«Поцікавтесь!». Навчальний блок для допитливих учнів, який є не обов'язковим для виконання. Завдання цього блоку розвивають спостережливість, уяву, логічне та розумове мислення, стимулюють інтерес до астрономії, бажання до самостійного здобуття додаткових знань про Всесвіт, до практичних умінь та навичок, а також до опрацювання довідкової та наукової інформації. (Рис. 3).

6. Впишіть назви найближчих галактик, що входять до нашої Місцевої групи.

Рис. 3. Приклад завдання із навчального блоку «Поцікавтесь!»

Робочий зошит із друкованою основою з астрономії містить завдання різного рівня складності, частина з яких (за рішенням вчителя) може бути виконана як на уроці, так і вдома. Робота з зошитом покликана допомогти учневі правильно зрозуміти предмет і систематизувати отримані знання з астрономії.

Висновки. Розробка робочого зошита із друкованою основою з астрономії є цілком сучасним способом ведення навчального процесу. Безперечні переваги: перевірка засвоєння матеріалу, контроль розумової діяльності учнів, перевірка отриманих знань, уроки проходять більш різноманітно, а як наслідок цього підвищений інтерес учнів, можливість виправляти помилки в момент, коли вони робляться, підвищення пізнавальної самостійності в учнів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Дорошенко Ю. О., Осіпа Л. В. Робочий зошит з інформатики як засіб формування самоосвітньої компетентності учнів // Проблеми сучасного підручника: зб. наук. праць. – К.: Педагогічна думка. – 2015. – Вип. 15. – Ч. 1.
2. Эрганова Н. Е. Методика профессионального обучения: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Н. Е. Эрганова. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 160 с.
3. Майорова І. Г. Визначення та класифікація робочих зошитів / І.Г.Майорова // Вісник післядипломної освіти. – 2011. – № 4 (17). – С.78-85.
4. Майорова І. Г. Використання робочих зошитів як засобу підвищення ефективності професійної підготовки: Метод. рекомендації. – Донецьк: ІПО ІПП УМО – 2012. – 38с.
5. Посібник для викладачів професійно-теоретичної підготовки «Методика розробки та застосування робочого зошита з предмету»: Казанка: Професійний аграрний ліцей, 2016 – 27с.
6. Стародубцев В. А., Медведева М.К. Чтение лекций с применением аудиовизуальных средств и раздаточных материалов / В.А.Стародубцев, М.К. Медведева // Инновации в образовании. – 2009. – №1. – С 58-66.
7. Ханипова Е. Х. Рабочая тетрадь как дидактическое средство обучения // Инновации в науке: сб. ст. по матер. L междунар. науч.-практ. конф. №10 (47). – Новосибирск: СибАК, 2015.

Кравчук П.
Наук. керівник – доц. Галан В. Д.

ПОБУДОВА ІНТЕРПОЛЯЦІЙНО-АПРОКСИМАЦІЙНИХ МНОГОЧЛЕНІВ НАЙКРАЩОГО РІВНОМІРНОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ З СІМОМА ТОЧКАМИ ЧЕБИШЕВСЬКОГО АЛЬТЕРНАНСУ

Доволі часто на практиці виникає потреба знаходження значень складних функцій. Зробити це безпосередньо буває важко. Простішою задачею, у цьому випадку, є побудова інтерполяційно-апроксимаційного многочлена для цієї функції, значення якого відрізнятимуться від значення функції на незначну величину.

Нижче знайдемо сім точок чебишевського альтернансу [1;12], за допомогою яких, та наведеного алгоритму для будь-якої гладкої на відрізку функції можна побудувати інтерполяційно-апроксимаційний многочлен, близький до многочлена найкращого рівномірного наближення [1;9].

Нехай f неперервно-диференційована на відрізку $\left[x_0; x_0+h\right]$ $(x_0, h \in R; h>0)$ функція. x — змінна, $x \in [0;1]$ $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_6$ — набір точок, які задовольняють умову:

$$0 \le \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_6 \le 1 \tag{1}$$

$p_5(x)$ — многочлен п'ятого степеня найкращого рівномірного наближення [1;9].

Позначимо через $R_5(x)$ — функцію, яка є задається рівністю

$$R_5(x) = f(x_0 + xh) - p_5(x) =$$

$$= \frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} f(x_0+xh) & 1 & x & x^2 & \dots & x^5 & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^5 & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^5 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(x_0+\theta_6 h) & 1 & \theta_6 & \theta_6^2 & \dots & \theta_6^5 & 1 \end{vmatrix}, \tag{2}$$

де

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^5 & 1 \\ 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^5 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \theta_6 & \theta_6^2 & \dots & \theta_6^5 & 1 \end{vmatrix}$$

Із теореми Чебишева [1;12] матимемо, що $p_5(x)$ буде многочленом найкращого рівномірного наближення, якщо існує система точок (1), в яких виконуються умови:

1. $R_5(\theta_0) = -R_5(\theta_1) = R_5(\theta_2) = -R_5(\theta_3) = \dots = R_5(\theta_6)$.

(3)

2. $R_5(\theta_i) = \max\limits_{x \in [0;1]} \left|R_5(x)\right|$, $i = \overline{0,6}$.

(4)

Для функції $R_5(x)$ справедливі наступні твердження.

<u>*Теорема 1.*</u> Із рівності (2) $R_5(x)$ визначається однозначно.

<u>*Теорема 2.*</u> Для $R_5(x)$ при будь-якому наборі точок (1) $R_5(\theta_i) = -R_5(\theta_{i+1})$, $i = \overline{0,5}$.

Отже, для $R_5(x)$ умови (3) виконуються. Тоді задача зводиться до наступної: потрібно знайти таку систему точок (1), яка буде задовольняти умову (4). Враховуючи (2) та рівність

$$p_5(x) = -\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 0 & 1 & x & x^2 & \dots & x^5 & 0 \\ f(x_0+\theta_0 h) & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \dots & \theta_0^5 & 1 \\ f(x_0+\theta_1 h) & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \dots & \theta_1^5 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(x_0+\theta_6 h) & 1 & \theta_6 & \theta_6^2 & \dots & \theta_6^5 & 1 \end{vmatrix}, \tag{5}$$

яка легко отримується із (2), можна побудувати многочлен $p_5(x)$ та знайти $R_5(\theta_i)$, $i = \overline{0,6}$.

Для знаходження системи точок θ_i ($i = \overline{0,6}$) виконаємо наступні дії: із умов (4) отримаємо, що

$$R_5'(\theta_i) = 0 \; (i = \overline{0,6}). \tag{6}$$

Припустимо, що функція $f(x_0 + xh)$ має неперервні похідні до сьомого порядку включно. Розкладемо функцію $f(x_0 + xh)$ в ряд Маклорена в околі точки x_0. Обмежившись першими сімома членами цього ряду, врахувавши (6) та властивості визначників, отримаємо наступну систему рівнянь для знаходження системи точок (1):

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2\theta_0 & 3\theta_0^2 & 4\theta_0^3 & 5\theta_0^4 & 6\theta_0^5 \\ 1 & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \theta_0^3 & \theta_0^4 & \theta_0^5 & \theta_0^6 \\ -1 & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \theta_1^3 & \theta_1^4 & \theta_1^5 & \theta_1^6 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \theta_6 & \theta_6^2 & \theta_6^3 & \theta_6^4 & \theta_6^5 & \theta_6^6 \end{vmatrix} = 0 \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2\theta_1 & 3\theta_1^2 & 4\theta_1^3 & 5\theta_1^4 & 6\theta_1^5 \\ 1 & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \theta_0^3 & \theta_0^4 & \theta_0^5 & \theta_0^6 \\ -1 & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \theta_1^3 & \theta_1^4 & \theta_1^5 & \theta_1^6 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \theta_6 & \theta_6^2 & \theta_6^3 & \theta_6^4 & \theta_6^5 & \theta_6^6 \end{vmatrix} = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2\theta_6 & 3\theta_6^2 & 4\theta_6^3 & 5\theta_6^4 & 6\theta_6^5 \\ 1 & 1 & \theta_0 & \theta_0^2 & \theta_0^3 & \theta_0^4 & \theta_0^5 & \theta_0^6 \\ -1 & 1 & \theta_1 & \theta_1^2 & \theta_1^3 & \theta_1^4 & \theta_1^5 & \theta_1^6 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \theta_6 & \theta_6^2 & \theta_6^3 & \theta_6^4 & \theta_6^5 & \theta_6^6 \end{vmatrix} = 0 \end{cases} \qquad (7)$$

Розв'язавши систему (7) отримаємо точки:

$\theta_0 = 0;$

$\theta_1 = 0.06698729810778;$

$\theta_2 = 0.25;$

$\theta_3 = 0.5;$

$\theta_4 = 0.75;$

$\theta_5 = 0.93301270189222;$

$\theta_6 = 1.$

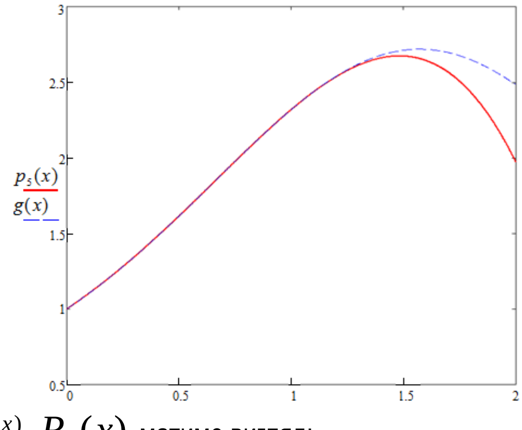
Побудуємо многочлен найкращого рівномірного наближення для функції $y = e^{\sin(x)}$. Підставимо вище знайдені точки в вираз (5). Розкривши даний визначник отримаємо многочлен:

$$p_5(x) = 0.017720698388678114194x^5 - 0.26040124265396402267x^4 +$$

$$+0.081313943241723995195x^3 + 0.47924677924211918169x^2 +$$

$$+1.0018643127151629211x + 0.99994847631186913823$$

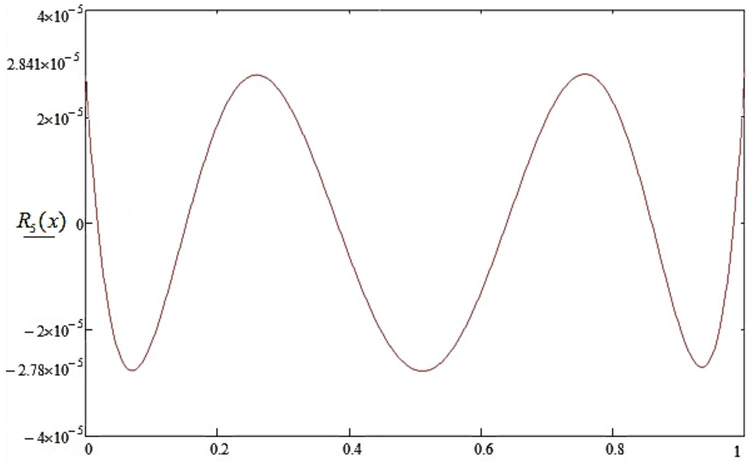
Побудуємо графіки функцій $g(x) = e^{\sin(x)}$ та $p_5(x)$.



Для функції $g(x) = e^{\sin(x)}$ $R_5(x)$ матиме вигляд:

$$R_5(x) = -0.017720698388678114194x^5 + 0.26040124265396402267x^4 - 0.081313943241723995195x^3 -$$
$$-0.47924677924211918169x^2 - 1.0018643127151629211x + 0.99997609836337743214e^{\sin(x)} -$$
$$-0.99994847631186913823$$

Для того, щоб переконатися в справедливості умов теореми Чебишева [1;12] побудуємо графік $R_5(x)$:



Отже, ми знайшли таку систему точок, за допомогою якої можна побудувати інтерполяційно-апроксимаційний многочлен для будь якої гладкої функції на заданому відрізку.

ЛІТЕРАТУРА

1.Дзядык В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. – М.: Наука, 1977. – 512с.
2.Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – 632с.
3.Чебишев П.Л. Теория механизмов, известных под названием параллелограммов. Полн. собрание сочинений. – Изд. АНСССР, М. – Л., 1948.– Т.2. – С.23–51.

Кузьмінчук Т.
Науковий керівник – доц. Громяк М.І.

РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ДЛЯ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

По теорії лінійних інтегро-диференціальних рівнянь побудований відповідний навчальний курс на механіко-математичному факультеті Київського національного університету імені Т.Г. Шевченка. Побудова ж теорії для розв'язання слабко збурених інтегро-диференціальних систем була запропонована І.А.Бондар у роботі [1], яка детально описала методи розв'язання таких задач, та запропонувала їх практичне застосування. Але, оскільки, це є порівняно новий доробок математиків київської школи, то доцільно побудувати серію прикладів, що відображатимуть теорію розв'язання лінійних слабко збурених систем інтегро-диференціальних рівнянь, які у подальшому можуть бути використані у навчальній програмі студентів фізико-математичних факультетів класичних університетів.

Розглянемо слабко збурену лінійну неоднорідну систему інтегро- диференціальних рівнянь вигляду:

$$x'(t) - \Phi(t)\int_a^b \left[A(s)x(s) + B(s)x'(s)\right]ds = \qquad (1)$$
$$= f(t) + \varepsilon\int_a^b \left[K(t,s)x(s) + K_1(t,s)x'(s)\right]ds,$$

де $A(s)$, $B(s) - (m\times n) -$, $\Phi(t) - (n\times m) -, f(t) - (n\times 1) -, K(t,s),\ K_1(t,s) - (n\times n)$ — вимірні матриці, компоненти яких належать простору $L_2[a,b]$; вектор-стовпчики матриці $\Phi(t)$ — лінійно-незалежні на $[a,b]$.

Припускається, що породжуюча система, яку отримують з (1) при $\varepsilon = 0$

$$x'(t) - \Phi(t)\int_a^b \left[A(s)x(s) + B(s)x'(s)\right]ds = f(t) \qquad (2)$$

не має розв'язків при довільних неоднорідностях $f(t) \in L_2[a,b]$

Існування розв'язку слабкозбуреної інтегро-диференціальної системи (1) істотно залежить від $(d_1 \times r_1)$ - вимірної матриці