховища / Грубінко В. та ін. Тернопіль : Вектор, 2013. 201 с.
5. Загвойська Л. Моделювання еколого-економічних систем: досягнення і проблеми. *Вісник Львівського університету. Серія економічна*. 2014. Вип. 51. С. 130–135.
6. Лаврик В. І. Методи математичного моделювання в екології : навч. посіб. для студ. екол. і біол. вищ. навч. закл. / В. І. Лаврик. Київ : Вид. дім «КМ АКадемія», 2002. 203 с.
7. Магарламов Г., Заикин А., Беляева Л. Прямой фенол-гипохлоритный метод определения глутаминазной активности. *Украинский биохимический журнал*. 1979. 51 (5). С. 549–551.
8. Методи гідроекологічних досліджень поверхневих вод. / Арсан О. та ін. Київ : Логос, 2006. 406 с.
9. Осадча Ю. Математичні методи в біології : навч. посіб. Київ : Національний університет біоресурсів і природокористування України, 2017. 601 с.
10. Рогатинський П., Гарматій Н. Математичні методи ринкової економіки для спеціалістів-кібернетиків. Тернопіль : Астон, 2015. 206 с.
11. Рогатинський П., Гарматій Н., Гуменюк Г. Модель оцінювання рівня комплексного використання та охорони водних ресурсів у гідроекосистемах з використанням теорії нечіткої логіки (на прикладі р. Збруч, Тернопільська обл., Україна). *Форум молодих економістів-кібернетиків: Міжнародна науково-методична конференція*. 2017. С. 90–93.
12. Романенко В. Основи гідроекології: підруч. для студ. еколог. і біолог. спец. Київ : Обереги, 2001. 728 с.
13. Arsan O. M., Davydov O. A., Diachenko T. M. Hydroecological research methods of surface waters. Kyiv : Lohos, 2006.
14. Dang T., Cochrane T., Arias M., Tri V. Future hydrological alterations in the Mekong Delta under the impact of water resources development, land subsidence and sea level rise. *Journal of Hydrology. Regional Studies*. 2018. 15:119–133. DOI: 10.1016/J.EJRH.2017.12.002.
15. Funtowicz O., Ravetz J. A new scientific methodology for global environmental issues Ecological economics. *The science and management of sustainability*. 1991. 10:137–152.
16. Minderhoud P. et al. Impacts of 25 years of groundwater extraction on subsidence in the Mekong delta, Vietnam. *Environmental Research Letters*. 2017. 12(6):1–13. DOI: 10.1088/1748-9326/aa7146.

17. Scanlon B. et al. Global evaluation of new GRACE mascon products for hydrologic applications. *Water Resources Research*. 2016. 52: 9412–9429. DOI: 10.1002/2016WR019494.
18. Thurston R., Russo R. C., Smith C. Acute toxicity of ammonia and nitrite to cutthroat trout fry. *Transactions of the American Fisheries Society*. 1978. 107(3): 361–368.
19. Thurston R., Russo R., Vinogradov G. Ammonia toxicity. Effect of pH on the toxicity of the un-ionized ammonia species. *Environmental Science & Technology*. 1981. 15(5): 837–840.
20. Wada Y. et al. Modelling global water use for the 21st century. The Water Futures and Solutions (WFaS) initiative and its approaches. *Geoscientific Model Development*. 2016. 9:175–222. DOI: 10.5194/gmdd-8-6417-2015.
21. Waetzold F., Drechsler M., Armstrong C. Ecological-Economic Modeling for Biodiversity Management: Potential, Pitfalls and Prospects. *Conservation Biology*. 2006. 20(4):1034–1041.

## References

1. Vovk V. Matematychni metody doslidzhennia operatsii v ekonomiko-vyrobnychkh systemakh. Lviv : Vydavnychi tsestr LNU im. Ivana Franka, 2006. 584 s. [in Ukrainian]
2. Daydzhest kluchovykh naslidkiv rosiyskoi ahresii dlia ukrainskoho dovkillia za 26 travnia – 1 chervnia 2022 roku. Ofitsiynyi sayt Ministerstva zakhystu dovkillia ta pryrodnykh resursiv. 2022. URL: <https://mepr.gov.ua/news/39252.html> (data zvernennia: 06.10.2023). [in Ukrainian]
3. Dzhyhyrei V. Ekolohiia ta okhrona navkolyshnoho seredovyshcha. Kyiv : Znannia, 2000. 203 s. [in Ukrainian]
4. Ekosystema zarehulovanoi vodoimy v umovakh urbonavantazhennia: na prykladi Ternopilskoho vodoshkvyshcha / Hrubinko V. ta in. Ternopil : Vektor, 2013. 201 s. [in Ukrainian]
5. Zahvoiska L. Modeliuvannia ekoloho-ekonomichnykh system: dosiahnennia i problemy. *Visnyk Lvivskoho universytetu. Serii ekonomichna*. 2014. Vyp. 51. S. 130–135. [in Ukrainian]
6. Lavryk V. I. Metody matematychnoho modeliuvannia v ekolohii : navch. posib. dlia stud. ekol. i biol. vyshch. navch. zakl. / V. I. Lavryk. Kyiv : Vyd. dim «KM AKademiia», 2002. 203 s. [in Ukrainian]
7. Magarlamov G., Zaikin A., Beliaeva L. Priamoi fenol-gipokhloritnyi metod opredeleniia glutaminaznoi aktivnosti. *Ukrainskii biokhimicheskii zhurnal*. 1979. 51(5). S. 549–551. [in Russian]
8. Metody hidroekolohichnykh doslidzhen poverkhnevnykh vod. / Arsan O. ta in. Kyiv : Lohos, 2006. 406 s. [in Ukrainian]
9. Osadcha Yu. Matematychni metody v biologii : navch. posib. Kyiv : Natsionalnyi universytet bioresursiv i pryrodokorystuvannia Ukrainy, 2017. 601 s. [in Ukrainian]
10. Rohatynskiy R., Harmatii N. Matematychni metody rynkovoï ekonomiky dlia spetsialistiv-kibernetikyv. Ternopil : Aston, 2015. 206 s. [in Ukrainian]
11. Rohatynskiy R., Harmatii N., Humeniuk H. Model otsiniuvannia rivnia kompleksnoho vykorystannia ta okhrony vodnykh resursiv u hidroekosystemakh z vykorystanniam teorii nechitkoi lohiky (na prykladi r. Zbruch, Ternopil'ska obl., Ukraina). *Forum molodykh ekonomistiv-kibernetikyv: Mizhnarodna naukovometodychna konferentsiia*. 2017. S. 90–93. [in Ukrainian]
12. Romanenko V. Osnovy hidroekolohii: pidruch. dlia stud. ekoloh. i biolog. spets. Kyiv : Oberehy, 2001. 728 s. [in Ukrainian]
13. Arsan O. M., Davydov O. A., Diachenko T. M. Hydroecological research methods of surface waters. Kyiv : Lohos, 2006.
14. Dang T., Cochrane T., Arias M., Tri V. Future hydrological alterations in the Mekong Delta under the impact of water resources development, land subsidence and sea level rise. *Journal of Hydrology. Regional Studies*. 2018. 15:119–133. DOI: 10.1016/J.EJRH.2017.12.002.
15. Funtowicz O., Ravetz J. A new scientific methodology for global environmental issues Ecological economics. *The science and management of sustainability*. 1991. 10:137–152.
16. Minderhoud P. et al. Impacts of 25 years of groundwater extraction on subsidence in the Mekong delta, Vietnam. *Environmental Research Letters*. 2017. 12(6):1–13. DOI: 10.1088/1748-9326/aa7146.
17. Scanlon B. et al. Global evaluation of new GRACE mascon products for hydrologic applications. *Water Resources Research*. 2016. 52: 9412–9429. DOI: 10.1002/2016WR019494.
18. Thurston R., Russo R. C., Smith C. Acute toxicity of ammonia and nitrite to cutthroat trout fry. *Transactions of the American Fisheries Society*. 1978. 107(3): 361–368.
19. Thurston R., Russo R., Vinogradov G. Ammonia toxicity. Effect of pH on the toxicity of the un-ionized ammonia species. *Environmental Science & Technology*. 1981. 15(5): 837–840.
20. Wada Y. et al. Modelling global water use for the 21st century. The Water Futures and Solutions (WFaS) initiative and its approaches. *Geoscientific Model Development*. 2016. 9:175–222. DOI: 10.5194/gmdd-8-6417-2015.

21. Waetzold F., Drechsler M., Armstrong C. Ecological-Economic Modeling for Biodiversity Management: Potential, Pitfalls and Prospects. *Conservation Biology*. 2006. 20(4):1034–1041.

<sup>1</sup>H. B. Humeniuk, <sup>2</sup>N. M. Harmatii, <sup>1</sup>B. B. Sokil, <sup>1</sup>V. O. Khomenchuk, <sup>1</sup>V. V. Hrubinko,  
<sup>1</sup>O. B. Matsuik, <sup>1</sup>R. L. Yavorivskyi, <sup>1</sup>O. S. Voloshyn

<sup>1</sup>Ternopil Volodymyr Hnatiuk National Pedagogical University, Ukraine

<sup>2</sup>Ternopil National Technical University, Ukraine

#### MODELING THE DYNAMICS OF COMPONENTS OF FRESHWATER HYDROECOSYSTEMS (ON THE EXAMPLE OF THE RIVER RIKA IN THE TRANSCARPATHIAN REGION AND THE WATER INTAKE OF LANIVTSI IN THE TERNOPIL REGION)

The state of the national economy resulting from the war with the Russian Federation, apart from economic losses, has led to significant ecological catastrophes in hydro ecosystems. For contemporary researchers in the field of environmental and hydroecological system studies in Ukraine, new challenges have arisen in conducting research in the face of external threats. Therefore, the use of modern research methods with mathematical tools allows for the prediction of quantitative and qualitative characteristics of the studied environmental objects. The application of modern economic-mathematical modeling tools has allowed for the forecasting of the content of ammonia in water bodies of the Ternopil region for continuous monitoring and improvement of the situation, as well as the reduction of harmful substances in the water supply of the town of Lanivtsi.

The data from the conducted modeling have been analyzed under the condition of the content of ammonium ions  $\text{NH}_4^+$  in the water body: as the content of ammonium ions  $\text{NH}_4^+$  increases, the acidity (pH) also increases, and when the content of ammonium ions  $\text{NH}_4^+$  decreases, the acidity (pH) decreases. The presented results of modeling demonstrate that the lowest concentration of ammonium ions  $\text{NH}_4^+$  is possible at the fifth probabilistic stage of research from the beginning of measurements with indicators: 1.1302; 1.0307; 0.7912; 1.1566. In this context, in such a ratio of ammonium  $\text{NH}_4^+$  content, the pH value will be in the range of  $7.30 \pm 0.03$  (the water is weakly alkaline, promoting the presence of carbonic acid in the form of bicarbonate ions, ensuring an environmentally acceptable gas regime in the water), since it is at this stage of research that the concentration of ammonium is the lowest. The use of the methodology of economic-mathematical modeling based on the theory of Markov chains has allowed determining the probability of forecast values of ammonium  $\text{NH}_4^+$  ion content and hydrogen indicator (pH) of the studied water body for the nearest periods. The use of modern modeling and prediction methods based on the theory of Markov chains allows for the prediction, continuous monitoring, and adjustment of the environmental state of the studied object when the components in the studied water body change.

A forecast of the concentration of copper in water and the dynamics of the hydrogen indicator for the next year was made, as well as a correlation between the concentration of copper in water and the hydrogen indicator of the environment was established using the example of the Rika River in the Transcarpathian region during the year. The identified features can be used in the development of recommendations for assessing the level of toxicity and methods of biomonitoring of hydroecosystems.

*Key words: accumulation of nitrogen, phosphorus and metal compounds, monitoring, anthropogenic impact, ecological status, water quality forecasting.*

Надійшла 02.11.2023.