ТЕОРІЯ І МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Олег ДОВГИЙ, Світлана ДОВГА

СКЛАДНІ АРИФМЕТИЧНІ ЗАДАЧІ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ

У статті наведено причини потреби розв'язування складних арифметичних задач в початкових класах і дано поради щодо їх складання та пояснення. Запропонована послідовність способів розгляду типових арифметичних задач.

Актуальність статті пов'язана з тим, що текстові складні арифметичні задачі, інтегровані різнорідним цікавим змістом є дуже корисними для молодших школярів. З одного боку, вони розвивають логічне мислення учнів, а з іншого — знайомлять їх з числовими характеристиками і взаємозв'язком навколишнього системного світу. Розв'язування таких задач вимагає неабияких зусиль школяра. Проте після їх самостійного розв'язування він може перевірити виконання всіх умов задачі і зробити висновок про правильність результату. Це формує в дітей практичні вміння.

Метою статті є вияснення і усунення деяких причин неуспішності з математики учнів початкових та середніх класів при розв'язуванні задач.

Як свідчать результати наших досліджень, у 5-му класі, коли змістовий матеріал задач вже не дає такого відчутного ефекту і вони набагато складніші й розв'язуються за допомогою складання та розв'язку «голих» рівнянь, у дітей зникає зацікавленість і з'являються проблеми. Причиною цього є насамперед недостатня підготовленість більшості випускників початкової школи до розв'язування складних арифметичних задач початкової школи.

У методичній літературі з математики в початкових класах приділяється, на нашу думку, замало уваги матеріалу щодо складання і методики розв'язку з дітьми складних арифметичних задач початкової школи.

Як свідчать результати наших досліджень, проведених протягом останніх шести років зі студентами старших курсів спеціальності «Початкове навчання» і вчителями початкових класів з великим стажем педагогічної роботи, які продовжували після закінчення педучилищ вищу освіту за своєю спеціальністю, майже всі вони (97%), маючи практику в школі, не вміють швидко складати і правильно пояснювати, а близько половини вчителів (48%) — й логічно розв'язувати арифметичним способом складні арифметичні задачі початкової школи.

Стосовно студентів, то ця проблема в педагогічному інституті Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника та його філіях вирішена шляхом введення на V курсі обов'язкового навчального спецсемінару з розв'язування арифметичним способом складних задач.

Крім вищезгаданої причини, потреба в умінні розв'язувати складні задачі молодшими школярами виникає і під час підготовки до математичних олімпіад, які ще, на жаль, не набули популярності в початкових класах, бо вчителям бракує не лише вмінь складати і пояснювати складні задачі, а й досвіду і часу.

Нерідко серед молодших школярів трапляються обдаровані діти, яким матеріал, що розглядається на уроці з більшістю учнів, є надто простим і нецікавим. Тут можуть стати в пригоді складні задачі, подані маленьким математикам на індивідуальних картках під час уроку, а також як домашнє завдання.

Постає питання: що ж це за такі складні арифметичні задачі? По-перше, арифметичною задачею називають вимогу знайти числове значення певної величини, якщо дано числові значення інших величин й існує залежність, яка пов'язує ці величини між собою і з шуканою [1, 243]; по-друге, необхідно розрізняти складені і складні арифметичні задачі початкової школи. До складених задач, як зрозуміло зі слова «складені», належать задачі, що містять (складаються з) прості задачі, пов'язані між собою так, що шукані одних простих складових задач є даними інших [2, 193]. Причому потрібно, на нашу думку, щоб ці прості задачі були без логічного навантаження, інакше складена задача буде ще й складною. До складних задач, як зрозуміло зі слова «складні», відносять задачі, які містять певне логічне навантаження, через що їх часто-густо складно розв'язати. Складні задачі не обов'язково повинні бути складеними, тобто можуть бути задачами і на одну дію.

Так, наприклад, такі задачі:

1. Цеглина має масу 1 *кг* та ще пів такої ж цеглини. Яка маса цеглини?

Розв'язок. Уже в третьому класі школярі знають, що ціле складається із двох половинок, а, отже, 1 *кг* припадає на півцеглини. Тоді маса всієї цеглини складає $1 + 1 = 2$ (*кг*). Відповідь: 2 *кг* — маса всієї цегли.

2. За всі свої копійки Василько міг купити дві булочки або один батон. Скільки коштує булочка, якщо батон на 75 коп. дорожчий?

Розв'язок. Дві булочки коштують стільки ж, скільки один батон. Отже, дві булочки коштують на 75 коп. дорожче, ніж одна булочка. Тому ціна однієї булочки складає 75 коп. Відповідь: 75 коп. — ціна однієї булочки.

Якщо другу задачу перефразувати і поставити в ній менші числа (мама дала Ірі рівно стільки грошей, скільки коштує калач, і попросила купити в магазині калач. Та в магазині калача не було, а продавець сказала, що на всі ці гроші можна купити 2 хлібці. Подумавши, Іра купила 1 хлібець і взяла 1 грн. здачі. Скільки коштує хлібець?), то її можна розглядати навіть і в кінці 1 класу, використавши для покращання наочності ситуацію «в магазині».

Обидві ці задачі є складними, бо мають певне логічне навантаження, але не складені, бо містять не більше однієї арифметичної дії.

Необхідною умовою успішного розв'язування складних задач арифметичним способом є вміння розв'язувати складені задачі. Зауважимо, що наголос ми ставимо на арифметичний спосіб розв'язування, тобто за допомогою певних окремих дій, до кожної з яких має бути повне пояснення.

Згідно з підручником із методики викладання математики в початкових класах (автори — М. Бантова, Г. Бельтюкова, О. Полевщикова), у початковій школі способом складання рівнянь розв'язують як прості, так і складні задачі (хоча насправді складні задачі тут не розглянуті, а лише складені, які легко розв'язуються арифметичним способом) [2, 237], а згідно з новим підручником із методики викладання математики в початкових класах (автори — М. Богданович, М. Козак, Я. Король) — лише прості задачі [1, 312].

З іншого боку, в 4 класі діти за умовою задачі вже могли би складати рівняння на одну чи дві дії, якщо це можливо відповідно умови задачі (розв'язок рівнянь на більшу кількість дій ще буде надто складний для початківців), і розв'язувати їх, використовуючи зв'язки між компонентами та результатами дій, тобто могли би розв'язувати складну задачу алгебраїчним способом. Проте алгебраїчний спосіб, на відміну від арифметичного, ще не настільки цікавий для учнів початкової школи, бо не дає змоги побачити і зрозуміти ті теоретичні логічні переходи, які приводять до розв'язку задачі. Він лише розвиває здібності складання цих рівнянь та їх розв'язку, що буде корисним пізніше, коли учні вже вмітимуть, подетально міркуючи, розв'язувати ці задачі арифметичним способом. Як зазначав М. Пирогов, «розвиток, якщо він не підкріплений позитивним знанням, переходить у фразу, у мильну бульбашку, яка гроша не вартує: він продукує людей поверхових та зарозуміло-самовпевнених, людей хитких, які не мають жодної особистою працею добутої думки, фразерів, мрійників, дурних виконавців... Але з усього сказаного мною не випливає, що я заперечую користь розвитку. Воно необхідне й істотне вже тому, що формує людину як особистість, тоді як знання дають лише кабінетного вченого. Я хочу сказати, що розвиток повинен спиратися на факт, на знання, бути кінцевим прямим висновком і тільки тоді може одержати вартість» [3, 645].

Для кращого розуміння всіх умов задачі і з'ясування зв'язків між відомими і шуканими елементами, потрібно використовувати короткий запис задачі у вигляді схематичного малюнка, причому кожному етапові задачі може відповідати його окрема схема.

У процесі міркувань, які мають привести до арифметичного розв'язку задачі, а саме над тим, які дії необхідно виконати і як пояснювати кожну дію, учні не лише розширюють і збагачують свої знання, залежно від змісту завдань, а й удосконалюють пізнавальні дії, вчаться помічати і правильно використовувати під час розв'язку всі деталі змісту задачі, що і чому відбувається в цій задачі. Підбирати задачі і сприяти роботі учнів під час розв'язку потрібно так, щоб «дитина відчувала задоволення від процесу аналізу того, що відбувається» [4, 112].

Для прикладу розглянемо таку задачу:

Знайти відстань між пунктами *A* і *B*, якщо власна швидкість човна 50 *км/год*, швидкість течії річки — 15 *км/год* і на шлях з *A* до *B* човен витрачає на 6 *годин* більше, ніж на зворотній.

Проаналізуємо алгебраїчний і арифметичний способи розв'язку.

Якщо повернутися до студентів та вчителів початкової школи, то таку складну арифметичну задачу переважна більшість зможе розв'язати лише алгебраїчним способом, тобто за допомогою складання рівняння, бо це той спосіб, яким ще з середніх класів вони звикли і вміють розв'язувати подібні задачі. Проаналізуємо і ми цей спосіб розв'язку. Під час розв'язування в початкових класах задач алгебраїчним способом важливо, щоб, складаючи рівняння, учні пояснювали кожну операцію, тобто під час складання рівняння спиралися на конкретний зміст задачі, а не перетворювали раніше складене рівняння.

Отож, повне пояснення розв'язку задачі таке. Оскільки час руху з *A* до *B* більший, ніж зворотній, то з *A* до *B* човен рухався за течією річки, а з *B* до *A* човен рухався проти течії річки (до цього часу діти вже повинні вміти розв'язувати нескладні задачі на рух за і проти течії річки і тому повинні розуміти, чому саме так, а не інакше).

1) 50 – 15 = 35 (*км/год*) – швидкість човна проти течії річки;

2) 50 + 15 = 65 (*км/год*) – швидкість човна за течією річки.

Позначимо шукану відстань через x.

Тоді $\frac{x}{35}$ – час руху проти течії річки, $\frac{x}{65}$ — час руху за течією річки.

Оскільки, час руху проти течії річки на 6 *год.* більший, ніж час руху за течією річки, то складаємо рівняння: $\frac{x}{35}-\frac{x}{65}=6$.

Людина, яка хоча б трошки знає математику, склавши рівняння $\frac{x}{50-15}-\frac{x}{50+15}=6$ і розв'язавши його, отримає розв'язок $x = 455$ *км* – відстань між пунктами *A* і *B*.

Відповідь: 455 *км* – відстань між пунктами *A* і *B*.

Арифметичним способом розв'язати цю задачу зможе далеко не кожен учень, оскільки всі мають необхідні насамперед через відсутність навичок.

Початкові міркування в процесі розв'язування задачі ті ж, що і а допомогою алгебраїчного способу.

1) 50 – 15 = 35 (*км/год*) — швидкість човна проти течії річки;

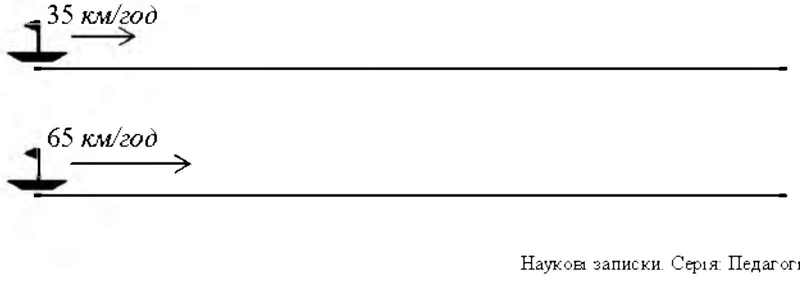
2) 50 + 15 = 65 (*км/год*) — швидкість човна за течією річки;

А далі треба міркувати детальніше, а не як при алгебраїчному способі, складаючи рівняння, підставляючи вирази у формулу для співвідношення шляху, швидкості і часу, не задумуючись над їх змістом.

За весь час руху, шлях, який проходить човен проти течії річки, такий же, як і шлях, який проходить човен за течією річки, лише з різною швидкістю, а саме — 35 *км/год* і 65 *км/год* відповідно, а тому і з різницею в часі 6 *год*.

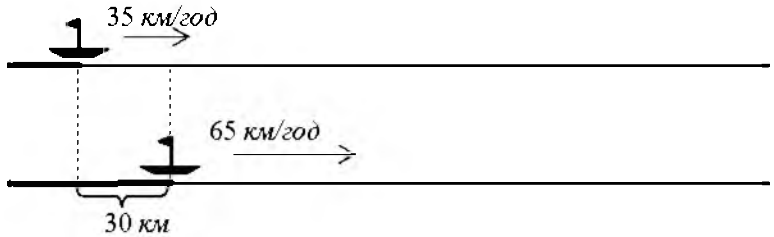
Складемо допоміжну схему (будемо розглядати рух човна за і проти течії річки в різних напрямках так, ніби це був рух у стоячій воді двох різних човнів з різними швидкостями, але вздовж однієї відстані):

Схема, що відповідає моменту початку руху в кожному напрямку, буде такою:



3) 65 – 35 = 30 (*км/год*) — різниця швидкостей човна за і проти течії, тобто незаперечний факт того, на скільки більше *км* за 1 *год* пропливе човен за течією річки, ніж проти течії річки.

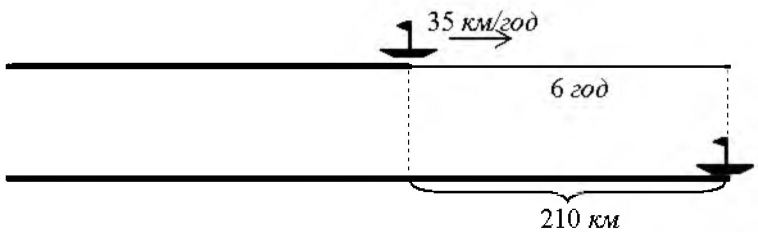
Отже, схема, що відповідає моменту через одну годину після початку руху в кожному напрямку, матиме такий вигляд:



За той час, за який човен, рухаючись за течією річки, подолає всю відстань, човен, рухаючись проти течії річки, подолає меншу відстань.

4) 35 · 6 = 210 (*км*) — на скільки більше пропливе за час руху з *В* до *А* човен за течією, ніж за той же час човен проти течії річки.

Отже, через декілька годин, а саме на момент закінчення руху за течією, схема матиме такий вигляд:



Оскільки за кожну годину, човен, рухаючись за течією річки пропливав на 30 *км* більше, ніж проти течії, то на 210 *км* більше за течією, ніж проти течії, він пропливе за:

5) 210 : 30 = 7 (*год*) — час руху з *В* до *А*, тобто за течією річки.

Тепер можна легко знайти відстань між пунктами, тобто той шлях, який проплив човен, рухаючись 7 *год.* за течією річки:

6) 65 · 7 = 455 (*км*).

Відповідь: 455 *км* — відстань між пунктами *А* і *В*.

Отже, з прикладу видно, що під час розв’язування задачі арифметичним способом необхідно задумуватися над кожним переходом від більш до менш складеної задачі, тоді як за алгебраїчного способу розв’язування задачі виконують звичайні, як ми знаємо, рівносильні перетворення рівняння.

Таких прикладів можна навести чимало, причому різноманітних, адже є багато різновидів складних задач, і перш, ніж діти навчаться їх розв’язувати в наступних після початкових класах за допомогою складання рівнянь, необхідно в початковій школі навчити їх розв’язувати задачі арифметичним способом.

Наведемо ще один приклад типової задачі, яка зустрічається в старіших підручниках за початкову школу частіше, ніж у чинних.

У Василя в п’ятнадцять разів більше марок, ніж у Петра. Скільки марок у Василя, а скільки у двох хлопців разом, якщо у Петра на 1694 марки менше, ніж у Василя?

Ця задача на кратне та різницеве порівняння двох.

Її дуже легко розв’язати алгебраїчним способом. Молодший школяр, який до цього успішно розв’язував подібні задачі за допомогою введення частин, а також навчився складати рівняння і розв’язувати їх за допомогою зв’язків між компонентами і результатами дій, зможе розв’язати цю задачу арифметичним й алгебраїчним способами

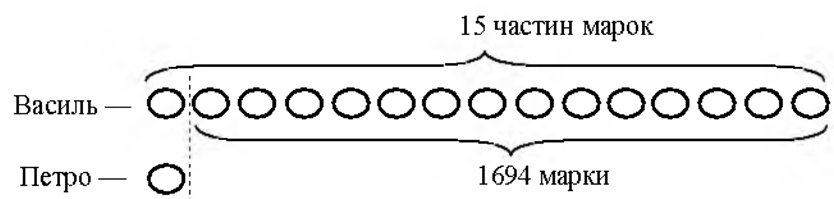
Покажемо на прикладі цієї задачі, як варто вчити учнів арифметичному та алгебраїчному способам її розв’язування.

У дітей початкової школи переважає конкретно-образне мислення, тому початок роботи над розв'язуваннями подібного виду задач з введенням невідомого «*x*» буде неправильним. Ця невідома «*x*» буде заміною «частини» певних одиниць у подальшому навчанні. А на початках доцільно навчити дітей розв'язувати такого типу задачі за допомогою цих ж частин певних одиниць (предметів) за діями із детальним поясненням кожної дії.

Розглядати такі задачі можна вже в 3 класі. Насамперед необхідно слід розглядати арифметичний спосіб розв'язування цього типу задачі, який можна, попередньо підготувавши наочність, продемонструвати учням. Його, як розв'язок і будь-якої складеної задачі, варто починати після повторення учнями повної умови задачі та із запису скороченої умови у вигляді графічної схеми.

Отже, запишемо в колонку (стовпчик) імена дітей, які фігурують у задачі. Оскільки нам невідоме число марок ні в одного з хлопчиків, а відомо, що у Василя в 15 разів більше марок ніж, у Петра (кратне порівняння кількостей марок, які є в кожного з дітей), то дана задача розв'язується за допомогою частин. Так, як у Петра менше марок, то ця марки позначимо за одну частину марок, а у Василя у 15 разів більше марок, ніж у Петра, тому у Василя 15 таких же частин марок, як у Петра лише одна.

Схему для запису скороченої умови можна подавати як і з використанням відрізків, так і з використанням кіл чи інших спеціальних позначок частин одиниць, про які йдеться в умові задачі.



Оскільки з умови задачі відомо, що у Петра на 1694 марки менше, ніж у Василя, то знайдемо, наскільки у першого менше частин марок, ніж у другого. При цьому отримаємо, 15 — 1 = 14 частин марок, на які припадає число різниці марок, тобто 1694 марки.

У результаті, поділивши, знайдемо 1694 : 15 = 121 (м.) — складає одну частину марок, тобто є в Петра.

Кількість марок у Василя можна знайти двома способами:

121 + 1694 = 1815 або 121 · 15 = 1815 (м.) — у Василя.

Отже, у Василя і в Петра разом є 121 + 1815 = 1936 (м.).

Співпадання результатів зробленої двома способами передостанньої дії цієї задачі доводить правильність результату.

Відповідь: 1815 марок у Василя, 1936 марок разом в обох хлопців.

Для переходу від арифметичного до алгебраїчного способу розв'язку цієї задачі усі повинні вміти розв'язувати рівняння на дві дії за допомогою зв'язків між компонентами і результатами дій. Оскільки рівняння на дві дії і їх розв'язування школярі проходять у 4 (3) класі [2, 234], то лише тоді можна розглядати з ними і цей спосіб, повторивши перед тим розв'язування частинами.

Алгебраїчний спосіб. Оскільки нам невідоме число марок ні в одного з хлопчиків, а відомо, що в Василя в 15 разів більше марок, ніж у Петра, то Петрові марки позначимо через невідоме число x марок, тобто за одну частину марок, в якій є x марок, а, оскільки у Василя у 15 разів більше марок, ніж у Петра, то у Василя кількість марок — $15 \cdot x$.

$(15 \cdot x - x)$ — це різниця кількостей марок у Василя і Петра. Оскільки з умови задачі відомо, що у Петра на 1694 марки менше, ніж у Василя, то складаємо рівняння $15 \cdot x - x = 1694$. У лівій частині цього рівняння, тобто перед знаком «дорівнює», є різниця 15 частин і 1 такої ж частини. Результатом цієї різниці є 14 таких частин, тобто вираз $14 \cdot x$. Отже, наше рівняння спроститься і набуде вигляду $14 \cdot x = 1694$. Щоб знайти невідомий множник, потрібно добуток поділити на відомий множник. Виконаємо і отримаємо: $x = 1694 : 14 = 121$ (м.) — складає одну частину марок, тобто є у Петра. Тоді $15 \cdot 121 = 1815$ (м.) — у Василя, а $121 + 1815 = 1936$ (м.) — разом.

Відповідь: 1815 марок у Василя, 1936 марок разом в обох хлопців.

Для ще кращого розуміння розв'язку таких складних задач на початку розгляду кожного типу задач треба ставити такі малі числові величини, щоб учні могли легко підібрати і перевірити правильну відповідь. Учителеві ж разом з дітьми треба проаналізувати дані в умові й отримані підбором числові величини (поспіввідносити числа). В результаті цього легше буде перейти до розв'язку частинами.

Після цього ж можна запропонувати учням самим розв'язати арифметичним способом задачу цього ж типу, але спочатку з малими, а потім і більшими числами в умові.

При складанні задач на різницеве і кратне порівняння двох учитель повинен чітко розуміти, що число, яке є різницею кількостей певних одиниць, повинно бути числом кратним до числа, що є на одиницю меншим, ніж число кратного порівняння цих відповідних одиниць.

Отож, вчителі початкової школи, як і старшокурсники, котрі навчаються на спеціальності «Початкове навчання», повинні навчитися складати і пояснювати складні арифметичні задачі. Школярів потрібно вчити розв'язувати кожен тип складних арифметичних задач спочатку підбором, надалі арифметичним способом і вже потім — алгебраїчним. У результаті в учнів не буде великих проблем з математикою в середніх класах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах: Навч. посібник. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2001. — 368 с.
2. Бантова М. О., Бельтюкова Г. В., Полевщикова О. М. Методика викладання математики в початкових класах. — К.: Вища школа, 1982. — 288 с.
3. Пирогов Н. И. Избранные педагогические сочинения. — М., 1952. — 688 с.
4. Возрастная и педагогическая психология: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по специальности »Педагогика и методика начального обучения» / М. В. Матюхина, Т. С. Михальчик, Н. Ф. Прокина и др.; Под ред. М. В. Гамезо. — М.: Просвещение, 1984. — 256 с.

Наталя ПУСТОВІТ

КРИТЕРІЇ І ПОКАЗНИКИ ЕКОЛОГІЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ ШКОЛЯРІВ

У статті висвітлюються критерії та показники експериментальної роботи, проведеної автором щодо формування екологічної компетентності учнів 8–11 класів загальноосвітньої школи. Проаналізовані кількісно та якісно результати вказаної роботи.

У попередніх публікаціях автора обґрунтовано сутнісні характеристики, принципи формування екологічної компетентності, теоретичні підходи до розробки оцінних параметрів екологічної компетентності школярів, які інтегрували міжнародний досвід оцінки ключових компетентностей, методи дослідження сформованості екологічної культури особистості, представлені у вітчизняних науково-педагогічних дослідженнях, і враховували тенденції та вимоги освіти в інтересах сталого розвитку, в контексті якої розглядається нині екологічна освіта і виховання [3; 4; 5].

Метою статті є вироблення конкретних критеріїв і показників, кількісний та якісний аналіз результатів експериментальної роботи з формування екологічної компетентності учнів 8–11 класів.

Для розробки конкретних показників рівня екологічної компетентності школярів має певне значення робота Й. Велека [1]. Автор детально описує знання і природоохоронні вміння, яких мають набувати школярі 9–12 і 12–15 років, розробляє конкретні практичні завдання. За змістом вони мають краєзнавче і природничо-наукове спрямування, стосуються безпосередньої взаємодії з природою. Поза увагою залишаються ситуації морального вибору, опосередкованої взаємодії через повсякденно-побутове використання природних ресурсів.

Підґрунтя для розробки оцінних параметрів і показників сформованості екологічної компетентності становлять також критерії оцінювання навчальних досягнень учнів з екології, розроблені на підставі листа Міністерства освіти і науки України № 2/3-6-165 від 12 грудня 2000 р. [2]. У цій розробці до навчальних досягнень учнів з екології віднесено не тільки екологічні знання, а й відповідні уміння та навички взаємодії з природою, вчинки, досвід, мотиви поведінки, критичні оцінки, ставлення, ціннісні орієнтації, що разом характеризують екологічну компетентність особистості.