ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Дмитерко А.
Науковий керівник – доц. Грод І.М.

МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОКРОКОВИХ ПРОЦЕСІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ПРИКЛАДАХ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ

Актуальність проблеми. В перших працях, присвячених вивченню багатокрокових процесів прийняття рішень, відзначали, що для не дуже широкого класу задач, алеякі часто зустрічаються, ні методи класичного математичного аналізу, ні лінійне програмування, ні варіаційне числення не дають достатньо ефективних методів розв'язання. Була створена концепція динамічного програмування, яка дозволяла з єдиної точки зору дослідити питання багатокрокового методу прийняття рішень. Вона виявилась досить ефективною для аналізу і чисельного розв'язку задач певного типу.

Метою роботи є пояснення методів розв'язання деяких типів економічних задач, які не вписуються в рамки лінійного програмування, розкриття характерних рис динамічного програмування.

Задача покрокової оптимізації (задача ДП) формулюється так: *визначити таке допустиме управління* X *, яке переводить систему* S із початкового стану s_0 в стан $s^\wedge$, при якому цільова функція $Z=\sum_{k=1}^{n} f_k(s_{k-1}, X_k)$ приймає найбільше (найменше) значення.Виділимо особливості моделі ДП: задача оптимізації інтерпретується як n-кроковий процес управління; цільова функція дорівнює сумі цільових функцій кожного кроку; вибір управління на k -му кроці залежить тільки від стану до цього кроку, не впливає на попередні кроки (немає оберненого зв'язку); стан s_k після k -го кроку управління залежить тільки від попереднього стану s_{k-1} і управління X_k (відсутність післядії).

На кожному кроці управління X_k залежить від скінченого числа управлінських змінних, а стан s_k – від скінченого числа параметрів.

Який би не був стан s системи в результаті деякої кількості кроків, на найближчому кроці треба вибирати управління так, щоб воно у сукупності з оптимальним управлінням на всіх наступних кроках приводило б до оптимального виграшу на всіх кроках, що залишилися, включаючи даний.

Розглянемо задачупро завантаження, яка дозволить познайомитися з характерними рисами динамічного програмування.

Нехай потрібно завантажити деякий об'єкт вантажопідйомністю *W* вантажем, який складається з предметів ***N*** різноманітних типів. Введемо наступні позначення:P_i– вага одного предмету *i*-го типу;V_i– вартість предмету *i* -го типу;x_i–кількість предметів *i*-го типу, що завантажуються.

Поставивши питання про завантаження об'єкту вантажем максимальної вартості, приходимо до наступної екстремальної задачі:

$$\text{знайти } max\sum_{i=1}^{N} x_i V_i$$

при умовах:

1) $\sum_{i=1}^{N} x_i P_i \leq W$ (вага вантажу не перевищує вантажопідйомністьоб'єкта);

2) $x_i = 0,1,2,\ldots$ (предмети неподільні).

Якщо б не друга умова, ми мали би справу із задачею лінійного програмування. Присутність цієї умови не дозволяє використати методи лінійного програмування.

Для того, щобкращезрозуміти схему розв'язку, будемоописуватиїї в термінахзадачі, яку ми розглядаємо, тобто, на мові «завантаженняоб'єкту». При цьому для нас вигідноодразу ж узагальнити задачу – розглядатиїї не длязаданоївантажопідйомностіоб'єкту, а для будь-якоївантажопідйомностіW.Спочатку будемо завантажувати об'єкт лише предметами одного типу. Тоді максимальна вартість вантажу (позначимо її $f_1(W)$) визначається так:

$$f_1(W) = max\{x_1 V_1\}$$

при умовах:

1'. $x_1 P_1 \leq W$;

2'. $x_1 = 0,1,2,\ldots$

Так як $x_1 \leq \frac{W}{P_1}$, а для знаходження максимуму потрібно x_1взяти якогомога більшим, то зрозуміло, що $x_1 = \left[\frac{W}{P_1}\right]$і $f_1(W) = [\frac{W}{P_1}]V_1$– її графіком єступінчаста лінія (у вигляді сходинків).

Ми визначили, чому дорівнює максимальна вартість вантажу, якщо вся вантажопідйомність

*W*витрачається на вантаж першого типу. Тепер розглянемо завантаження предметами першого і другого типів, позначаючи максимальну вартість в цьому випадку через $f_2(W)$. Якщо предметів другого типу взято x_2, то предметів першого типу по вазі об'єкту можна взяти не більше ніж $W - x_2P_2$. Їхня максимальна вартість дорівнює $f_1(W - x_2P_2)$.Загальна вартість завантаження в цьому варіанті буде $x_2V_2 + f_1(W - x_2P_2)$. Залишається знайти x_2. Зрозуміло, що величина $f_2(W)$– максимальна вартість вантажу, що складається з предметів першого та другого типів, визначається як максимум для всіх варіантів вибору x_2– формулою

$$f_2(W) = \max_{0 \le x_2 \le [\frac{W}{P_2}]} \{x_2V_2 + f_1(W - x_2P_2)\}$$

Продовжуючи аналогічно, тобто щоразу, до вже наявних, додаючи предмети ще одного типу, через N кроків прийдемо до такого співвідношення:

$$f_N(W) = \max_{0 \le x_N \le [\frac{W}{P_N}]} \{x_NV_N + f_{N-1}(W - x_NP_N)\}$$

З отриманих рекурентних співвідношень можна послідовно знайти функції $f_1(W), f_2(W), \dots, f_N(W)$, а разом з ними чисельний розв'язок поставленої задачі. Використовуючи конкретний приклад, ми можемо на основі створеної програми отримати конкретні результати (рис.1).

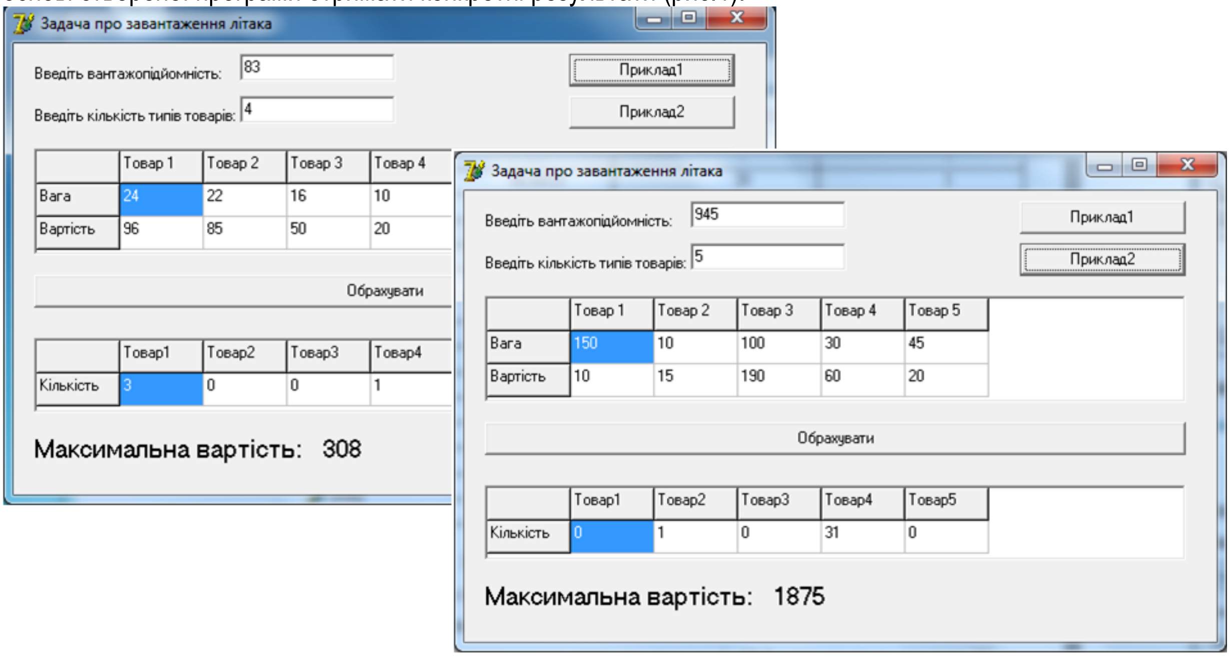

Рис.1. Перейдемо до більш загального опису багатокрокових процесів прийняття рішень.

Розглянемо задачу розподілу ресурсів. Є деяка кількість ресурсу x, яку можна використати N різними способами. Ресурси можуть бути різної природи (гроші, машини, люди, земля, тощо) так, як і способи їх використання. В розглянутій вище задачі ресурсом є вантажопідйомність, а способи використання – можливість завантаження різними типами предметів.

Якщо позначити через x_i кількість ресурсу, що використовується *i*-м способом, то кожному способу ставиться у відповідність функція корисності $\phi_i(x_i)$, яка виражає дохід на цьомукроці (в задачі про завантаження $\phi_i(x_i) = V_i[\frac{x_i}{P_i}]$). Припускається, що всі доходи вимірюються в однакових одиницях і загальний дохід рівний сумі доходів, отриманих від використання кожного способу.

Тепер можна виписати задачу в математичній формі: знайти

$$max\{\phi_1(x_1) + \phi_2(x_2) + \dots + \phi_N(x_N)\}$$

загальний дохід від використання ресурсів всіма способами при умовах:

$x_1 \ge, \dots, x_N \ge 0$ (кількість ресурсів невід'ємна);

$x_1 + x_2 + \dots + x_N = x$ (загальна кількість ресурсів дорівнюєx).

Переходимо до розв'язання задачі. Так як максимальний дохід залежить лише від x (кількості ресурсів) і N (числа способів), можемо записати

$$f_N(x) = \max_{x_i}\{\sum_{i=1}^{N} \phi_i(x_i)\},\text{де}$$

$$x_i \ge 0 \; i \; \sum_{i=1}^{N} x_i = x.$$

Функція $f_N(x)$виражає максимальний дохід, який можна отримати, використовуючи кількість ресурсу *xN* різними способами.Очевидно, що

$$f_1(x) = max\phi_1(x_1) = \phi_1(x).$$

Легко отримати рекурентне співвідношення, яке пов'язує $f_k(x)$і $f_{k-1}(x)$. Дійсно, нехай $x_k(0 \leq x_k \leq x)$ – кількість ресурсу, що використовується *k*-м способом. Для *(k-1)* способів залишається кількість ресурсу$x - x_k$. Так, як ми хочемо використати ці ресурси якнайкраще, то дохід від них складе $f_{k-1}(x - x_k)$. Зрозуміло, що x_kпотрібно вибрати так, щоб максимізувати сумарний дохід від *k*-го і від перших (k-1) способів, тобто

$$f_k(x) = \max_{0 \leq x_k \leq x}\{\phi_k(x_k + f_{k-1}(x - x_k))\}\text{для } k = 2,3,\ldots,N. \qquad (*)$$

При виведенні цих рекурентних співвідношень використовувався наступний очевидний принцип: оптимальна стратегія володіє тією властивістю, що для будь якого початкового стану і деякого початкового етапу розв'язування наступні розв'язки повинні складати оптимальну стратегію відносно стану, до якого прийшли в результаті початкового етапу розв'язання. Цей принцип, що отримав назву принципу оптимальності, лежить в основі всієї концепції динамічного програмування.

Співвідношення (*) дозволяє замінити трудомістке обчислення максимуму по *N* змінних у вихідній задачі розв'язком *N* задач, в кожній з яких максимум знаходиться лише по одній змінній. Зїхньоюдопомогоюможнарозв'язатизадачі, якііншими шляхами неможливорозв'язати.

Висновки. Ми розглянули характерні риси динамічного програмування на прикладі конкретних задач.Здійснили загальний опис багатокрокових процесів прийняття рішень. Однак повинні зауважити, що із збільшенням розмірності об'єм обчислень швидко росте.

Є ще багато інших задач, які не вкладаються в рамки лінійного програмування і тому в цьому напрямку можна ще багато працювати, а результати нашої роботи можна використовувати у вищій школі при вивченні таких курсів як комп'ютерне моделювання, чисельні методи, математична економіка.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. - К.: КНЕУ, 2001. - 248 с.
2. Зайченко Ю. П.Дослідження операцій: Підручник. — 4-те вид., перероб. і допов. — К., 2000. — 688 с.
3. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н.; Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. Исследование операций в экономике: учеб. Пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ, 2002. — 407 с.
4. Наконечний С. І., Савіна С. С.Математичне програмування: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2003. — 452 с.

Якимишин Т.

Науковий керівник – проф. Павлишин Л.Г

ЖИТТЯ І СМЕРТЬ: ЄДНІСТЬ І БОРОТЬБА ДВОХ СИЛ

Кожна людина повинна особисто пережити пошуки свого сенсу. При цьому йдеться про вибір життєвого шляху або принаймні про вироблення загальної основи життя. Майже щодня ми зустрічаємося з вибором: є чи нема смислу робити те або інше, чи є сенс іти туди або зустрічатись з тим, хто нам не до вподоби. Такі вибори не зачіпають глибинних цінностей, таких як, скажімо, варто чи не варто жити взагалі. Люди звертаються до подібних альтернатив у кризові періоди перебігу своєї біографії. Видатний іспанський філософ і поет Мігель де Унамуно писав так: «Той, хто думає, що він упевнений у тому, неначе смерть навіки припинить існування його особистої свідомості, його пам'яті, мабуть і сам не знає про те, що в найпотаємнішій схованці душі у нього залишається тінь, легка тінь тіні невпевненості, і в той час як він говорить собі: «То ж давай, живи це коротке життя, адже іншого не буде!», мовчання цієї схованки говорить йому: «Хто знає!..» [1, с.55].

Під «сенсом життя» відображується змістовна наповненість життя, розуміння свого призначення у соціальному світі та в світі загалом, цільова спрямованість, ціннісна орієнтованість, те, ради чого варто проживати власне життя. Поява смисложиттєвої, або, як інколи пишуть у таких випадках, екзистенційної проблематики в історії людської духовності свідчить про зростання свободи людини, якщо під свободою розуміти можливість вибору. Дана проблема перебувала у полі зору низки науковців, серед яких *Л.Павлишин, І. Декун, С.Титаренко, Н. Мотрошилова, П. Гайденко, Т.Лютий.*

Мета статті полягає глибинному підході до з'ясування смислу життя, сутності людини та їхній діалектичній єдності.

Актуальність дослідження зумовлена посиленим інтересом до даної проблематики, особливо у період суспільно-політичних протистоянь.

У суспільній свідомості існує досить поширена думка, що сенс життя слід пов'язувати з націленістю на щастя, радість, насолоду тощо, а також, що постійним супутником і водночас критерієм відсутності смислу є нудьга. Але абстрактне щастя, непевна радість або насолода не можуть стати справжнім, дієвим смислом, що суцільно наповнює життя, адже вони є скоріш вторинним, похідним від якоїсь справи, емоційним переживанням підйому від звершеної конкретної дії. Туманні марення суцільною радістю і щастям в житті ґрунтуються на бажанні позбавитись сьогоденних нестатків і страждань, пригорнутися до надійної заступи. Все це зрозуміло й простимо, якщо не забувати, що будь-яка досягнута на сьогодні купель щастя й насолоди також може