

ПРИЧОРНОМОРСЬКИЙ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ІНСТИТУТ
ЕКОНОМІКИ ТА ІННОВАЦІЙ

ІННОВАЦІЙНА ПЕДАГОГІКА

Науковий журнал

Випуск 97



Видавничий дім
«Гельветика»
2026

Головний редактор:

Крамаренко Ірина Сергіївна – кандидат педагогічних наук, старший дослідник, начальник відділу, Державна наукова установа «Інститут модернізації змісту освіти», Україна

Члени редакційної колегії:

Баженков Євген Володимирович – кандидат наук з фізичного виховання та спорту, доктор економічних наук, доцент, директор, Державна наукова установа «Інститут модернізації змісту освіти», Україна

Балахтар Валентина Візиторівна – кандидат педагогічних наук, доктор психологічних наук, доцент, професор, професор кафедри психології, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна

Пушкарьова Тамара Олексіївна – доктор педагогічних наук, професор, член-кореспондент Національної академії педагогічних наук України, головний науковий співробітник відділу STEM-освіти, Інститут педагогіки Національної академії педагогічних наук України, Україна

Хоружа Людмила Леонідівна – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри освітології та психолого-педагогічних наук факультету педагогічної освіти, Київський столичний університет імені Бориса Грінченка, Україна

Шаров Сергій Володимирович – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютерних наук, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, Україна

Шарова Тетяна Михайлівна – доктор філологічних наук, професор, професор кафедри суспільно-гуманітарних наук, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, Україна

Шапошникова Ірина Василівна – доктор соціологічних наук, професор, декан факультету психології, історії та соціології, професор кафедри філософії, соціології та соціальної роботи, Херсонський державний університет, Україна

Алісаускіене Мілда – доктор соціальних наук, професор, професор кафедри політології та соціології, Університет Вітовта Великого (Литовська Республіка)

Терешкінас Артурас – доктор соціальних наук, професор, професор кафедри соціології, Університет Вітовта Великого (Литовська Республіка)

Електронна сторінка видання – www.innovpedagogy.od.ua

Рекомендовано до друку та поширення через мережу Internet
Вченою радою Причорноморського науково-дослідного інституту
економіки та інновацій (протокол № 8 від 31.08.2026 року)

Журнал включений до Переліку наукових фахових видань України відповідно до Наказу МОН України № 928 від 11 червня 2026 року (додаток 12) строком на три роки з 01 червня 2026 року по 31 травня 2029 року з присвоєнням категорії «Б».

Кластер: Розвиток людського капіталу, соціальні науки та журналістика

Спеціальності: А1 Освітні науки, А2 Дошкільна освіта, А3 Початкова освіта, А4 Середня освіта (за предметними спеціальностями), А5 Професійна освіта (за спеціалізаціями), А6 Спеціальна освіта (за спеціалізаціями)

Журнал включено до міжнародної наукометричної бази Index Copernicus International (Республіка Польща)

Реєстрація суб'єкта у сфері друкованих медіа: Рішення Національної ради України з питань телебачення і радіомовлення № 1552 від 09.05.2024 року (Ідентифікатор медіа R30-04409)

Суб'єкт у сфері друкованих медіа: Приватна установа «Причорноморський науково-дослідний інститут економіки та інновацій» (вул. Інглезі, буд. 6/1, оф. 135, м. Одеса, 65101, info@iei.od.ua, тел. +38 (093) 120-27-72)

Мови видання: українська, англійська, польська, німецька, французька.

Міжнародний цифровий ідентифікатор журналу: <https://doi.org/10.32782/2663-6085>

Розінкевич Н.В. ПРОЄКТНЕ НАВЧАННЯ В ЛІТЕРАТУРНІЙ ОСВІТІ: СТВОРЕННЯ КАРТОГРАФІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ХУДОЖНЬОГО ТЕКСТУ.....	101
Хохлова Л.Г., Хома Н.Г. ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ.....	108
Швець Б.Ю. ВИКОРИСТАННЯ ГЕНЕРАТИВНОГО ШІ ЯК ІННОВАЦІЙНОГО ЗАСОБУ НАВЧАННЯ АНГЛОМОВНОГО МЕДІАПИСЬМА.....	112
Шикітка Г.М., Маляр Л.В., Лагодич М.І. СИНЕРГІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ТА МОВНО-ЛІТЕРАТУРНОЇ ОСВІТИ В УМОВАХ ЦИФРОВІЗАЦІЇ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ.....	118
Юрчак Ю.М., Михайлюк Ю.О., Сінкевич С.В., Бомбергер В.Г. РОЛЬ СТАТУТІВ ЗСУ У ФОРМУВАННІ ЛІДЕРСЬКИХ ЯКОСТЕЙ КОМАНДИРІВ ТАКТИЧНОЇ ЛАНКИ: ПЕДАГОГІЧНИЙ ВИМІР.....	124

РОЗДІЛ 3. КОРЕКЦІЙНА ПЕДАГОГІКА

Литвин І.М. СИСТЕМА ЛОГОПЕДИЧНОГО СУПРОВОДУ ДІТЕЙ З ПОРУШЕННЯМИ МОВЛЕННЄВОГО РОЗВИТКУ В ЗАКЛАДАХ РІЗНОГО ТИПУ.....	129
Надоєва О.А. ТРАНСФОРМАЦІЯ ОСВІТНИХ ПАРАДИГМ НАВЧАННЯ ДІТЕЙ З РОЗЛАДАМИ АУТИСТИЧНОГО СПЕКТРА: ВІД СЕГРЕГАЦІЙНИХ ПРАКТИК ДО ІНКЛЮЗІЇ.....	134

РОЗДІЛ 4. ТЕОРІЯ І МЕТОДИКА ПРОФЕСІЙНОЇ ОСВІТИ

Baibakova I.M., Hasko O.L. COGNITIVE APPROACH AND AI TECHNOLOGIES AS THE INNOVATIVE PARADIGM STRATEGIES IN THE HIGHER SCHOOL ENGLISH LANGUAGE EDUCATION.....	138
Бойченко В.В. СТРУКТУРНО-ЗМІСТОВНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ ПЕДАГОГА.....	142
Горголь В.П., Росенко Н.О. МЕТОДИКА РОЗВИТКУ МУЗИКАЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ БАЛЬНОГО ТАНЦЮ.....	152
Заболотній О.А., Шкодин А.В. МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ГЕОІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ QGIS У ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ.....	157
Ковальська К.В., Воловик Л.М. СУЧАСНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ У ЗЕМЛЕЗНАВСТВІ: GIS, ШКІЛЬНІ ПРОЄКТИ ТА ЦИФРОВІ РЕСУРСИ ДЛЯ ВЧИТЕЛЯ.....	166
Кравченко О.Л., Старова Т.В., Столяренко В.Г., Щука Н.М. ІННОВАЦІЙНІ ПІДХОДИ ДО ПІДГОТОВКИ СУЧАСНОГО ВЧИТЕЛЯ ХІМІЇ	171
Онищенко І.В. АКМЕОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ МОТИВАЦІЇ ДО ПРОФЕСІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В МАЙБУТНІХ ПЕДАГОГІВ.....	177
Пухальська Г.А., Мельниченко Т.Є., Кондрашова О.В. ПЕДАГОГІЧНІ ПРОБЛЕМИ РОЗВИТКУ НАВИЧОК НАУКОВО-ДОСЛІДНИЦЬКОЇ РОБОТИ ЗДОБУВАЧІВ ДРУГОГО (МАГІСТЕРСЬКОГО) РІВНЯ У ЗАКЛАДІ ВИЩОЇ ОСВІТИ АВІАЦІЙНОГО ПРОФІЛЮ.....	184
Шамало С.М., Чухрай С.М. СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО ПІДГОТОВКИ СТУДЕНТІВ-ПЕДІАТРІВ ДО СКЛАДАННЯ ЛІЦЕНЗІЙНОГО ІНТЕГРОВАНОГО ІСПИТУ «КРОК 1» З ДИСЦИПЛІНИ «ГІСТОЛОГІЯ, ЦИТОЛОГІЯ ТА ЕМБРІОЛОГІЯ».....	189

ВИКОРИСТАННЯ ЦИФРОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

USING DIGITAL TOOLS IN THE STUDY OF LINEAR ALGEBRA

У статті досліджено актуальну проблему модернізації методики викладання лінійної алгебри у закладах освіти в умовах інтенсивної цифровізації освітнього простору. Авторами проаналізовано ключові виклики традиційного навчання, серед яких виокремлено високу абстрактність математичних концептів, значні часові затрати на рутинні монотонні обчислення великої розмірності та відірваність теоретичного матеріалу від реальної практичної діяльності майбутніх фахівців. Обґрунтовано, що оптимальним розв'язанням цих проблем є інтеграція сучасних інтерактивних геометричних середовищ та систем комп'ютерної алгебри. У роботі запропоновано та детально описано авторську чотириетапну модель навчання «Жива лінійна алгебра», яка базується на концептах: Look (Візуалізація), Interact (Взаємодія), Verify (Верифікація) та Explore (Дослідження).

Основну увагу приділено методиці використання динамічного середовища GeoGebra. Продемонстровано, як інструменти візуалізації (зокрема, інтерактивні повзунки) дозволяють сформувати у студентів інтуїтивне геометричне розуміння матриць як трансформації простору, детермінанта – як фізичної величини зміни площі чи об'єму, а власних векторів – як інваріантних напрямків. Досліджено можливості GeoGebra CAS для автоматизації рутинних розрахунків та реалізації підходу «відлагодження помилок» (debugging), що зміщує акцент із механічного рахунку на аналітичне мислення. Показано, що студенти не витрачають навчальний час на нудне додавання чисел у таблицях, а фокусуються на сенсі математичних операцій.

Розглянуто практичне застосування STEM-підходу через дослідницькі проекти комп'ютерної графіки. Відзначено переваги мультимедійності GeoGebra, яка функціонує на смартфонах і в браузері, дозволяючи студентам експериментувати з моделями прямо під час лекцій. Доведено, що впровадження моделі знижує «математичну тривожність», забезпечує гейміфікацію навчання та підвищує професійну компетентність.

Ключові слова: лінійна алгебра, цифрові інструменти, GeoGebra, візуалізація, матричні перетворення, STEM-підхід.

The article examines the pressing issue of modernizing the teaching methodology for linear algebra in educational institutions amidst the rapid digitalization of the educational landscape. The authors analyze key challenges associated with traditional instruction, highlighting the high level of abstraction inherent in mathematical concepts, the significant time consumed by routine, repetitive high-dimensional calculations, and the disconnect between theoretical material and the actual practical work of future professionals. It is argued that the optimal solution to these problems lies in the integration of modern interactive geometry environments and computer algebra systems. The paper proposes and details an original four-stage learning model titled "Live Linear Algebra," based on the concepts of Look (Visualization), Interact (Interaction), Verify (Verification), and Explore (Exploration). The primary focus is on the methodology of using the dynamic environment GeoGebra. It is demonstrated how visualization tools (specifically, interactive sliders) enable students to develop an intuitive geometric understanding of matrices as spatial transformations, the determinant as a physical measure of changes in area or volume, and eigenvectors as invariant directions. The capabilities of GeoGebra CAS were investigated for automating routine calculations and implementing a "debugging" approach, which shifts the focus from mechanical computation to analytical thinking. It is shown that students do not waste valuable study time on the tedious addition of numbers in tables but instead focus on the meaning of mathematical operations. The practical application of the STEM approach through computer graphics research projects is also examined. The advantages of GeoGebra's multi-platform nature are highlighted; it operates on smartphones and in web browsers, enabling students to experiment with models directly during lectures. It has been demonstrated that implementing this model reduces "math anxiety," gamifies the learning process, and enhances professional competence.

Key words: linear algebra, digital tools, GeoGebra, visualization, matrix transformations, STEM approach.

УДК 378.16:51

DOI <https://doi.org/10.32782/ip/97.17>

Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу CC BY 4.0



Хохлова Л.Г.,

orcid.org/0000-0002-9818-1051

канд. фіз.-мат. наук, доцент,
доцент кафедри математики
та методики її навчання
Тернопільського національного
педагогічного університету
імені Володимира Гнатюка

Хома Н.Г.,

orcid.org/0000-0003-2981-0296

канд. фіз.-мат. наук, доцент,
доцент кафедри економічної
кібернетики та інформатики
Західноукраїнського національного
університету

Постановка проблеми. Сучасний етап розвитку освіти характеризується інтенсивною цифровізацією та необхідністю формування у майбутніх фахівців високого рівня професійних компетентностей [5, с. 10]. Лінійна алгебра є одним із фундаментів математичної підготовки студентів, оскільки її апарат (матричне числення, системи лінійних рівнянь, векторні простори) активно використовується у комп'ютерній графіці, аналізі даних (Data Science), машинному навчанні та криптографії.

Однак традиційна методика викладання цієї дисципліни часто стикається із серйозними викликами [1, с. 7]:

– труднощі з візуалізацією таких понять, як лінійна залежність, базис, власні значення або лінійні перетворення;

– значні затрати навчального часу на технічні й монотонні розрахунки великої розмірності (наприклад, знаходження оберненої матриці 4×4 чи розв'язання СЛАР методом Гаусса вручну), що знижує мотивацію та відволікає від розуміння суті математичних концептів;

– відірваність від практики: студенти не завжди бачать зв'язок між теоретичними теоремами та їхнім прикладним застосуванням у майбутній професії.

Використання сучасних цифрових інструментів (систем комп'ютерної алгебри, інтерактивних геометричних середовищ, мов програмування Python/R з відповідними бібліотеками) дозволяє автоматизувати рутинні обчислення, забезпечити динамічну візуалізацію складних концептів та змістити акцент з «механічного рахунку» на аналітичне мислення та інтерпретацію результатів.

Дане дослідження безпосередньо пов'язане з реалізацією стратегічних завдань щодо модернізації освіти в Україні в контексті цифровізації та інтеграції в європейський освітній простір. Воно відповідає вимогам професійних стандартів підготовки фахівців, де вміння поєднувати математичний апарат із цифровими технологіями є критично важливим для розв'язання прикладних та дослідницьких задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Аналіз наукових праць останніх років дозволяє виокремити кілька ключових напрямів, у яких працюють дослідники, та оцінити їхній внесок у розв'язання цієї проблеми. Перший напрям пов'язаний з візуалізацією абстрактних концепцій та використанням динамічних середовищ (GeoGebra, Desmos). Зокрема, праці науковців А. Ковальчука та О. Мельника присвячені впровадженню інноваційних комп'ютерних технологій у фундаментальну підготовку студентів. Розвиваючи цей напрям, О. Шевченко детально описує експериментальне впровадження середовища GeoGebra при вивченні розділу «Лінійна алгебра та аналітична геометрія» для здобувачів освіти.

У свою чергу, у працях В. Григоренка акцентовано увагу на важливості автоматизації рутинних обчислень задля зміщення фокусу навчання на побудову та аналіз реальних прикладних математичних моделей.

Дослідники Чун Кван Ло, Бхуван Пант обґрунтували, що використання динамічних повзунків (sliders) та візуальної аналітики допомагає студентам здійснювати самостійний пошук та досліджувати зв'язки між алгебраїчним та геометричним представленням матриць. Науковці Абебайеху Йоханнес та Сю-Лін Чень підкреслюють, що така візуалізація мінімізує «математичну тривожність» студентів.

Інший пласт досліджень фокусується на автоматизації рутинних обчислень та розвитку критичного мислення за допомогою комп'ютерної алгебри. Дослідники Крістофер Ларсон та Клас Андерсон довели, що поєднання концептуальних завдань із комп'ютерними обчисленнями змінює фокус сприйняття предмета: студенти перестають сприймати лінійну алгебру як набір сухих алгоритмів (на кшталт методу Гаусса) і починають розуміти її прикладну суть.

Попри наявність ґрунтовних праць, присвячених візуалізації та автоматизації обчислень у вищій

математиці, залишається недостатньо вивченою проблема визначення оптимального балансу між традиційними аналітичними методами (ручними обчисленнями, які розвивають логічне мислення) та цифровими інструментами під час вивчення саме лінійної алгебри.

Недостатньо розробленими є конкретні методичні рекомендації та системи наскрізних завдань, де б використання цифрового інструментарію логічно доповнювало, а не замінювало теоретичний фундамент курсу.

Метою статті є розробка та методичний аналіз ефективної моделі інтеграції цифрових інструментів на основі середовища GeoGebra у процес вивчення лінійної алгебри для підвищення рівня розуміння абстрактних концептів та формування професійної компетентності майбутніх фахівців.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Розглянемо модель інтеграції «Жива лінійна алгебра». Ця модель базується на чотирьох етапах: Look (Візуалізація), Interact (Взаємодія), Verify (Верифікація) та Explore (Дослідження).

На першому етапі метою є формування інтуїтивного розуміння матриць через геометрію [2, с. 85]. Для початку відкриваємо заздалегідь підготовлений або створюємо з нуля простий аплет у GeoGebra (двовимірне полотно 2D Graphics). Студенти бачать стандартну декартову систему координат: два базові (одичні) вектори. На цих векторах будується одичний квадрат із вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$. Площа цього квадрата дорівнює 1. Налаштовуємо динамічну матрицю перетворення $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, де значення a , b , c , d прив'язані до чотирьох інтерактивних повзунків (sliders). Початкові значення повзунків: $a=1$, $b=0$, $c=0$, $d=1$.

Далі здійснюємо демонстрацію «Куди падають базисні вектори». Іншими словами показуємо, що будь-яка матриця – це не просто випадковий набір чотирьох чисел. Перший стовпець матриці показує, куди перемістився стандартний одичний вектор $\vec{i}$ (який лежав на осі X), а другий стовпець – куди перемістився вектор $\vec{j}$ (який лежав на осі Y). Мета цієї демонстрації в тому, щоб студенти усвідомили: те, що матриця зробила з двома базовими векторами, теж саме вона зробить з усім простором.

Змінюючи коефіцієнти матриці, ілюструємо кілька класичних геометричних операцій: масштабування – студенти бачать, як квадрат розтягується по горизонталі та по вертикалі; зсув – квадрат перетворюється на паралелограм; поворот – квадрат і вектори плавно обертаються навколо початку координат.

Ключовим моментом етапу візуалізації є розуміння детермінанта як фізичної величини [9, с. 215]. В GeoGebra вмикається динамічний текст, який

виводить поточну площу трансформованого квадрата (паралелограма) та паралельно обчислює значення детермінанта. Цікавим є експеримент «Стиснення простору». Викладач виставляє повзунки так, щоб вектори колінеарно лягли на одну лінію. Студенти наочно бачать, як квадрат спресувався в одну лінію. Його площа тепер дорівнює 0. Визначник матриці автоматично став рівним 0.

Отже, робимо висновок: якщо детермінант нульовий, матриця «стискає» двовимірний світ в одновимірну лінію (або точку), і повернути цей процес назад (знайти обернену матрицю) неможливо, бо інформацію втрачено.

Далі переходимо від площини до простору (3D-проекція) [3, с. 225]. Для закріплення ефекту перемикаємо GeoGebra в режим 3D Graphics. Замість одиничного квадрата з'являється одиничний куб і три вектори базового базису в просторі. За допомогою матриці 3×3 викладач показує, як простір деформується, а детермінант тепер відповідає за зміну об'єму цього куба (паралелепіпеда).

На другому етапі студенти вчаться кодувати матричні операції та бачити їхній миттєвий результат [4, с. 120]. У полі вводу CAS студенти вчаться записувати матриці мовою коду GeoGebra. Досліджують операції: додавання, множення матриць, знаходження оберненої матриці, транспонування. Методичний ефект полягає в тому, що комп'ютер рахує за доли секунди. Студенти не витрачають час на арифметичні помилки, а натомість досліджують властивості: наприклад, вони можуть миттєво перевірити, що множення матриць залежить від порядку розташування матриць.

Потужною частиною другого етапу є візуалізація рівняння виду $AX = B$ в 3D як перетину площин. Будь-яке лінійне рівняння з трьома невідомими (наприклад, $2x + 3y - z = 5$) геометрично є площиною нескінченною площиною у тривимірному просторі. Система з трьох таких рівнянь ($AX = B$) – це три площини, що існують одночасно. Програма будує ці три площини в 3D-режимі і студенти наочно бачать три фундаментальні випадки. Система має один єдиний розв'язок – три площини перетинаються в одній-єдиній точці (як три стіни, що сходяться в кутку кімнати). Координати цієї точки (x, y, z) і є тим самим єдиним розв'язком системи. Система має безліч розв'язків – площини перетинаються так, що утворюють одну спільну лінію (уявіть розгорнуту книгу: кожна сторінка – це площа, а корінець книги – це лінія їхнього перетину). Оскільки лінія складається з нескінченної кількості точок, то й розв'язків у системи безліч. Система не має розв'язків (суперечлива система) – площини можуть бути паралельними одна одній (як поверхи будинку) або перетинатися попарно в різних місцях, але не мати жодної спільної точки для всіх трьох площин одночасно. Якщо немає спільної

точки перетину – рівняння не мають спільної відповіді.

У лінійній алгебрі студенти часто страждають від «синдрому арифметичної помилки». Вони можуть ідеально розуміти алгоритм (наприклад, метод Гаусса), але десь на початку випадково додати $2 + 3 = 6$. Через це весь подальший величезний розрахунок (на 2 сторінки зошита) «летить шкереберть», а відповідь у кінці виявляється неправильною. Це демотивує.

Третій етап пропонує підхід, запозичений із програмування, – відлагодження (debugging). Студент більше не боїться помилитися, бо має інструмент, який допомагає знайти точне місце, де він схибив [11, с. 5690]. Він робить, наприклад, перші два кроки зведення матриці вручну. Потім вводить отриману проміжну матрицю в GeoGebra і просить програму зробити решту. Якщо комп'ютер і зошит далі сходяться – студент спокійний і впевнений. Якщо ні – помилку зроблено саме на цих перших двох кроках. Цей етап змінює менталітет студента. Математика перестає бути стресом типу «вгадав/не вгадав». Студент навчається самоконтролю, аналітичного мислення та культури пошуку власних помилок, що є критично важливою навичкою для будь-якого майбутнього фахівця [6, с. 114].

Четвертий етап – фінальний, творчо-дослідницький етап навчання. Його мета – відповісти на одвічне питання студентів: «Навіщо ми вчимо лінійну алгебру і де вона знадобиться в реальному житті?» [8, с. 3].

Розглянемо завдання: запрограмувати обертання 3D-об'єкта навколо довільної осі за допомогою матриць та повзунка. Де це працює в реальності? Це основа розробки комп'ютерних ігор (3D-рушії типу Unity чи Unreal Engine), 3D-моделювання (Blender, 3ds Max) та створення спецефектів у кіно. Коли персонаж у грі повертає голову або автомобіль заносить на повороті, відеокарта (GPU) у цей самий момент робить мільйони множень матриць на координати точок цього об'єкта. Розв'язуючи завдання, студенти в GeoGebra створюють складну матрицю тривимірного повороту. Коли вони рухають повзунок (кут повороту), програма перераховує координати кожної вершини 3D-моделі. Студенти бачать, як формули лінійної алгебри буквально «оживляють» тривимірний об'єкт на екрані.

Цікавим є завдання на власні вектори та власні значення. Суть полягає в тому, щоб знайти вектори, які при дії матриці не звертають у бік, а лише змінюють свою довжину. Це одна з найскладніших для абстрактного розуміння тем у лінійній алгебрі, але GeoGebra робить її очевидною. Простими словами, якщо уявити, що розтягується еластична тканина в різні боки, то більшість ниток нахилиються під новими кутами. Але знайдуться кілька ниток (векторів), які не змінять свого напрямку, а просто

Таблиця 1

Переваги моделі

Зміна фокусу з рутини на аналітику	Мультиплатформенність	Гейміфікація навчання
Студенти не витрачають 80% часу на нудне додавання трицифрових чисел у таблицях 4×4 , а фокусуються на сенсі операцій.	GeoGebra безкоштовна, працює на смартфонах, планшетах і в браузерях. Студент може поекспериментувати з матрицями прямо під час лекції на телефоні.	Створення динамічних моделей перетворює суху алгебру на інтерактивну лабораторію.

втягнутися або стиснутися. Оці «стійкі» напрямки і є власними векторами, або елітною командою векторів цієї матриці. А коефіцієнт їхнього розтягнення – це власне значення. Команда Eigenvectors(A) миттєво підсвічує «елітні» вектори на екрані. Студент бачить як увесь простір крутиться і викривляється, а ці кілька ліній залишаються непохитними, тримаючи на собі всю геометрію трансформації.

Де це працює в реальності? Саме за допомогою власних векторів величезних матриць Google визначає, які сайти в інтернеті є найважливішими і мають бути першими в пошуку. Стиснення зображень (JPEG) використовує власні значення, щоб викинути непотрібні деталі з картинки та зменшити її розмір без помітної втрати якості.

Висновки. Запропонована модель «Жива лінійна алгебра» забезпечує оптимальний баланс між фундаментальною теоретичною підготовкою (ручними обчисленнями) та цифровими інноваціями. Завдяки безкоштовності та мультиплатформенності середовища GeoGebra, розроблений підхід є легко відтворюваним, доступним для використання на будь-яких пристроях (включаючи смартфони студентів безпосередньо під час лекцій) та ефективно гейміфікує освітній процес. Перспективи подальших досліджень у цьому напрямі полягають у розробці комплексного практикуму лабораторних робіт із лінійної алгебри, який би комбінував візуалізаційні можливості GeoGebra із поглибленим аналізом матриць великої розмірності у системах MATLAB для розв'язання реальних задач.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

- Жалдак М. І., Тріус Ю. В., Франчук В. М. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: сучасний стан і перспективи розвитку. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання*. Київ : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2023. Вип. 26. С. 5–21.
- Корольський В. В., Кіяшко Д. О. Особливості візуалізації абстрактних понять лінійної алгебри засобами динамічних математичних середовищ у

підготовці майбутніх інженерів. *Сучасні цифрові технології в освіті : збірник матеріалів Міжнародної науково-практичної конференції*. Полтава : ПУЕТ, 2024. С. 84–88.

- Ракушев А. В., Макара Ю. М. Візуалізація концептів лінійної алгебри засобами хмароорієнтованих геометричних середовищ. *Актуальні питання гуманітарних наук: міжвузівський збірник наукових праць молодих учених Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка*. Дрогобич : Видавничий дім «Гельветика», 2023. Вип. 60, т. 4. С. 222–228.
- Семеріков С. О., Вакалюк Т. А., Минко С. В. Застосування GeoGebra CAS для формування дослідницьких компетентностей студентів під час вивчення вищої математики. *Інформаційні технології і засоби навчання*. Київ : Інститут цифровізації освіти НАПН України, 2024. Т. 99, № 1. С. 114–132.

- Цифрова трансформація вищої освіти: теорія, методика, практика : монографія / за заг. ред. А. В. Ковальчука, О. М. Мельника. Хмельницький : Вид-во Університету економіки та підприємництва, 2026. 248 с.
- Шевченко О. В. Методичні особливості використання динамічних геометричних середовищ у курсі вищої математики. *Збірник наукових праць Університету економіки та підприємництва. Серія: Педагогічні науки*. 2026. Вип. 14. С. 112–119.

- Concrete-pictorial-Abstract approach: Fostering understanding in mathematics / N. H. Lee, C. Seto, A. R. Ridzuan, L. S. Tan. *Mathematics Teaching in Singapore*. Singapore : World Scientific, 2022. P. 35–51.
- Larsson K., Andersson K. Testing the use of variation theory in teaching critical thinking—a field experimental study. *Instructional Science*. 2025. P. 1–22.

- Pant B. Exploring the effectiveness of GeoGebra applets in mathematics education: An action research. *International Journal of Research – GRANTHAALAYAH*. 2021. Vol. 9, iss. 4. P. 214–223.
- Tackling 3D problems in virtual classrooms: an exploratory study of synchronous online mathematics instruction with GeoGebra / L. C. Yeung, X. Huang, G. Chen, C. K. Lo. *Frontiers in Education*. 2026. Vol. 11. Art. No. 1811079.

- Yohannes A., Chen H. L. GeoGebra in mathematics education: a systematic review of journal articles published from 2010 to 2020. *Interactive Learning Environments*. 2023. Vol. 31, no. 9. P. 5682–5697.

-

-

-

-

Дата першого надходження статті до видання: 07.07.2026
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 05.08.2026
Дата публікації (оприлюднення) статті: 31.08.2026