

2. Муқан Н. В. Неперервна педагогічна освіта вчителів загальноосвітніх шкіл. Професійне становлення та розвиток (на матеріалах Великої Британії, Канади, США). Л.: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка». 2010. 283 с.

3. Bybee R. W., Loucks-Horsley S. Advancing technology education: the role of professional development. *The Technology Teacher*. 200. No 60 (2). P. 31–34.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ПОПУЛЯЦІЇ В РАМКАХ МОДЕЛІ ФЕРХЮЛЬСТА

**Дмитерко Анатолій Тарасович**

магістрант спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика),  
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,  
dmyterko\_at@fizmat.tnpu.edu.ua

**Грод Інна Миколаївна**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформатики та методики її навчання,  
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,  
grodin@fizmat.tnpu.edu.ua

Не існує жодної популяції, чисельність якої не зазнавала б змін. Дискретні значення цієї величини можуть бути отримані з експериментальних даних (лабораторних або польових).

Процес моделювання динаміки популяції залежить, як правило, від двох основних компонент: хороший блок експериментальних даних і знання про екологію виду. У випадку з моделюванням динаміки жука *Carabus arvensis* Herbst (польова жужелиця) ми зіштовхуємося із ситуацією, коли довгостроковий неперервний ряд даних про чисельність популяції відсутній.

Дані, які були отримані під час літніх польових практик, мають істотну, і що саме основне, різну похибку. Це видно по зміні інтервалу чисельності (від 220 в 2005 р до 550 в 2015). Крім того, обліки проводяться з великою різницею в часі. За цей час фактори, що впливають на чисельність, сильно змінюються як якісно, так і кількісно.

В роботах різних авторів по дослідженню динамік популяцій використовуються різні моделі (модель Мальтуса [4], модель Ферхюльста [3], модель Леслі [1], модель Рікера [2] тощо), які можуть, з тими чи іншими поправками, бути використані в якості основних для прогнозування чисельності популяції жуків. Після аналізу особливостей різних моделей була вибрана модель Ферхюльста.

Ідея Ферхюльста [3] полягала в накладанні на експоненціальний ріст, який виражений формулою, деякого фактору, що характеризує уповільнення росту популяції. Найпростіше із можливих припущень, полягає в тому, що швидкість росту рівна не  $r$ , а  $r(1 - N/K)$ , і визначає уповільнення росту. В цьому випадку логістичне диференціальне рівняння набуде такого вигляду

$$\frac{dN}{dt} = rN - \frac{rN^2}{K} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right).$$

Враховуючи, що для реальної моделі деякі параметри в цій формулі також можуть залежати від часу і ця залежність не може бути виражена в аналітичному

вигляді, використання розрахунків за рекурентною формулою є більш сприятливим варіантом

$$N_{t+1} = N_t \left[ 1 + r \left( 1 - \frac{N_t}{K} \right) \right].$$

Тут  $K$  – константа, яка позначає верхню границю збільшення чисельності популяції, і називається верхньою асимптотою для  $S$ -образної кривої. Величину  $K$  також називають гранично допустимим навантаженням на середовище, або густиною середовища для даної популяції. Ітераційний крок для розрахунків – 1 рік.

Формально розрахунок по моделі Ферхюльста з урахуванням просторового розподілу всіх параметрів виглядає так:

$$N(t+1) = \sum_{i=0}^m N(t)_i * \left\{ 1 + \sum_{i=0}^m r(t)_i * \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=0}^m N(t)_i}{\sum_{i=0}^m K(t)_i} \right\} \right\}$$

де  $m$  – загальна кількість просторових комірок, на які розбита площа дослідження. У формулі використовуються параметри  $r(t)$  і  $K(t)$ . У загальному випадку будемо вважати, що ці параметри не тільки просторово розподілені, але є функціями від часу, таким чином ми маємо можливість закладати зміну цих параметрів внаслідок зміни параметрів середовища або передбачуваної міри по керуванню популяцією.

Загальна формула для розрахунку виглядає так:

$$N(t+1)_i = N(t)_i * \left\{ 1 + r(t)_i * \left\{ 1 - \frac{N(t)_i}{K(t)_i} \right\} \right\}$$

Стартова чисельність ( $N(t_0)$ ). В якості даних при розподілі цього параметру були використані максимальні густини жуків, зафіксовані з 2005 по 2015 роки.

Робота по створенню моделі динаміки жука виявила деякі проблеми в даних, які необхідні для більш точної роботи в моделі. Один із ключових параметрів (ємність угідь) потребує серйозного уточнення. Необхідно розглянути декілька підходів в оцінці цього параметра і оцінити, наскільки точно зараз ми можемо визначити стан кормової бази для жуків. Це один із ключових факторів для оцінки ємності угідь.

Ще один потенційний напрямок по покращенню моделі – це введення механізму внутрішньопопуляційної міграції жуків. В даний час дуже мало даних по чисельних оцінках цього явища і не розроблена сама модель такого механізму.

Отримані в результаті обчислення значення або відповідали даним спостереження, або відрізнялися від них з незначною похибкою, фіксуючи збільшення чисельності за 10 років приблизно в 1,5 рази. Картина змінилася для періоду спостережень від 2008 року. Модель дала чергове збільшення чисельності за 9 років в 1,4 рази, тоді як дані дослідження показали тенденцію до стабілізації чисельності популяції.

Після 2013 року деякий час продовжується незначний ріст чисельності популяції. В 2017 році результати дослідження добре узгоджуються з останніми даними обліку. Згідно моделі, чисельність популяції стабілізується після 2020 року (рис. 1).

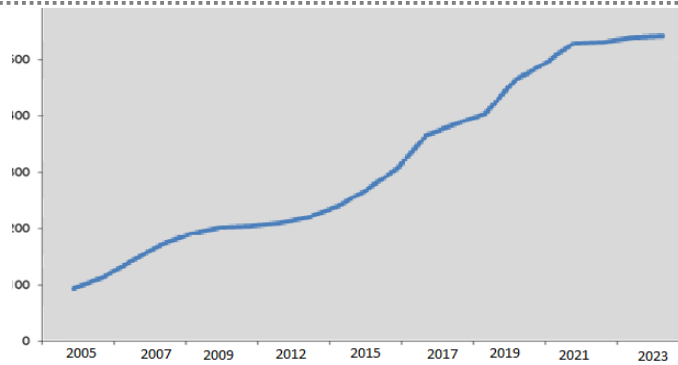


Рис. 1. Оцінка чисельності популяції жуків з 2005 по 2022 рр.

Модель не описує чисельність популяції на інших територіях. Всяка популяція може переживати не тільки фази росту і стабілізації, але і фазу падіння чисельності. Зміни в майбутньому можливі в двох напрямках, причому одночасно. В сторону зменшення – внаслідок зменшення території для існування. В сторону збільшення – внаслідок збільшення кормової бази і покращення умов проживання.

Отримані результати мають важливе практичне значення для прогнозування зміни чисельності різних біологічних видів.

Безпосередньо для реалізації моделі були написані відповідні скрипти на мові Python.

### Список використаних джерел

1. Leslie P.H. On the use of matrices in certain population mathematics / *Biometrika*.– 1945.–V.33, N3.– P.183-212.
2. Ricker, W. E. Stock and Recruitment // *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*. – 1954. – Т. 11, № 5. – С. 559–623
3. Verhulst, P. F., *Recherches Mathématiques sur La Loi D'Accroissement de la Population, Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles*, 18, Art. 1, 1-45, 1845 (Mathematical Researches into the Law of Population Growth Increase)
4. Коротчаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. *Законы истории. Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура..* М.: УРСС, 2007. ISBN 978-5-484-00957-2.

## ІНТЕГРОВАНІЙ УРОК ЯК СПОСІБ ОБ'ЄДНАННЯ ЗМІСТУ НАВЧАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН

### Майхер Іванна Іванівна

магістрантка спеціальності 014.09 Середня освіта (Інформатика),  
Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка  
ivannasnigur4@gmail.com

### Струк Оксана Олегівна

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформатики та методики її навчання,  
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,  
oksana.struk@gmail.com

Проблема особистісно орієнтованої освіти в умовах впровадження Концепції Нової української школи є сьогодні центральною в системі науково-педагогічного знання. Розв'язання цієї проблеми значною мірою пов'язане з інтеграцією знань, а в підсумку – навчальних дисциплін. До того ж інтеграція